

5. Một xạ thủ có xác suất bắn trúng hồng tâm là 0,3. Xạ thủ đó bắn 4 lần. Gọi X là số lần bắn trúng hồng tâm. Lập bảng phân phối xác suất của X. Tính E(X), V(X).

LỜI GIẢI

Gọi A_i là biến cố "Xạ thủ bắn trúng hồng tâm lần thứ i". Theo đề bài ta có $P(A_i) = 0,3 \Rightarrow P(\bar{A}_i) = 0,7$

$P(X=0)$ có nghĩa trong 4 lần bắn xạ thủ không bắn trúng hồng tâm lần nào.

$$P(X=0) = P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3 \cap \bar{A}_4) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) \cdot P(\bar{A}_4) = (0,7)^4 = 0,2401$$

$P(X=1)$ có nghĩa trong 4 lần bắn có 1 lần bắn trúng hồng tâm còn 3 lần kia không trúng.

$$\begin{aligned} P(X=1) &= P(A_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3 \cap \bar{A}_4 \cup \bar{A}_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3 \cap \bar{A}_4 \cup \bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3 \cap \bar{A}_4 \cup \bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3 \cap A_4) \\ &= P(A_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3 \cap \bar{A}_4) + P(\bar{A}_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3 \cap \bar{A}_4) + P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3 \cap \bar{A}_4) + P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3 \cap A_4) \\ &= P(A_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) \cdot P(\bar{A}_4) + P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2) \cdot P(\bar{A}_3) \cdot P(\bar{A}_4) + P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(A_3) \cdot P(\bar{A}_4) + \\ &\quad + P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) \cdot P(A_4) = 4 \cdot (0,7)^3 \cdot 0,3 = 0,4116. \end{aligned}$$

Tương tự ta tính được :

$$P(X=2) = P(A_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3 \cap \bar{A}_4 \cup \bar{A}_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \bar{A}_4 \cup \bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3 \cap A_4 \cup \bar{A}_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \bar{A}_4 \cup \bar{A}_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3 \cap A_4 \cup \bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3 \cap A_4).$$

$$P(X=2) = 6 \cdot (0,3)^2 \cdot (0,7)^2 = 0,2646.$$

$$P(X=3) = 4 \cdot (0,3)^3 \cdot 0,7 = 0,0756$$

$$P(X=4) = (0,3)^4 = 0,0081$$

Bảng phân phối xác suất của X:

Bảng phân phối xác suất của X:

X	0	1	2	3	4
P	0,2401	0,4116	0,2646	0,0756	0,0081

$$E(X) = \sum_{i=1}^5 x_i p_i = 0 \cdot 0,2401 + 1 \cdot 0,4116 + 2 \cdot 0,2646 + 3 \cdot 0,0756 + 4 \cdot 0,0081 = 1,2.$$

$$V(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - (E(X))^2 = 0^2 \cdot 0,2401 + 1^2 \cdot 0,4116 + 2^2 \cdot 0,2646 + 3^2 \cdot 0,0756 + 4^2 \cdot 0,0081 - 1,2^2 = 0,84$$

6. Ba xạ thủ độc lập cùng bắn vào một cái bia. Xác suất bắn trúng bia của người 1, 2, 3 lần lượt là 0.6, 0.7, 0.8. Ký hiệu X là số viên đạn trúng bia.

a). Lập bảng phân phối xác suất của X.

b). Tính $E(X)$, $V(X)$.

LỜI GIẢI

a). X là số viên đạn trúng bia $\Rightarrow X = \{0, 1, 2, 3\}$

Gọi A là biến cố "Người thứ nhất bắn trúng bia", theo đề có

$$P(A) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,4.$$

Gọi B là biến cố "Người thứ hai bắn trúng bia", theo đề có

$$P(B) = 0,7 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,3.$$

Gọi C là biến cố "Người thứ ba bắn trúng bia", theo đề có

$$P(C) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{C}) = 0,2.$$

$$P(X=0) = P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) = 0,4 \cdot 0,3 \cdot 0,2 = 0,024.$$

$$\begin{aligned} P(X=1) &= P(A \cap \bar{B} \cap \bar{C} \cup \bar{A} \cap B \cap \bar{C} \cup A \cap B \cap \bar{C}) = P(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) + P(A \cap B \cap \bar{C}) \\ &= P(A)P(\bar{B})P(\bar{C}) + P(\bar{A})P(B)P(\bar{C}) + P(A)P(B)P(\bar{C}) \\ &= 0,6 \cdot 0,3 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,7 \cdot 0,2 + 0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,2 = 0,188. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X=2) &= P(A \cap B \cap \bar{C} \cup A \cap \bar{B} \cap C \cup \bar{A} \cap B \cap C) = P(A \cap B \cap \bar{C}) + P(A \cap \bar{B} \cap C) + P(\bar{A} \cap B \cap C) \\ &= P(A) \cdot P(B) \cdot P(\bar{C}) + P(A) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(C) + P(\bar{A}) \cdot P(B) \cdot P(C) \\ &= 0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,2 + 0,6 \cdot 0,3 \cdot 0,8 + 0,4 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,452 \end{aligned}$$

$$P(X=3) = P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,336.$$

Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2	3
P	0,024	0,188	0,452	0,336

b). Ta có :

Kì vọng:

$$E(X) = \sum_{i=0}^3 x_i p_i = x_0 p_0 + x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 = 0 \cdot 0,024 + 1 \cdot 0,188 + 2 \cdot 0,452 + 3 \cdot 0,336 = 2,1$$

Phương sai:

$$V(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - (E(X))^2 = 0^2 \cdot 0,024 + 1^2 \cdot 0,188 + 2^2 \cdot 0,452 + 3^2 \cdot 0,336 - (2,1)^2 = 0,61$$