

b) ĐKXD: $x > 1$

$$\frac{\sqrt{2x+5}}{\sqrt{x-1}} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{2x+5}{x-1}} = 3 \Leftrightarrow \frac{2x+5}{x-1} = 9$$

$$\Leftrightarrow 2x+5 = 9(x-1) \Leftrightarrow 7x = 14 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (t/m)}$$

Đáp số: $x = 2$

Câu 18: Rút gọn biểu thức:

a) $\frac{\sqrt{27(x-6)^2}}{\sqrt{48}}$ với $x \geq 6$

b) $\sqrt{\frac{4x^2y^2 - 4xy^3 + y^4}{y^4}}$ với $2x \geq y$;

$y < 0$

Đáp án

a)
$$\frac{\sqrt{27(x-6)^2}}{\sqrt{48}} = \frac{|x-6| \cdot \sqrt{27}}{\sqrt{48}} = (x-6) \cdot \sqrt{\frac{27}{48}} = (x-6) \cdot \sqrt{\frac{9}{16}}$$
$$= \frac{3(x-6)}{4} \text{ vì } x \geq 6$$

b)
$$\sqrt{\frac{4x^2y^2 - 4xy^3 + y^4}{y^4}} = \sqrt{\frac{y^2(4x^2 - 4xy + y^2)}{y^4}}$$
$$= \sqrt{\frac{(2x-y)^2}{y^2}} = \frac{\sqrt{(2x-y)^2}}{\sqrt{y^2}} = \frac{|2x-y|}{|y|} = -\frac{2x-y}{y} = \frac{y-2x}{y}$$

Câu 19: Tính :

$$\text{a) } 2 \cdot \sqrt{\frac{27}{16}} + \sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{300}{81}} \quad \text{b) } (3\sqrt{75} + 4\sqrt{21}) : \sqrt{3} - 15$$

Đáp án:

$$\begin{aligned} \text{a) } 2 \cdot \sqrt{\frac{27}{16}} + \sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{300}{81}} &= \frac{6}{4} \cdot \sqrt{3} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} - \frac{5}{9} \cdot \sqrt{3} \\ &= \left(\frac{6}{4} + \frac{1}{2} - \frac{5}{9}\right) \cdot \sqrt{3} = \frac{13}{9} \cdot \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (3\sqrt{75} + 4\sqrt{21}) : \sqrt{3} - 15 &= 3\sqrt{75} : \sqrt{3} + 4\sqrt{21} : \sqrt{3} - 15 \\ &= 3\sqrt{75} : \sqrt{3} + 4\sqrt{21} : \sqrt{3} - 15 = 15 + 4\sqrt{7} - 15 = 4\sqrt{7} \end{aligned}$$

Câu 19: Tính :

$$\text{a) } \sqrt{\frac{12^5}{2^8 \cdot 3^5}} \quad \text{b) } \sqrt{\frac{25}{49} \cdot 5 \cdot \frac{1}{16} \cdot 2 \cdot \frac{14}{25}}$$

Đáp án:

$$\text{a) } \sqrt{\frac{12^5}{2^8 \cdot 3^5}} = \sqrt{\frac{3^5 \cdot 2^{10}}{2^8 \cdot 3^5}} = \sqrt{2^2} = 2$$

$$\text{b) } \sqrt{\frac{225}{49} \cdot 5 \cdot \frac{1}{16} \cdot 2 \cdot \frac{14}{25}} = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{49}} \cdot \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{16}} \cdot \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{25}} = \frac{15}{7} \cdot \frac{9}{4} \cdot \frac{8}{5} = \frac{54}{7}$$

Câu 20: Chứng minh đẳng thức:

$$a) \frac{a-b}{b^2} \cdot \sqrt{\frac{a^2 b^4}{a^2 - 2ab + b^2}} = |a| \text{ với } a > b > 0$$

$$b) \frac{x-3}{\sqrt{y}-1} \cdot \sqrt{\frac{(y-2\sqrt{y}+1)^2}{(x-3)^4}} = \frac{1}{x-3} \text{ với } x \neq 3; y > 1$$

Đáp án:

$$\begin{aligned} a) \frac{a-b}{b^2} \cdot \sqrt{\frac{a^2 b^4}{a^2 - 2ab + b^2}} &= \frac{a-b}{b^2} \cdot \sqrt{\frac{a^2 b^4}{(a-b)^2}} = \frac{(a-b)|a|.b^2}{b^2 \cdot |a-b|} \\ &= \frac{(a-b)|a|.b^2}{b^2 \cdot |a-b|} = |a| \text{ vì } a > b > 0 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \frac{x-3}{\sqrt{y}-1} \cdot \sqrt{\frac{(y-2\sqrt{y}+1)^2}{(x-3)^4}} &= \frac{x-3}{\sqrt{y}-1} \cdot \frac{\sqrt{(\sqrt{y}-1)^2}}{\sqrt{(x-3)^4}} = \frac{x-3}{\sqrt{y}-1} \cdot \frac{|\sqrt{y}-1|}{(x-3)^2} \\ \frac{x-3}{\sqrt{y}-1} \cdot \frac{\sqrt{y}-1}{(x-3)^2} &= \frac{1}{x-3} \text{ vì } y > 1 \end{aligned}$$

Câu 21: a) Tính $A = (\sqrt{20} - 3\sqrt{45} + 6\sqrt{180}) : \sqrt{5}$

Đáp án

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{20} : \sqrt{5} - 3\sqrt{45} : \sqrt{5} + 6\sqrt{180} : \sqrt{5} \\ &= \sqrt{4} - 3\sqrt{9} + 6\sqrt{36} = 2 - 9 + 36 = 29 \end{aligned}$$

b) Rút gọn $B = (\sqrt{a^3 b} + \sqrt{ab^3} - ab) : \sqrt{ab}$ với $a, b > 0$

Đáp án

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{a^3b} : \sqrt{ab} + \sqrt{ab^3} : \sqrt{ab} - ab : \sqrt{ab} \\ &= \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{ab} = a + b - \sqrt{ab} \end{aligned}$$

Câu 22: a) Tính $A = \left(\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{3}\right) : \sqrt{3}$

Đáp án:
$$\begin{aligned} A &= \left(\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{3}\right) : \sqrt{3} \\ &= 1/3 - 2/3 + 1 \\ &= 2/3 \end{aligned}$$

b) Rút gọn biểu thức $A = \frac{2}{x^2 - y^2} \cdot \sqrt{\frac{3(x+y)^2}{2}}$ với $x \geq 0; y \geq 0$ và $x \neq y$

Đáp án:

$$\begin{aligned} A &= \frac{2}{x^2 - y^2} \cdot \sqrt{\frac{3(x+y)^2}{2}} \quad \text{với } x \geq 0; y \geq 0 \text{ và } x \neq y \\ &= \frac{|x+y|}{x^2 - y^2} \cdot \sqrt{\frac{2^2 \cdot 3}{2}} \\ &= \frac{x+y}{(x-y)(x+y)} \cdot \sqrt{6} = \frac{\sqrt{6}}{x-y} \quad (\text{có } x+y > 0 \text{ do } x \geq 0; y \geq 0) \end{aligned}$$

Câu 23: a) Tính $\sqrt{1\frac{9}{16} \cdot 5\frac{4}{9} \cdot 0,01}$.

Đáp án:
$$\sqrt{1\frac{9}{16} \cdot 5\frac{4}{9} \cdot 0,01} = \sqrt{\frac{25}{16} \cdot \frac{49}{9} \cdot \frac{1}{100}}$$

$$= \sqrt{\frac{25}{16}} \cdot \sqrt{\frac{49}{9}} \cdot \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{10} = \frac{7}{24}$$

b) Rút gọn biểu thức $M = ab^2 \cdot \sqrt{\frac{3}{a^2 b^4}}$ với $a < 0$; $b \neq 0$

Đáp án: $M = ab^2 \cdot \sqrt{\frac{3}{a^2 b^4}}$

$$= ab^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 b^4}} = ab^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{|ab^2|}$$

$$ab^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{-ab^2} = -\sqrt{3} \text{ (với } a < 0 \text{)}$$

Câu 24: a) Giải phương trình $\sqrt{3} \cdot x + \sqrt{3} = \sqrt{12} + \sqrt{27}$

Đáp án: $\sqrt{3} \cdot x + \sqrt{3} = \sqrt{12} + \sqrt{27}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \cdot x + \sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 3}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \cdot x = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \cdot x = 4\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

b) Tính $\sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49} \cdot \frac{196}{9}}$

Đáp án: $\sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49} \cdot \frac{196}{9}} = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{14}{3} = \frac{40}{27}$

Câu 25: a) Giải phương trình $\sqrt{3} \cdot x^2 - \sqrt{12} = 0$

Đáp án: $\sqrt{3}.x^2 - \sqrt{12} = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}.x^2 = \sqrt{12} \Leftrightarrow x^2 = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \sqrt{4} \Leftrightarrow x^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{2} \quad ; \quad x = -\sqrt{2}$$

b) Rút gọn biểu thức $\sqrt{\frac{9+12a+4a^2}{b^2}}$ với $a \geq -1,5$; $b < 0$

Đáp án:
$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{9+12a+4a^2}{b^2}} \\ &= \sqrt{\frac{(3+2a)^2}{b^2}} = \frac{\sqrt{(3+2a)^2}}{\sqrt{b^2}} \\ &= \frac{|3+2a|}{|b|} = \frac{2a+3}{-b} \quad (\text{với } a \geq -1,5 \ ; \ b < 0 \) \end{aligned}$$

Câu 26: Rút gọn biểu thức

$$A = \sqrt{9(x-1)} + \sqrt{4(x-1)} - \sqrt{16(x-1)} \quad \text{với } x \geq 1$$

Đáp án:

$$\begin{aligned} \text{Với } x \geq 1 \text{ ta có } A &= \sqrt{9(x-1)} + \sqrt{4(x-1)} - \sqrt{16(x-1)} \\ &= \sqrt{3^2(x-1)} + \sqrt{2^2(x-1)} - \sqrt{4^2(x-1)} \\ &= 3\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x-1} - 4\sqrt{x-1} \\ &= 9\sqrt{x-1} \end{aligned}$$

Câu 27: Thực hiện phép tính $(5\sqrt{12} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{8}) \cdot 2\sqrt{6}$

$$\begin{aligned} \text{Đáp án: } & (5\sqrt{12} - 4\sqrt{3} - 5\sqrt{2} - 3\sqrt{8}) \cdot 2\sqrt{6} \\ &= (10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2}) \cdot 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (6\sqrt{3} - 11\sqrt{2}) \cdot 2\sqrt{6} \\ &= 12\sqrt{18} - 22\sqrt{12} = 36\sqrt{2} - 44\sqrt{2} = -8\sqrt{2} \end{aligned}$$

Câu 28: Tìm x, biết:

a) $7\sqrt{5x} + 3\sqrt{80x} - 2\sqrt{45x} = 65$

c) $2\sqrt{x-5} - \frac{7}{2}\sqrt{4x-20} - \frac{5}{3}\sqrt{9x-45} = -30$

Đáp án: a) ĐK: $x \geq 0$

$$\begin{aligned} 7\sqrt{5x} + 3\sqrt{80x} - 2\sqrt{45x} = 65 &\Leftrightarrow 7\sqrt{5x} + 12\sqrt{5x} - 6\sqrt{5x} = 65 \\ &\Leftrightarrow 13\sqrt{5x} = 65 \Leftrightarrow \sqrt{5x} = 5 \Leftrightarrow 5x = 25 \Leftrightarrow x = 5 \end{aligned}$$

c) ĐK: $x \geq 5$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{x-5} - \frac{7}{2}\sqrt{4x-20} - \frac{5}{3}\sqrt{9x-45} = -30 &\Leftrightarrow 2\sqrt{x-5} - 7\sqrt{x-5} - 5\sqrt{x-5} = -30 \\ &\Leftrightarrow -10\sqrt{x-5} = -30 \Leftrightarrow \sqrt{x-5} = 3 \Leftrightarrow x-5 = 9 \Leftrightarrow x = 14 \end{aligned}$$

Câu 29: Rút gọn: $\frac{2}{x^2 - y^2} \sqrt{\frac{3(x+y)^2}{2}}$ (với $x \geq 0$; $y \geq 0$; $x \neq y$)

Đáp án: với $x \geq 0$; $y \geq 0$; $x \neq y$ ta có

$$\frac{2}{x^2 - y^2} \sqrt{\frac{3(x+y)^2}{2}} = \frac{(\sqrt{2})^2}{(x-y)(x+y)} \cdot (x+y) \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{x-y} = \frac{\sqrt{6}}{x-y}$$

Câu 30: Tính giá trị mỗi biểu thức sau:

$$\left(\frac{5\sqrt{7} + 7\sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + 1 \right) \cdot \left(1 - \frac{5\sqrt{7} - \sqrt{35}}{\sqrt{5} - 1} \right)$$

Đáp án:

$$\left(\frac{5\sqrt{7} + 7\sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + 1 \right) \cdot \left(1 - \frac{5\sqrt{7} - \sqrt{35}}{\sqrt{5} - 1} \right) = \left[\frac{\sqrt{35}(\sqrt{5} + \sqrt{7})}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + 1 \right] \cdot \left[1 - \frac{\sqrt{35}(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5} - 1} \right] = (\sqrt{35} + 1)(1 - \sqrt{35}) = -34$$

Câu 31: Tìm x biết: $3\sqrt{2x} - 5\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} = 14$

Đáp án: $x = \frac{1}{2}$

Câu 32: Cho biểu thức:

$$P = \sqrt{x-1} + \sqrt{4x-4} - \frac{1}{2}\sqrt{16x-16} + \sqrt{25x-25} \quad (x \geq 1)$$

a. Rút gọn biểu thức P

b. Tìm x để P=6

Đáp án: a. $P = 6\sqrt{x-1}$

b. $x=2$

Câu 33: Khai triển và rút gọn biểu thức.

$$A = (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{x}\sqrt{y} + y) \quad \text{với } x \geq 0; y \geq 0$$

Đáp án: $A = x\sqrt{x} + y\sqrt{y}$

Câu 34: Chứng minh đẳng thức:

$$\frac{(x\sqrt{y} + y\sqrt{x})(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} = x - y \quad (\text{với } x > 0; y > 0)$$

Đáp án:

Phân tích $x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = \sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})$ rồi suy ra ĐPCM

Câu 35: Rút gọn

a, $\frac{1}{xy} \sqrt{\frac{x^2 y^2}{2}}$

b, $\frac{3}{a^2 - b^2} \sqrt{\frac{2(a+b)^2}{9}}$

$$\text{Đáp án: a, } \frac{1}{xy} \sqrt{\frac{x^2 y^2}{2}} = \frac{|xy|}{xy} \sqrt{\frac{1}{2}} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} (xy > 0) \\ \frac{-1}{\sqrt{2}} (xy < 0) \end{cases}$$

$$\text{b, } \frac{3}{a^2 - b^2} \sqrt{\frac{2(a+b)^2}{9}} = \frac{3}{3(a^2 - b^2)} |a+b| \sqrt{2} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{a-b} \text{ nếu } a+b > 0; a \neq b \\ -\frac{\sqrt{2}}{a-b} \text{ nếu } a+b < 0; a \neq b \end{cases}$$

Câu 36: Rút gọn

$$\text{a, } A = (x - 2y) \sqrt{\frac{4}{(2y-x)^2}}$$

$$\text{b, } B = (x - y) \sqrt{\frac{3}{y-x}}$$

Đáp án

$$\text{a, } A = (x - 2y) \frac{2}{|2y-x|} = 2 \text{ với } 2y < x$$

$$\text{hoặc } A = -2 \text{ với } 2y > x$$

$$\text{b, Điều kiện } y - x > 0 \Leftrightarrow y > x \Leftrightarrow x - y < 0$$

$$\text{Vậy } B = -\sqrt{\frac{3(x-y)^2}{y-x}} = -\sqrt{3(y-x)}$$

Câu 37: Rút gọn $A = \sqrt{16x+16} - \sqrt{9(x+1)} + \sqrt{25x+25}$ với $x \geq -1$

Đáp án: $A = 4\sqrt{x+1} - 3\sqrt{x+1} + 5\sqrt{x+1} = 6\sqrt{x+1}$

Câu 38: Rút gọn $B = 2\sqrt{3x} - \sqrt{48x} + \sqrt{108x} + \sqrt{3x}$ ($x \geq 0$)

Đáp án $B = 2\sqrt{3x} - 4\sqrt{3x} + 6\sqrt{3x} + \sqrt{3x} = 5\sqrt{3x}$

Câu 39: Rút gọn

a) $\frac{y}{x} \sqrt{\frac{x^2}{y^4}}$ (với $x > 0; y < 0$)

Đáp án:

$$\begin{aligned} \frac{y}{x} \sqrt{\frac{x^2}{y^4}} &= \frac{y}{x} \sqrt{\left(\frac{x}{y^2}\right)^2} = \frac{y}{x} \cdot \left|\frac{x}{y^2}\right| \\ &= \frac{y}{x} \cdot \frac{x}{y^2} \text{ (do } x > 0; y^2 > 0) \\ &= \frac{1}{y} \end{aligned}$$

b) $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ với $a \geq 0, b \geq 0$ và $a \neq b$

Đáp án:

Với $a \geq 0, b \geq 0$ và $a \neq b$

$$\begin{aligned} &\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \\ &= \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} + \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} \\ &= \frac{a + 2\sqrt{ab} + b + a - 2\sqrt{ab} + b}{a - b} \\ &= \frac{2(a+b)}{a-b} \end{aligned}$$

Câu 40: Rút gọn

a) $\frac{1}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{3}$

Đáp án:

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{3} = \frac{2+\sqrt{3}}{2^2-3} - \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3} - \sqrt{3} = 2$$

b) $\frac{5+\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}} + \frac{5-\sqrt{5}}{5+\sqrt{5}} - \sqrt{10}$

Đáp án:

Ta có:

$$\frac{5+\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}} + \frac{5-\sqrt{5}}{5+\sqrt{5}} - \sqrt{10} = \frac{(5+\sqrt{5})^2 + (5-\sqrt{5})^2 - (5-\sqrt{5})(5+\sqrt{5})\cdot\sqrt{10}}{(5-\sqrt{5})(5+\sqrt{5})}$$

$$= \frac{25+5+10\sqrt{5} + 25+5-10\sqrt{5} - (25-5)\cdot\sqrt{10}}{25-5}$$

$$= \frac{60-20\sqrt{10}}{20} = \frac{20(3-\sqrt{10})}{20} = 3-\sqrt{10}$$

Câu 41: Rút gọn các biểu thức

a) $\frac{6}{(x-3)^2} \cdot \sqrt{\frac{(x-3)^4}{2}} \quad (x \neq 3)$

Đáp án:

Với $x \neq 3$

$$\frac{6}{(x-3)^2} \cdot \sqrt{\frac{(x-3)^4}{2}} = \frac{6}{(x-3)^2} \cdot \sqrt{\frac{(x-3)^4 \cdot 2}{2^2}} = \frac{6}{(x-3)^2} \cdot \frac{(x-3)^2}{2} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

b) $3\sqrt{5a} - \sqrt{20a} + 4\sqrt{\frac{5}{a}} - 10\sqrt{\frac{a}{5}} \quad (\text{với } a > 0)$

Đáp án:

$$\begin{aligned} & 3\sqrt{5a} - \sqrt{20a} + 4a\sqrt{\frac{5}{a}} - 10\sqrt{\frac{a}{5}} \\ &= 3\sqrt{5a} - 2\sqrt{5a} + 4a \cdot \frac{1}{a}\sqrt{5a} - 10 \cdot \frac{1}{5}\sqrt{5a} \\ &= 3\sqrt{5a} - 2\sqrt{5a} + 4\sqrt{5a} - 2\sqrt{5a} \\ &= 3\sqrt{5a} \end{aligned}$$

Câu 42: Rút gọn

$$\frac{3}{2-\sqrt{3}} + \frac{5}{3+\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}-1}$$

Đáp án:

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2-\sqrt{3}} + \frac{5}{3+\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}-1} \\ &= \frac{3(2+\sqrt{3})}{4-3} + \frac{5(3-\sqrt{3})}{9-3} - \frac{4(\sqrt{3}+1)}{3-1} \\ &= \frac{36+18\sqrt{3}+15-5\sqrt{3}-12\sqrt{3}-12}{6} \\ &= \frac{39+\sqrt{3}}{6} \end{aligned}$$

Câu 43: Cho biểu thức:

$$P = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \left[\frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1} \right] \quad \text{Với } x > 0; x \neq 1$$

- Rút gọn P.
- Tìm x để $P < 0$.
- Tìm x nguyên để P nhận giá trị nguyên.

Đáp án:

$$\text{a) } P = \left(\frac{\sqrt{x^3} - 1^3}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} - \frac{\sqrt{x^3} + 1^3}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} \right) : \left(\frac{2(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x^2} - 1^2} \right)$$

$$P = \left(\frac{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} - \frac{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} \right) : \left(\frac{2(\sqrt{x} - 1)^2}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} \right)$$

$$P = \left(\frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} - \frac{x - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} + 1} \right)$$

$$P = \left(\frac{x + \sqrt{x} + 1 - x + \sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{2(\sqrt{x} - 1)} \right)$$

$$P = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{2(\sqrt{x} - 1)} \right)$$

$$P = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$$

b. Để $P < 0$ thì: $\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} < 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} < 1$$

$$\Leftrightarrow x < 1$$

Kết hợp ĐKXD ta có: Để $P < 0$ thì $0 < x < 1$.

c. Ta có: $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = 1 + \frac{2}{\sqrt{x}-1}$

Do x là số nguyên dương nên

- Nếu x không là số chính phương thì \sqrt{x} không là số nguyên $\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-1}$ không

nguyên $\Rightarrow P$ không nguyên

- Nếu x là số chính phương thì \sqrt{x} nguyên nên để $P \in \mathbb{Z}$ thì $2 : \sqrt{x}-1 \Leftrightarrow$

$$\sqrt{x}-1 = \pm 1; \pm 2$$

Ta có bảng sau:

$\sqrt{x}-1$	-2	-1	1	2
x	Không có giá trị của x	0	4	9

Dựa vào bảng trên và ĐKXD ta có: $x = 4; 9$

Vậy để $P \in \mathbb{Z}$ thì $x = 4$ hoặc $x = 9$

Câu 44: Cho biểu thức:

$$P = \frac{2\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} \quad \text{với } x \geq 0, x \neq 9, x \neq 4$$

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tính giá trị của P biết $x = 16$