BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 1. Cho hai hàm số f, g liên tục trên đoạn $[a;b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int_a^b [f(x)+g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.

B. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.

C. $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$.

D. $\int_a^b xf(x)dx = x\int_a^b f(x)dx$.

Câu 2. Cho hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$ và số thực dương a. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào luôn đúng?

A. $\int_a^a f(x)dx = 0$.

B. $\int_a^a f(x)dx = 1$.

C. $\int_a^a f(x)dx = -1$.

D. $\int_a^a f(x)dx = f(a)$.

Câu 3. Tích phân $\int_0^1 dx$ có giá trị bằng

A. -1.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Câu 4. Cho số thực a thỏa mãn $\int_{-1}^a e^{x+1}dx = e^2 - 1$, khi đó a có giá trị bằng

A. 1.

B. -1.

C. 0.

D. 2.

Câu 5. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có tích phân trên đoạn $[0;\pi]$ đạt giá trị bằng 0?

A. $f(x) = \cos 3x$.

B. $f(x) = \sin 3x$.

C. $f(x) = \cos\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$.

D. $f(x) = \sin\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 6. Trong các tích phân sau, tích phân nào có giá trị **khác** 2?

A. $\int_1^{e^2} \ln x dx$.

B. $\int_0^1 2dx$.

C. $\int_0^{\pi} \sin x dx$.

D. $\int_0^2 xdx$.

Câu 7. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào thỏa mãn $\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-2}^2 f(x)dx$?

A. $f(x) = e^x$.

B. $f(x) = \cos x$.

C. $f(x) = \sin x$.

D. $f(x) = x + 1$.

Câu 8. Tích phân $I = \int_2^5 \frac{dx}{x}$ có giá trị bằng

A. $3\ln 3$.

B. $\frac{1}{3}\ln 3$.

C. $\ln\frac{5}{2}$.

D. $\ln\frac{2}{5}$.

Câu 9. Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x}$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{2}\ln\frac{1}{3}$.

B. $2\ln 3$.

C. $\frac{1}{2}\ln 3$.

D. $2\ln\frac{1}{3}$.

Câu 10. Nếu $\int_{-2}^0 (4 - e^{-x/2})dx = K - 2e$ thì giá trị của K là

A. $12,5$.

B. 9.

C. 11.

D. 10.

Câu 11. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2}dx$ có giá trị bằng

A. $\frac{2\ln 2}{3}$. **B.** $-\frac{2\ln 2}{3}$. **C.** $-2\ln 2$. **D.** $2\ln 2$.

Câu 12. Cho hàm số f và g liên tục trên đoạn $[1;5]$ sao cho $\int_1^5 f(x)dx = 2$ và $\int_1^5 g(x)dx = -4$. Giá trị của $\int_1^5 [g(x) - f(x)]dx$ là

A. -6. **B.** 6. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 13. Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[0;3]$. Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 2$ thì tích phân $\int_0^3 [x - 2f(x)]dx$ có giá trị bằng

A. 7. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 5. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 14. Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[0;6]$. Nếu $\int_1^5 f(x)dx = 2$ và $\int_1^3 f(x)dx = 7$ thì $\int_3^5 f(x)dx$ có giá trị bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** 9. **D.** -9.

Câu 15. Trong các phép tính sau đây, phép tính nào **sai**?

A. $\int_1^3 e^x dx = (e^x)|_1^3$. **B.** $\int_{-3}^{-2} \frac{1}{x} dx = (\ln x)|_{-3}^{-2}$.

C. $\int_{\pi}^{2\pi} \cos x dx = (\sin x)|_{\pi}^{2\pi}$. **D.** $\int_1^2 (x+1)\,dx = \left(\frac{x^2}{2} + x\right)\Big|_1^2$.

Câu 16. Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[a;b]$ có một nguyên hàm là hàm F trên đoạn $[a;b]$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai** ?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

B. $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in (a;b)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = f(b) - f(a)$.

D. Hàm số G cho bởi $G(x) = F(x) + 5$ cũng thỏa mãn $\int_a^b f(x)dx = G(b) - G(a)$.

Câu 17. Xét hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$ và các số thực a, b, c tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int_a^b f(x)dx = \int_c^b f(x)dx - \int_c^a f(x)dx$. **B.** $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

C. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_c^b f(x)dx$. **D.** $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$.

Câu 18. Xét hai hàm số f và g liên tục trên đoạn $[a;b]$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu $m \le f(x) \le M \ \forall x \in [a;b]$ thì $m(b-a) \le \int_a^b f(x)dx \le M(a-b)$.

B. Nếu $f(x) \ge m\ \forall x \in [a;b]$ thì $\int\limits_a^b f(x)dx \ge m(b-a)$.

C. Nếu $f(x) \le M\ \forall x \in [a;b]$ thì $\int\limits_a^b f(x)dx \le M(b-a)$.

D. Nếu $f(x) \ge m\ \forall x \in [a;b]$ thì $\int\limits_a^b f(x)dx \ge m(a-b)$.

Câu 19. Cho hai hàm số f và g liên tục trên đoạn $[a;b]$ sao cho $g(x) \ne 0$ với mọi $x \in [a;b]$. Xét các khẳng định sau:

I. $\int\limits_a^b [f(x)+g(x)]dx = \int\limits_a^b f(x)dx + \int\limits_a^b g(x)dx$.

II. $\int\limits_a^b [f(x)-g(x)]dx = \int\limits_a^b f(x)dx - \int\limits_a^b g(x)dx$.

III. $\int\limits_a^b [f(x).g(x)]dx = \int\limits_a^b f(x)dx.\int\limits_a^b g(x)dx$.

IV. $\int\limits_a^b \dfrac{f(x)}{g(x)}dx = \dfrac{\int\limits_a^b f(x)dx}{\int\limits_a^b g(x)dx}$.

Trong các khẳng định trên, có bao nhiêu khẳng định **sai**?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 20. Tích phân $\int\limits_0^3 x(x-1)dx$ có giá trị bằng với giá trị của tích phân nào trong các tích phân dưới đây?

A. $\int\limits_0^2 (x^2+x-3)dx$. **B.** $3\int\limits_0^{3\pi} \sin x dx$. **C.** $\int\limits_0^{\ln\sqrt{10}} e^{2x}dx$. **D.** $\int\limits_0^{\pi} \cos(3x+\pi)dx$.

Câu 21. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu hàm số f liên tục trên đoạn $[a;b]$, sao cho $\int\limits_a^b f(x)dx \ge 0$ thì $f(x) \ge 0\ \forall x \in [a;b]$.

B. Với mọi hàm số f liên tục trên đoạn $[-3;3]$, luôn có $\int\limits_{-3}^3 f(x)dx = 0$.

C. Với mọi hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$, ta có $\int\limits_a^b f(x)dx = \int\limits_b^a f(x)d(-x)$.

D. Với mọi hàm số f liên tục trên đoạn $[1;5]$ thì $\int\limits_1^5 [f(x)]^2 dx = \left.\dfrac{[f(x)]^3}{3}\right|_1^5$.

Câu 22. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Nếu f là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$ thì $\int\limits_0^1 f(x)dx = \int\limits_{-1}^0 f(x)dx$.

B. Nếu $\int\limits_{-1}^0 f(x)dx = \int\limits_0^1 f(x)dx$ thì f là hàm số chẵn trên đoạn $[-1;1]$.

C. Nếu $\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx = 0$ thì f là hàm số lẻ trên đoạn $[-1;1]$.

D. Nếu $\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx = 0$ thì f là hàm số chẵn trên đoạn $[-1;1]$.

Câu 23. Giả sử F là một nguyên hàm của hàm số $y = x^6 \sin^5 x$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Khi đó $\int\limits_{1}^{2} x^6 \sin^5 x dx$ có giá trị bằng

A. $F(2)-F(1)$. **B.** $-F(1)$. **C.** $F(2)$. **D.** $F(1)-F(2)$.

Câu 24. Cho hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$ và hai số thực $a<b$. Nếu $\int\limits_{a}^{b} f(x)dx = \alpha$ thì tích phân $\int\limits_{a/2}^{b/2} f(2x)dx$ có giá trị bằng

A. $\dfrac{\alpha}{2}$. **B.** 2α. **C.** α. **D.** 4α.

Câu 25. Giả sử F là một nguyên hàm của hàm số $y = x^3 \sin^5 x$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Khi đó tích phân $\int\limits_{1}^{2} 81x^3 \sin^5 3x dx$ có giá trị bằng

A. $3\left[F(6)-F(3)\right]$. **B.** $F(6)-F(3)$. **C.** $3\left[F(2)-F(1)\right]$. **D.** $F(2)-F(1)$.

Câu 26. Giả sử hàm số f liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa mãn $\int\limits_{0}^{2} f(x)dx = 6$. Giá trị của tích phân $\int\limits_{0}^{\pi/2} f(2\sin x)\cos x dx$ là

A. -6. **B.** 6. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 27. Bài toán tính tích phân $I = \int\limits_{1}^{e} \dfrac{\sqrt{\ln x+1}\ln x}{x} dx$ được một học sinh giải theo ba bước sau:

I. Đặt ẩn phụ $t = \ln x + 1$, suy ra $dt = \dfrac{1}{x}dx$ và

x	1	e
t	1	2

II. $I = \int\limits_{1}^{e} \dfrac{\sqrt{\ln x+1}\ln x}{x} dx = \int\limits_{1}^{2} \sqrt{t}(t-1)dt$

III. $I = \int\limits_{1}^{2} \sqrt{t}(t-1)dt = \left(\sqrt{t^5} - \dfrac{2}{\sqrt{t}}\right)\Bigg|_1^2 = 1+3\sqrt{2}$.

Học sinh này giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Bài giải đúng. **B.** Sai từ Bước II. **C.** Sai từ Bước I. **D.** Sai ở Bước III.

Câu 28. Xét tích phân $I = \int\limits_{0}^{\pi/3} \dfrac{\sin 2x}{1+\cos x} dx$. Thực hiện phép đổi biến $t = \cos x$, ta có thể đưa I về dạng nào sau đây

A. $I = -\int\limits_{0}^{\pi/4} \dfrac{2t}{1+t} dt$. **B.** $I = \int\limits_{0}^{\pi/4} \dfrac{2t}{1+t} dt$. **C.** $I = -\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1} \dfrac{2t}{1+t} dt$. **D.** $I = \int\limits_{\frac{1}{2}}^{1} \dfrac{2t}{1+t} dt$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Trong các bất đẳng thức sau, bất đẳng thức nào luôn đúng?

A. $\int_a^b |f(x)|dx > \left|\int_a^b f(x)dx\right|$.

B. $\int_a^b f(x)dx \ge \int_a^b |f(x)|dx$.

C. $\int_a^b |f(x)|dx \ge \left|\int_a^b f(x)dx\right|$.

D. $\int_a^b f(x)dx > \int_a^b |f(x)|dx$.

Câu 30. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?

A. $\int_0^1 \sin(1-x)dx = \int_0^1 \sin x dx$.

B. $\int_0^1 (1+x)^x dx = 0$.

C. $\int_0^{\pi} \sin\frac{x}{2}dx = 2\int_0^{\pi/2} \sin x dx$.

D. $\int_{-1}^1 x^{2017}(1+x)dx = \frac{2}{2019}$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ lẻ và liên tục trên đoạn $[-2;2]$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **luôn đúng**?

A. $\int_{-2}^2 f(x)dx = 2\int_0^2 f(x)dx$.

B. $\int_{-2}^2 f(x)dx = 0$.

C. $\int_{-2}^2 f(x)dx = 2\int_{-2}^0 f(x)dx$.

D. $\int_{-2}^2 f(x)dx = -2\int_0^2 f(x)dx$.

Câu 32. Bài toán tính tích phân $I=\int_{-2}^1 (x+1)^2 dx$ được một học sinh giải theo ba bước sau:

I. Đặt ẩn phụ $t=(x+1)^2$, suy ra $dt=2(x+1)dx$,

II. Từ đây suy ra $\frac{dt}{2(x+1)}=dx \Rightarrow \frac{dt}{2\sqrt{t}}=dx$. Đổi cận

x	-2	1
t	1	4

III. Vậy $I=\int_{-2}^1 (x+1)^2 dx = \int_1^4 \frac{t}{2\sqrt{t}}dt = \frac{1}{3}\sqrt{t^3}\Big|_1^4 = \frac{7}{3}$.

Học sinh này giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Sai từ Bước I. **B.** Sai ở Bước III. **C.** Sai từ Bước II. **D.** Bài giải đúng.

Câu 33. Một học sinh được chỉ định lên bảng làm 4 bài toán tích phân. Mỗi bài giải đúng được 2,5 điểm, mỗi bài giải sai (sai kết quả hoặc sai bước tính nguyên hàm) được 0 điểm. Học sinh đã giải 4 bài toán đó như sau:

Bài	Đề bài	Bài giải của học sinh
1	$\int_0^1 e^{x^2}xdx$	$\int_0^1 e^{x^2}xdx = \frac{1}{2}\int_0^1 e^{x^2}d(x^2) = \frac{e^{x^2}}{2}\Big\|_0^1 = \frac{e-1}{2}$
2	$\int_0^1 \frac{1}{x^2-x-2}dx$	$\int_0^1 \frac{1}{x^2-x-2}dx = \left[\ln\lvert x^2-x-2\rvert\right]\Big\|_0^1 = \ln 2 - \ln 2 = 0$
3	$\int_0^{\pi} \sin 2x\cos x dx$	Đặt $t=\cos x$, suy ra $dt=-\sin x dx$. Khi $x=0$ thì $t=1$; khi $x=\pi$ thì $t=-1$. Vậy $\int_0^{\pi} \sin 2x\cos x dx = 2\int_0^{\pi} \sin x\cos^2 x dx = -2\int_1^{-1} t^2 dt = \frac{2t^3}{3}\Big\|_{-1}^1 = \frac{4}{3}$

4	$\int_1^e \dfrac{1+(4-2e)\ln x}{x}dx$	$\int_1^e \dfrac{1+(4-2e)\ln x}{x}dx = \int_1^e \left[1+(4-2e)\ln x\right]d(\ln x)$ $= \left[x+(4-2e)\ln^2 x\right]\Big\|_1^e = 3-e$

Số điểm mà học sinh này đạt được là bao nhiêu?

A. 5,0 điểm. **B.** 2,5 điểm. **C.** 7,5 điểm. **D.** 10,0 điểm.

Câu 34. Cho hai hàm số liên tục f và g liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi F và G lần lượt là một nguyên hàm của f và g trên đoạn $[a;b]$. Đẳng thức nào sau đây **luôn đúng**?

A. $\int_a^b f(x)G(x)dx = \left[F(x)g(x)\right]\Big\|_a^b - \int_a^b F(x)G(x)dx$.

B. $\int_a^b f(x)G(x)dx = \left[F(x)G(x)\right]\Big\|_a^b - \int_a^b F(x)g(x)dx$.

C. $\int_a^b f(x)G(x)dx = \left[f(x)g(x)\right]\Big\|_a^b - \int_a^b F(x)g(x)dx$.

D. $\int_a^b f(x)G(x)dx = \left[F(x)G(x)\right]\Big\|_a^b - \int_a^b f(x)g(x)dx$.

Câu 35. Tích phân $I = \int_{-2}^{0} xe^{-x}dx$ có giá trị bằng

A. $-e^2+1$. **B.** $3e^2-1$. **C.** $-e^2-1$. **D.** $-2e^2+1$.

Câu 36. Cho hai hàm số f và g liên tục trên đoạn $[a;b]$ và số thực k bất kỳ trong $\mathbb{R}$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

A $\int_a^b \left[f(x)+g(x)\right]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$. **B.** $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.

C. $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$. **D.** $\int_a^b xf(x)dx = x\int_a^b f(x)dx$.

Câu 37. Cho hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$ và số thực dương a. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **luôn đúng**?

A. $\int_a^a f(x)dx = 1$. **B.** $\int_a^a f(x)dx = 0$. **C.** $\int_a^a f(x)dx = -1$. **D.** $\int_a^a f(x)dx = f(a)$.

Câu 38. Tích phân $\int_0^1 dx$ có giá trị bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 39. Cho số thực a thỏa mãn $\int_{-1}^{a} e^{x+1}dx = e^2-1$, khi đó a có giá trị bằng

A. 0. **B.** -1. **D.** 1. **D.** 2.

Câu 40. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có tích phân trên đoạn $[0;\pi]$ đạt giá trị bằng 0?

A. $f(x) = \cos 3x$. **B.** $f(x) = \sin 3x$.

C. $f(x) = \cos\left(\dfrac{x}{4}+\dfrac{\pi}{2}\right)$. **D.** $f(x) = \sin\left(\dfrac{x}{4}+\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Câu 41. Tích phân nào trong các tích phân sau có giá trị **khác** 2?

A. $\int_0^{\pi} \sin x dx$. **B.** $\int_0^1 2dx$. **B.** $\int_1^{e^2} \ln x dx$. **D.** $\int_0^2 xdx$.

Câu 42. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào thỏa mãn $\int_{-1}^{1} f(x)dx = \int_{-2}^{2} f(x)dx$?

A. $f(x)=\cos x$. **B.** $f(x)=\sin x$. **C.** $f(x)=e^x$. **D.** $f(x)=x+1$.

Câu 43. Tích phân $I=\int_{2}^{5}\frac{dx}{x}$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{3}\ln 3$. **B.** $\ln\frac{5}{2}$. **C.** $3\ln 3$. **D.** $\ln\frac{2}{5}$.

Câu 44. Tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\sin x}$ có giá trị bằng

A. $2\ln\frac{1}{3}$. **B.** $2\ln 3$. **C.** $\frac{1}{2}\ln 3$. **D.** $\frac{1}{2}\ln\frac{1}{3}$.

Câu 45. Nếu $\int_{-2}^{0}\left(4-e^{-x/2}\right)dx = K-2e$ thì giá trị của K là

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** $12,5$.

Câu 46. Tích phân $I=\int_{0}^{1}\frac{1}{x^2-x-2}dx$ có giá trị bằng

A. $-2\ln 2$. **B.** $\frac{2\ln 2}{3}$. **C.** $-\frac{2\ln 2}{3}$. **D.** Không xác định.

Câu 47. Cho hàm số f và g liên tục trên đoạn $[1;5]$ sao cho $\int_{1}^{5} f(x)dx = 2$ và $\int_{1}^{5} g(x)dx = -4$. Giá trị của $\int_{1}^{5}[g(x)-f(x)]dx$ là

A. -2. **B.** 6. **C.** 2. **D.** -6.

Câu 48. Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[0;3]$. Nếu $\int_{0}^{3} f(x)dx = 2$ thì tích phân $\int_{0}^{3}[x-2f(x)]dx$ có giá trị bằng

A. 7. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 5. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 49. Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[0;6]$. Nếu $\int_{1}^{5} f(x)dx = 2$ và $\int_{1}^{3} f(x)dx = 7$ thì $\int_{3}^{5} f(x)dx$ có giá trị bằng

A. -9. **B.** 5. **C.** 9. **D.** -5.

Câu 50. Trong các phép tính sau đây, phép tính nào **sai**?

A. $\int_{1}^{2}(x+1)dx = \left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_{1}^{2}$. **B.** $\int_{1}^{3} e^x dx = \left(e^x\right)\Big|_{1}^{3}$.

C. $\int_{\pi}^{2\pi}\cos x dx = (\sin x)\Big|_{\pi}^{2\pi}$. **D.** $\int_{-3}^{-2}\frac{1}{x}dx = (\ln x)\Big|_{-3}^{-2}$.

Câu 51. Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[a;b]$ có một nguyên hàm là hàm F trên đoạn $[a;b]$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai** ?

A. $F'(x)=f(x)$ với mọi $x\in(a;b)$.

B. $\int_a^b f(x)dx = f(b) - f(a)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

D. Hàm số G cho bởi $G(x) = F(x) + 5$ cũng thỏa mãn $\int_a^b f(x)dx = G(b) - G(a)$.

Câu 52. Xét hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$ và các số thực a, b, c tùy ý. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

A. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_c^b f(x)dx$.

B. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

C. $\int_a^b f(x)dx = \int_c^b f(x)dx - \int_c^a f(x)dx$.

D. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$.

Câu 53. Xét hai hàm số f và g liên tục trên đoạn $[a;b]$.Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu $f(x) \ge m \ \forall x \in [a;b]$ thì $\int_a^b f(x)dx \ge m(a-b)$.

B. Nếu $f(x) \ge m \ \forall x \in [a;b]$ thì $\int_a^b f(x)dx \ge m(b-a)$.

C. Nếu $f(x) \le M \ \forall x \in [a;b]$ thì $\int_a^b f(x)dx \le M(b-a)$.

D. Nếu $m \le f(x) \le M \ \forall x \in [a;b]$ thì $m(b-a) \le \int_a^b f(x)dx \le M(a-b)$.

Câu 54. Cho hai hàm số f và g liên tục trên đoạn $[a;b]$ sao cho $g(x) \ne 0$ với mọi $x \in [a;b]$. Một học sinh lên bảng và phát biểu các tính chất sau:

I. $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.

II. $\int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$.

III. $\int_a^b [f(x).g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx.\int_a^b g(x)dx$.

IV. $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)}dx = \frac{\int_a^b f(x)dx}{\int_a^b g(x)dx}$.

Trong số các phát biểu trên, có bao nhiêu phát biểu **sai**?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 55. Tích phân $\int_0^3 x(x-1)dx$ có giá trị bằng với tích phân nào trong các tích phân dưới đây ?

A. $\int_0^{\pi} \cos(3x + \pi)dx$. **B.** $3\int_0^{3\pi} \sin x dx$. **C.** $\int_0^2 (x^2 + x - 3)dx$. **D.** $\int_0^{\ln\sqrt{10}} e^{2x}dx$.

Câu 56. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Với mọi hàm số f liên tục trên đoạn $[-3;3]$, luôn có $\int_{-3}^3 f(x)dx = 0$.

B. Với mọi hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$, ta có $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)d(-x)$.

C. Nếu hàm số f liên tục trên đoạn $[a;b]$, sao cho $\int_a^b f(x)dx \geq 0$ thì $f(x) \geq 0 \ \ \forall x \in [a;b]$.

D. Với mọi hàm số f liên tục trên đoạn $[1;5]$ thì $\int_1^5 [f(x)]^2 dx = \left.\frac{[f(x)]^3}{3}\right|_1^5$.

Câu 57. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Nếu f là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$ thì $\int_0^1 f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx$.

B. Nếu $\int_{-1}^0 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx$ thì f là hàm số chẵn trên đoạn $[-1;1]$.

C. Nếu $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0$ thì f là hàm số lẻ trên đoạn $[-1;1]$.

D. Nếu $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0$ thì f là hàm số chẵn trên đoạn $[-1;1]$.

Câu 58. Giả sử F là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{\sin x}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Khi đó $\int_1^2 \frac{\sin x}{x} dx$ có giá trị bằng

A. $F(2)-F(1)$. **B.** $-F(1)$. **C.** $F(2)$. **D.** $F(2)+F(1)$.

Câu 59. Cho hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$ và hai số thực $a<b$. Nếu $\int_a^b f(x)dx = \alpha$ thì tích phân $\int_{a/2}^{b/2} f(2x)dx$ có giá trị bằng

A. α. **B.** 2α. **C.** $\frac{\alpha}{2}$. **D.** 4α.

Câu 60. Giả sử F là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{\sin x}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Khi đó $\int_1^2 \frac{\sin 3x}{x} dx$ có giá trị bằng

A. $F(6)-F(3)$. **B.** $3[F(6)-F(3)]$. **C.** $3[F(2)-F(1)]$. **D.** $F(2)-F(1)$.

Câu 61. Giả sử hàm số f liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x)dx = 6$. Giá trị của $\int_0^{\pi/2} f(2\sin x)\cos x dx$ là

A. 3. **B.** 6. **C.** -3. **D.** -6.

Câu 62. Bài toán tính tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{\ln x + 1}\ln x}{x} dx$ được một học sinh giải theo ba bước sau:

I. Đặt ẩn phụ $t = \ln x + 1$, suy ra $dt = \frac{1}{x}dx$ và

x	1	e
t	1	2

II. $I = \int_1^e \frac{\sqrt{\ln x + 1}\ln x}{x} dx = \int_1^2 \sqrt{t}(t-1)dt$

III. $I=\int_1^2 \sqrt{t}\,(t-1)\,dt=\left(\sqrt{t^5}-\frac{2}{\sqrt{t}}\right)\Big|_1^2=1+3\sqrt{2}$.

Vậy học sinh này giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Bài giải đúng. **B.** Sai từ Bước II. **C.** Sai từ Bước I. **D.** Sai ở Bước III.

Câu 63. Xét tích phân $I=\int_0^{\pi/3}\frac{\sin 2x}{1+\cos x}dx$. Thực hiện phép đổi biến $t=\cos x$, ta có thể đưa I về dạng nào sau đây

A. $I=\int_{\frac{1}{2}}^1\frac{2t}{1+t}dt$. **B.** $I=\int_0^{\pi/4}\frac{2t}{1+t}dt$. **C.** $I=-\int_{\frac{1}{2}}^1\frac{2t}{1+t}dt$. **D.** $I=-\int_0^{\pi/4}\frac{2t}{1+t}dt$.

Câu 64. Cho hàm số $y=f(x)$ bất kỳ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Trong các bất đẳng thức sau, bất đẳng thức nào **luôn đúng**?

A. $\int_a^b f(x)dx\ge\int_a^b|f(x)|dx$. **B.** $\int_a^b|f(x)|dx\ge\left|\int_a^b f(x)dx\right|$.

C. $\int_a^b|f(x)|dx>\left|\int_a^b f(x)dx\right|$. **D.** $\int_a^b f(x)dx>\int_a^b|f(x)|dx$.

Câu 65. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?

A. $\int_0^1(1+x)^x dx=0$. **B.** $\int_0^1\sin(1-x)dx=\int_0^1\sin x dx$.

C. $\int_0^{\pi}\sin\frac{x}{2}dx=2\int_0^{\pi/2}\sin x dx$. **D.** $\int_{-1}^1 x^{2017}(1+x)dx=\frac{2}{2019}$.

Câu 66. Cho hàm số $y=f(x)$ lẻ và liên tục trên đoạn $[-2;2]$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **luôn đúng**?

A. $\int_{-2}^2 f(x)dx=-2\int_0^2 f(x)dx$. **B.** $\int_{-2}^2 f(x)dx=2\int_0^2 f(x)dx$.

C. $\int_{-2}^2 f(x)dx=2\int_{-2}^0 f(x)dx$. **D.** $\int_{-2}^2 f(x)dx=0$.

Câu 67. Bài toán tính tích phân $I=\int_{-2}^1(x+1)^2dx$ được một học sinh giải theo ba bước sau:

I. Đặt ẩn phụ $t=(x+1)^2$, suy ra $dt=2(x+1)dx$,

II. Từ đây suy ra $\frac{dt}{2(x+1)}=dx\Rightarrow\frac{dt}{2\sqrt{t}}=dx$. Bảng giá trị

x	-2	1
t	1	4

III. Vậy $I=\int_{-2}^1(x+1)^2dx=\int_1^4\frac{t}{2\sqrt{t}}dt=\frac{1}{3}\sqrt{t^3}\Big|_1^4=\frac{7}{3}$.

Vậy học sinh này giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Sai ở Bước III. **B.** Sai từ Bước II. **C.** Sai từ Bước I. **D.** Bài giải đúng.

Câu 68. Một học sinh được chỉ định lên bảng làm 4 bài toán tích phân. Mỗi bài giải đúng được 2,5 điểm, mỗi bài giải sai (sai kết quả hoặc sai bước tính nguyên hàm) được 0 điểm. Học sinh đã giải 4 bài toán đó như sau:

Bài	Đề bài	Bài giải của học sinh
1	$\int_0^1 e^{x^2}xdx$	$\int_0^1 e^{x^2}xdx=\frac{1}{2}\int_0^1 e^{x^2}d(x^2)=\frac{e^{x^2}}{2}\Big\vert_0^1=\frac{e-1}{2}$
2	$\int_0^1 \frac{1}{x^2-x-2}dx$	$\int_0^1 \frac{1}{x^2-x-2}dx=\left[\ln\vert x^2-x-2\vert\right]\Big\vert_0^1=\ln 2-\ln 2=0$
3	$\int_0^{\pi}\sin 2x\cos xdx$	Đặt $t=\cos x$, suy ra $dt=-\sin xdx$. Khi $x=0$ thì $t=1$; khi $x=\pi$ thì $t=-1$. Vậy $\int_0^{\pi}\sin 2x\cos xdx=2\int_0^{\pi}\sin x\cos^2 xdx=-2\int_1^{-1}t^2dt=\frac{2t^3}{3}\Big\vert_{-1}^1=\frac{4}{3}$
4	$\int_1^e \frac{1+(4-2e)\ln x}{x}dx$	$\int_1^e \frac{1+(4-2e)\ln x}{x}dx=\int_1^e\left[1+(4-2e)\ln x\right]d(\ln x)$ $=\left[x+(4-2e)\ln^2 x\right]\Big\vert_1^e=3-e$

Số điểm mà học sinh này đạt được là bao nhiêu?

A. 7,5 điểm. **B.** 2,5 điểm. **C.** 5,0 điểm. **D.** 10,0 điểm.

Câu 69. Cho hai hàm số liên tục f và g có nguyên hàm lần lượt là F và G trên đoạn $[a;b]$. Đẳng thức nào sau đây **luôn đúng**?

A. $\int_a^b f(x)G(x)dx=\left[F(x)g(x)\right]\Big\vert_a^b-\int_a^b F(x)G(x)dx$.

B. $\int_a^b f(x)G(x)dx=\left[F(x)G(x)\right]\Big\vert_a^b-\int_a^b F(x)g(x)dx$.

C. $\int_a^b f(x)G(x)dx=\left[f(x)g(x)\right]\Big\vert_a^b-\int_a^b F(x)g(x)dx$.

D. $\int_a^b f(x)G(x)dx=\left[F(x)G(x)\right]\Big\vert_a^b-\int_a^b f(x)g(x)dx$.

Câu 70. Tích phân $I=\int_{-2}^0 xe^{-x}dx$ có giá trị bằng

A. $-2e^2+1$. **B.** $3e^2-1$. **C.** $-e^2+1$. **D.** $-e^2-1$.

Câu 71. Ta đã biết công thức tích phân từng phần $\int_a^b F(x)g(x)dx=\left[F(x)G(x)\right]\Big\vert_a^b-\int_a^b f(x)G(x)dx$, trong đó F và G là các nguyên hàm của f và g. Trong các biến đổi sau đây, sử dụng tích phân từng phần ở trên, biến đổi nào là **sai**?

A. $\int_1^e(\ln x)xdx=\left(\frac{x^2}{2}\ln x\right)\Big\vert_1^e-\frac{1}{2}\int_1^e xdx$, trong đó $F(x)=\ln x$, $g(x)=x$.

B. $\int_0^1 xe^xdx=(xe^x)\vert_0^1-\int_0^1 e^xdx$, trong đó $F(x)=x$, $g(x)=e^x$.

C. $\int_0^{\pi}x\sin xdx=(x\cos x)\vert_0^{\pi}-\int_0^{\pi}\cos xdx$, trong đó $F(x)=x$, $g(x)=\sin x$.

D. $\int_0^1 x2^{x+1}dx = \left(x\frac{2^{x+1}}{\ln 2}\right)\Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{2^{x+1}}{\ln 2}dx$, trong đó $F(x)=x$, $g(x)=2^{x+1}$.

Câu 72. Tích phân $\int_0^{\pi} x\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)dx$ có giá trị bằng

A. $\frac{(\pi-2)\sqrt{2}}{2}$. **B.** $-\frac{(\pi-2)\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{(\pi+2)\sqrt{2}}{2}$. **D.** $-\frac{(\pi+2)\sqrt{2}}{2}$.

Câu 73. Cho hai hàm số liên tục f và g có nguyên hàm lần lượt là F và G trên đoạn $[0;2]$. Biết rằng $F(0)=0$, $F(2)=1$, $G(0)=-2$, $G(2)=1$ và $\int_0^2 F(x)g(x)dx=3$. Tích phân $\int_0^2 f(x)G(x)dx$ có giá trị bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** -2. **D.** -4.

Câu 74. Cho hai hàm số liên tục f và g có nguyên hàm lần lượt là F và G trên đoạn $[1;2]$. Biết rằng $F(1)=1$, $F(2)=4$, $G(1)=\frac{3}{2}$, $G(2)=2$ và $\int_1^2 f(x)G(x)dx=\frac{67}{12}$. Tích phân $\int_1^2 F(x)g(x)dx$ có giá trị bằng

A. $\frac{11}{12}$. **B.** $-\frac{145}{12}$. **C.** $-\frac{11}{12}$. **D.** $\frac{145}{12}$.

Câu 75. Cho hai số thực a và b thỏa mãn $a<b$ và $\int_a^b x\sin x dx=\pi$, đồng thời $a\cos a=0$ và $b\cos b=-\pi$. Tích phân $\int_a^b \cos x dx$ có giá trị bằng

A. $\frac{145}{12}$. **B.** π. **C.** $-\pi$. **D.** 0.

Câu 76. Cho tích phân: $I=\int_1^e \frac{\sqrt{1-\ln x}}{2x}dx$. Đặt $u=\sqrt{1-\ln x}$. Khi đó I bằng

A. $I=\int_1^0 u^2du$. **B.** $I=-\int_1^0 u^2du$. **C.** $I=\int_1^0 \frac{u^2}{2}du$. **D.** $I=-\int_0^1 u^2du$.

Câu 77. Tích phân $I=\int_1^2 \frac{x^2}{x^2-7x+12}dx$ có giá trị bằng

A. $5\ln 2-6\ln 3$. **B.** $1+2\ln 2-6\ln 3$. **C.** $3+5\ln 2-7\ln 3$. **D.** $1+25\ln 2-16\ln 3$.

Câu 78. Tích phân $I=\int_1^2 x^5dx$ có giá trị là:

A. $\frac{19}{3}$. **B.** $\frac{32}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** $\frac{21}{2}$.

Câu 79. Tích phân $I=\int_0^1 \frac{xdx}{(x+1)^3}$ bằng

A. $-\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** 12.