B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

I- Câu hỏi tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:

Những điểm cần lưu ý:

Trường hợp 1. Cho hai hàm số *f*(*x*) và *g*(*x*) liên tục trên đoạn [*a*; *b*]. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x),\ y = g(x),\ x = a,\ x = b$ là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$.

Phương pháp giải toán

+) Giải phương trình $f(x) = g(x)$ (1)

+) Nếu (1) vô nghiệm thì $S = \left|\int_a^b \left(f(x) - g(x)\right)dx\right|$.

+) Nếu (1) có nghiệm thuộc .$[a;b]$. giả sử α thì

$$S = \left|\int_a^\alpha \left(f(x) - g(x)\right)dx\right| + \left|\int_\alpha^b \left(f(x) - g(x)\right)dx\right|$$

Chú ý: Có thể lập bảng xét dấu hàm số $f(x) - g(x)$ trên đoạn $[\mathrm{a};\ \mathrm{b}]$ rồi dựa vào bảng xét dấu để tính tích phân.

Trường hợp 2. Cho hai hàm số *f*(*x*) và *g*(*x*) liên tục trên đoạn [*a*; *b*]. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x),\ y = g(x)$ là $S = \int_\alpha^\beta |f(x) - g(x)|dx$. Trong đó $\alpha,\ \beta$ là nghiệm nhỏ nhất và lớn nhất của phương trình $f(x) = g(x)$ $\left(a \le \alpha < \beta \le b\right)$.

Phương pháp giải toán

Bước 1. Giải phương trình $f(x) = g(x)$ tìm các giá trị α, β.

Bước 2. Tính $S = \int_\alpha^\beta |f(x) - g(x)|dx$ như trường hợp 1.

Câu 1. Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a\ ;\ b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ $(a < b)$ là:

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|.dx$.

B. $S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$.

C. $S = \int_a^b (f(x) - g(x))^2.dx$.

D. $S = \pi\int_a^b |f(x) - g(x)|.dx$.

Câu 2. Diện tích *S* của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, liên tục trên $[a\ ;\ b]$ trục hoành và hai đường thẳng $x=a,x=b\left(a<b\right)$ cho bởi công thức:

A. $S=\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|dx.$ B. $S=\int\limits_a^b f\left(x\right)dx.$ C. $S=\pi\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|dx.$ D. $S=\pi\int\limits_a^b f^2\left(x\right)dx.$

Câu 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3+11x-6,\ y=6x^2$, $x=0,\ x=2$. (*Đơn vị diện tích*)

A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{18}{23}$

Hướng dẫn giải:

Đặt $h(x)=(x^3+11x-6)-6x^2=x^3-6x^2+11x-6$

$h(x)=0\Leftrightarrow x=1\vee x=2\vee x=3$ (loại).

Bảng xét dấu

x	0		1		2
h(x)		-	0	+	0

$$S=-\int\limits_0^1\left(x^3-6x^2+11x-6\right)dx+\int\limits_1^2\left(x^3-6x^2+11x-6\right)dx$$

$$=-\left(\frac{x^4}{4}-2x^3+\frac{11x^2}{2}-6x\right)\Bigg|_0^1+\left(\frac{x^4}{4}-2x^3+\frac{11x^2}{2}-6x\right)\Bigg|_1^2=\frac{5}{2}.$$

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=x^3,\ y=4x$ là:

A. 8 B. 9 C. 12 D. 13

Hướng dẫn giải:

Ta có $x^3=4x\Leftrightarrow x=-2\vee x=0\vee x=2$

$$\Rightarrow S=\left|\int\limits_{-2}^0\left(x^3-4x\right)dx\right|+\left|\int\limits_0^2\left(x^3-4x\right)dx\right|=\left|\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Bigg|_{-2}^0\right|+\left|\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Bigg|_0^2\right|=8.$$

Vậy $S=8$ (đvdt).

Chú ý:Nếu trong đoạn $[\alpha;\ \beta]$ phương trình $f(x)=g(x)$ không còn nghiệm nào nữa thì ta có thể dùng công thức $\int_{\alpha}^{\beta}|f(x)-g(x)|dx=\left|\int_{\alpha}^{\beta}[f(x)-g(x)]dx\right|$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[a;b]$. Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ được tính theo công thức

A. $S=\int_a^b f(x)dx.$ B. $S=-\int_a^b f(x)dx.$ C. $S=-\int_a^b f^2(x)dx.$ D. $S=\int_a^b f^2(x)dx.$

Hướng dẫn giải

Theo công thức **(SGK cơ bản)** ta có $S=\int_a^b f(x)dx.$

Câu 6. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ được tính theo công thức

A. $S=\int_a^b |f(x)|dx.$ B. $S=\int_a^b f(x)dx.$ C. $S=\int_a^b |f(x)|^2 dx.$ D. $S=\pi\int_a^b f(x)dx.$

Hướng dẫn giải

Theo công thức **(SGK cơ bản)** ta có $S=\int_a^b |f(x)|dx.$

Câu 7. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ được tính theo công thức

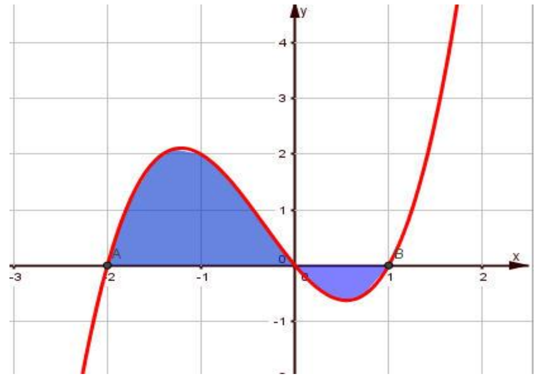
A. $S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx.$ B. $S=\int_a^b [f(x)-g(x)]dx.$

C. $S=\int_a^b |f(x)-g(x)|^2 dx.$ D. $S=\pi\int_a^b |f(x)-g(x)|^2 dx.$

Hướng dẫn giải

Theo công thức **(SGK cơ bản)** ta có $S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx.$

Câu 8. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) là



A. $S = \int_{-2}^{0} f(x)dx - \int_{0}^{1} f(x)dx$

B. $S = \int_{-2}^{1} f(x)dx$

C. $S = \int_{0}^{-2} f(x)dx + \int_{0}^{1} f(x)dx$

D. $S = \int_{-2}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{1} f(x)dx$

Hướng dẫn giải

Theo định nghĩa ta có $S = \int_{-2}^{0} f(x)dx - \int_{0}^{1} f(x)dx$

Câu 9. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$ là

A. 20 B. 18 C. 19 D. 21

Hướng dẫn giải

Ta có $x^3 \geq 0$ trên đoạn $[1;3]$ nên $S = \int_{1}^{3} \left|x^3\right| dx = \int_{1}^{3} x^3 dx = \left.\frac{x^4}{4}\right|_{1}^{3} = 20$

Câu 10. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ là

A. $\frac{14}{3}$ B. $\frac{14}{5}$ C. $\frac{13}{3}$ D. 4

Hướng dẫn giải

Ta có $\sqrt{x} \geq 0$ trên đoạn $[1;4]$ nên $S = \int_{1}^{4} \left|\sqrt{x}\right| dx = \int_{1}^{4} \sqrt{x} dx = \left.\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}\right|_{1}^{4} = \frac{14}{3}$

Câu 11. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 8$ là

A. $\frac{45}{4}$ B. $\frac{45}{2}$ C. $\frac{45}{7}$ D. $\frac{45}{8}$

Hướng dẫn giải

Ta có $\sqrt[3]{x} \geq 0$ trên đoạn $[1;8]$ nên $S = \int_1^8 \left|\sqrt[3]{x}\right| dx = \int_1^8 \sqrt[3]{x} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}}\Big|_1^8 = \frac{45}{4}$

Câu 12. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \pi$, $x = \frac{3\pi}{2}$ là

A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{3}{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có $\sin x \leq 0$ trên đoạn $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ nên $S = \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} |\sin x| dx = -\int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \sin x dx = \cos x\Big|_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} = 1$

Câu 13. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \tan x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{4}$ là

A. $-\ln\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\ln\frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $-\ln\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\ln\frac{\sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có $\tan x \geq 0$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right]$ nên

$$S = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} |\tan x| dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = -\ln(\cos x)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = -\ln\frac{\sqrt{6}}{3}$$

Câu 14. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{2x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ là

A. $\frac{e^6}{2} - \frac{1}{2}$ B. $\frac{e^6}{2} + \frac{1}{2}$ C. $\frac{e^6}{3} + \frac{1}{3}$ D. $\frac{e^6}{3} - \frac{1}{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có $e^{2x} \geq 0$ trên đoạn $[0;3]$ nên $S = \int_0^3 \left|e^{2x}\right| dx = \int_0^3 e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x}\Big|_0^3 = \frac{e^6}{2} - \frac{1}{2}$

[DIỆN TÍCH HÌNH PHẲNG]

VẬN DỤNG THẤP

Câu 15. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ là

A. $\frac{51}{4}$ B. $\frac{53}{4}$ C. $\frac{49}{4}$ D. $\frac{25}{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có $x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \in [1;4]$

Khi đó diện tích hình phẳng là

$$S = \int_1^4 \left|x^3 - 3x^2\right| dx = \left|\int_1^3 (x^3 - 3x^2) dx\right| + \left|\int_3^4 (x^3 - 3x^2) dx\right|$$

$$= \left|\left(\frac{x^4}{4} - x^3\right)\Bigg|_1^3\right| + \left|\left(\frac{x^4}{4} - x^3\right)\Bigg|_3^4\right| = 6 + \frac{27}{4} = \frac{51}{4}$$

Câu 16. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ là

A. $\frac{144}{5}$ B. $\frac{143}{5}$ C. $\frac{142}{5}$ D. $\frac{141}{5}$

Hướng dẫn giải

Ta có $x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [0;3]$

Khi đó diện tích hình phẳng là

$$S = \int_0^3 \left|x^4 - 3x^2 - 4\right| dx = \left|\int_0^2 (x^4 - 3x^2 - 4) dx\right| + \left|\int_2^3 (x^4 - 3x^2 - 4) dx\right|$$

$$= \left|\left(\frac{x^5}{5} - x^3 - 4x\right)\Bigg|_0^2\right| + \left|\left(\frac{x^5}{5} - x^3 - 4x\right)\Bigg|_2^3\right| = \frac{48}{5} + \frac{96}{5} = \frac{144}{5}$$

Câu 17. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là

A. $3 - 2\ln 2$ B. $3 - \ln 2$ C. $3 + 2\ln 2$ D. $3 + \ln 2$

Hướng dẫn giải

Ta có $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$ nên

$$S=\int_{-1}^{2}\left|\frac{x+1}{x+2}\right|dx=\left|\int_{-1}^{2}\left(1-\frac{1}{x+2}\right)dx\right|=\left|\left(x-\ln|x+2|\right)\Big|_{-1}^{2}\right|=3-2\ln 2$$

Câu 18. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y=2-x^2$ và đường thẳng $y=-x$ là

A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{9}{4}$ C. 3 D. $\frac{7}{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có $2-x^2=-x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$ và $2-x^2 \ge -x, \forall x \in [-1;2]$

Nên $S=\int_{-1}^{2}(2+x-x^2)dx=\left(2x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{2}=\frac{9}{2}$

Câu 19. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\cos 2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=\frac{\pi}{2}$ là

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải

Ta có $\cos 2x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4} \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

Nên $S=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}|\cos 2x|dx=\left|\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x dx\right|+\left|\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\cos 2x dx\right|=\left|\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_{0}^{\frac{\pi}{4}}\right|+\left|\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\right|=1$

Câu 1. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2-4$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=3$ là

A. $\frac{72}{5}$ B. $\frac{73}{5}$ C. $\frac{71}{5}$ D. 14

Hướng dẫn giải

Ta có $x^4-3x^2-4=0 \Leftrightarrow x=2 \in [0;3]$

Khi đó diện tích hình phẳng là

$$S=\int_0^3\left|x^4-3x^2-4\right|dx=\left|\int_0^2(x^4-3x^2-4)dx\right|+\left|\int_2^3(x^4-3x^2-4)dx\right|$$

$$=\left|\left(\frac{x^5}{5}-x^3-4x\right)\Bigg|_0^2\right|+\left|\left(\frac{x^5}{5}-x^3-4x\right)\Bigg|_2^3\right|=\frac{48}{5}+\frac{96}{5}=\frac{144}{5}$$

Câu 2. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng $x=2$ là

A. $3-2\ln 2$ B. $3-\ln 2$ C. $3+2\ln 2$ D. $3+\ln 2$

Hướng dẫn giải

Ta có $x+1=0\Leftrightarrow x=-1$ nên

$$S=\int_{-1}^{2}\left|\frac{x+1}{x+2}\right|dx=\left|\int_{-1}^{2}\left(1-\frac{1}{x+2}\right)dx\right|=\left|\left(x-\ln\left|x+2\right|\right)\Big|_{-1}^{2}\right|=3-2\ln 2$$

Câu 3. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y=2-x^2$ và đường thẳng $y=-x$ là

A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{9}{4}$ C. 3 D. $\frac{7}{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có $2-x^2=-x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$ và $2-x^2\ge -x,\forall x\in[-1;2]$

Nên $S=\int_{-1}^{2}(2+x-x^2)dx=\left(2x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-1}^{2}=\frac{9}{2}$

Câu 4. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\cos 2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0,x=\frac{\pi}{2}$ là

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải

Ta có $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} \in [0;\frac{\pi}{2}]$

Nên

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos 2x|\,dx = \left|\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx\right| + \left|\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx\right| = \left|\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}\right| + \left|\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\right| = 1$$

Câu 5. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và $y = \sqrt[3]{x}$ là

A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{13}$ C. $\frac{1}{14}$ D. $\frac{1}{15}$

Hướng dẫn giải

Ta có $\sqrt{x} = \sqrt[3]{x} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Nên

$$S = \int_0^1 \left|\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}\right| dx = \left|\int_0^1 (\sqrt{x} - \sqrt[3]{x})dx\right| = \left|\left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3} - \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4}\right)\Big|_0^1\right| = \frac{1}{12}$$

Câu 6. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ và $y = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$ là

A. $\frac{37}{12}$ B. $\frac{37}{13}$ C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải

Ta có $2x^3 - 3x^2 + 1 = x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Nên

$$S = \int_{-2}^1 \left|x^3 + x^2 - 2x\right| dx = \left|\int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x)dx\right| + \left|\int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x)dx\right|$$

$$= \left|\left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2\right)\Big|_{-2}^0\right| + \left|\left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2\right)\Big|_0^1\right| = \frac{37}{12}$$