

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 1. Gọi φ là góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} , với \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$, khi đó $\cos \varphi$ bằng:

- A. $\frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$. B. $\frac{|\vec{a}\vec{b}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$. C. $\frac{-\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$. D. $\frac{\vec{a}+\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$.

Câu 2. Gọi φ là góc giữa hai vectơ $\vec{a}(1;2;0)$ và $\vec{b}(2;0;-1)$, khi đó $\cos \varphi$ bằng:

- A. $\frac{2}{5}$. B. 0. C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $-\frac{2}{5}$.

Câu 3. Cho vectơ $\vec{a}(1;3;4)$, tìm vectơ \vec{b} cùng phương với vectơ \vec{a}

- A. $\vec{b}(-2;-6;-8)$. B. $\vec{b}(-2;-6;8)$. C. $\vec{b}(-2;6;8)$. D. $\vec{b}(2;-6;-8)$.

Câu 4. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}(-2;2;5), \vec{b}(0;1;2)$ trong không gian bằng:

- A. 12. B. 13. C. 10. D. 14.

Câu 5. Trong không gian cho hai điểm $A(-1;2;3), B(0;1;1)$, độ dài đoạn AB bằng

- A. $\sqrt{6}$. B. $\sqrt{8}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{12}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị, khi đó với $M(x; y; z)$ thì \vec{OM} bằng

- A. $x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. B. $x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$. C. $x\vec{j} + y\vec{i} + z\vec{k}$. D. $-x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$.

Câu 7. Tích có hướng của hai vectơ $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ là một vectơ, kí hiệu $[\vec{a}, \vec{b}]$, được xác định bằng tọa độ:

- A. $(a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$. B. $(a_2b_3 + a_3b_2; a_3b_1 + a_1b_3; a_1b_2 + a_2b_1)$.
C. $(a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 + a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$. D. $(a_2b_2 - a_3b_3; a_3b_3 - a_1b_1; a_1b_1 - a_2b_2)$.

Câu 8. Cho các vectơ $\vec{u}(u_1; u_2; u_3)$ và $\vec{v}(v_1; v_2; v_3)$, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ khi và chỉ khi:

- A. $u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3 = 0$. B. $u_1 + v_1 + u_2 + v_2 + u_3 + v_3 = 0$.
C. $u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3 = 1$. D. $u_1v_2 + u_2v_3 + u_3v_1 = -1$.

Câu 9. Cho vectơ $\vec{a}(1;-1;2)$, độ dài vectơ \vec{a} là:

- A. $\sqrt{6}$. B. 2. C. $-\sqrt{6}$. D. 4.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M nằm trên trục Ox sao cho M không trùng với gốc tọa độ, khi đó tọa độ điểm M có dạng

- A. $M(a;0;0), a \neq 0$. B. $M(0;b;0), b \neq 0$. C. $M(0;0;c), c \neq 0$. D. $M(a;1;1), a \neq 0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho M không trùng với gốc tọa độ và không nằm trên hai trục Ox, Oy , khi đó tọa độ điểm M là $(a, b, c \neq 0)$:

- A. $(a; b; 0)$. B. $(0; b; a)$. C. $(0; 0; c)$. D. $(a; 1; 1)$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(0; 3; 4)$ và $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$, khi đó tọa độ vectơ \vec{b} có thể là

- A. $(-8; 0; -6)$. B. $(4; 0; 3)$. C. $(2; 0; 1)$. D. $(0; 3; 4)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ \vec{u} và \vec{v} , khi đó $[[\vec{u}, \vec{v}]]$ bằng

- A. $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$. B. $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$ cho ba vectơ $\vec{a}(1; -1; 2), \vec{b}(3; 0; -1), \vec{c}(-2; 5; 1)$, vectơ $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ có tọa độ là

- A. $(6; -6; 0)$. B. $(-6; 6; 0)$. C. $(6; 0; -6)$. D. $(0; 6; -6)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 0; -3), B(2; 4; -1), C(2; -2; 0)$. Độ dài các cạnh AB, AC, BC của tam giác ABC lần lượt là

- A. $\sqrt{21}, \sqrt{14}, \sqrt{37}$. B. $\sqrt{11}, \sqrt{14}, \sqrt{37}$. C. $\sqrt{21}, \sqrt{13}, \sqrt{37}$. D. $\sqrt{21}, \sqrt{13}, \sqrt{35}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 0; -3), B(2; 4; -1), C(2; -2; 0)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. B. $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$. C. $(5; 2; 4)$. D. $\left(\frac{5}{2}; 1; -2\right)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 2; 0), B(-1; 1; 3), C(0; -2; 5)$. Để 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng thì tọa độ điểm D là

- A. $D(-2; 5; 0)$. B. $D(1; 2; 3)$. C. $D(1; -1; 6)$. D. $D(0; 0; 2)$.

Hướng dẫn giải

Tính $[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} = 0$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 2; 3), \vec{b} = (-2; 0; 1), \vec{c} = (-1; 0; 1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i}$

- A. $\vec{n} = (-6; 2; 6)$. B. $\vec{n} = (6; 2; -6)$. C. $\vec{n} = (0; 2; 6)$. D. $\vec{n} = (-6; 2; 6)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 2), B(-2; 1; 3), C(3; 2; 4)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC

- A. $G\left(\frac{2}{3}; 1; 3\right)$. B. $G(2; 3; 9)$. C. $G(-6; 0; 24)$. D. $G\left(2; \frac{1}{3}; 3\right)$.

Câu 20. Cho 3 điểm $M(2;0;0), N(0;-3;0), P(0;0;4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là

- A. $(2;3;4)$ B. $(-2;-3;4)$ C. $(3;4;2)$ D. $(-2;-3;-4)$

Hướng dẫn giải

$$\text{Gọi } Q(x; y; z), MNPQ \text{ là hình bình hành thì } \overline{MN} = \overline{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z - 4 = 0 \end{cases}$$

Câu 21. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1;1;1), N(2;3;4), P(7;7;5)$. Để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là

- A. $Q(6;5;2)$. B. $Q(-6;5;2)$. C. $Q(6;-5;2)$. D. $Q(-6;-5;-2)$.

Hướng dẫn giải

Điểm $Q(x; y; z)$

$$\overline{MN} = (1; 2; 3), \overline{QP} = (7 - x; 7 - y; 5 - z)$$

Vì $MNPQ$ là hình bình hành nên $\overline{MN} = \overline{QP} \Rightarrow Q(6; 5; 2)$

Câu 22. Cho 3 điểm $A(1;2;0), B(1;0;-1), C(0;-1;2)$. Tam giác ABC là

- A. Tam giác có ba góc nhọn. B. Tam giác cân đỉnh A .
C. Tam giác vuông đỉnh A . D. Tam giác đều.

Hướng dẫn giải

$\overline{AB} = (0; -2; -1); \overline{AC} = (-1; -3; 2)$. Ta thấy $\overline{AB} \cdot \overline{AC} \neq 0 \Rightarrow \Delta ABC$ không vuông.

$|\overline{AB}| \neq |\overline{AC}| \Rightarrow \Delta ABC$ không cân.

Câu 23. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1;2;2), B(0;1;3), C(-3;4;0)$. Để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là

- A.** $D(-4;5;-1)$. **B.** $D(4;5;-1)$. **C.** $D(-4;-5;-1)$. **D.** $D(4;-5;1)$.

Hướng dẫn giải

Điểm $D(x; y; z)$

$$\overline{AB}(1; -1; 1), \overline{DC}(-3 - x; 4 - y; -z)$$

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow D(-4; 5; -1)$

- Câu 24.** Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} tạo với nhau góc 60° và $|\vec{a}|=2; |\vec{b}|=4$. Khi đó $|\vec{a}+\vec{b}|$ bằng
- A. $2\sqrt{7}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{5}$. D. 2.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } |\vec{a}+\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 4 + 16 + 8 = 28 \Rightarrow |\vec{a}+\vec{b}| = 2\sqrt{7}.$$

- Câu 25.** Cho điểm $M(1; 2; -3)$, khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy) bằng
- A. 3. B. -3. C. 1. D. 2.

Hướng dẫn giải

$$\text{Với } M(a; b; c) \Rightarrow d(M, (Oxy)) = |c|$$

- Câu 26.** Cho điểm $M(-2; 5; 0)$, hình chiếu vuông góc của điểm M trên trục Oy là điểm
- A. $M'(0; 5; 0)$. B. $M'(0; -5; 0)$. C. $M'(2; 5; 0)$. D. $M'(-2; 0; 0)$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Với } M(a; b; c) \Rightarrow \text{hình chiếu vuông góc của } M \text{ lên trục } Oy \text{ là } M_1(0; b; 0)$$

- Câu 27.** Cho điểm $M(1; 2; -3)$, hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là điểm
- A. $M'(1; 2; 0)$. B. $M'(1; 0; -3)$. C. $M'(0; 2; -3)$. D. $M'(1; 2; 3)$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Với } M(a; b; c) \Rightarrow \text{hình chiếu vuông góc của } M \text{ lên mặt phẳng } (Oxy) \text{ là } M_1(a; b; 0)$$

- Câu 28.** Cho điểm $M(-2; 5; 0)$, khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng
- A. 5. B. 25. C. 4. D. 0.

Hướng dẫn giải

$$\text{Với } M(a; b; c) \Rightarrow d(M, Ox) = \sqrt{b^2 + c^2}$$

- Câu 29.** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với I là trọng tâm của đáy ABC . Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng

A. $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$. B. $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = 0$. C. $\vec{IA} + \vec{BI} + \vec{IC} = \vec{0}$. D. $\vec{IA} = \vec{IB} + \vec{IC}$.

- Câu 30.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$; $\vec{b} = (1; 1; 0)$; $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai:

A. $\vec{b} \perp \vec{c}$. B. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. C. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. D. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Hướng dẫn giải

Vì $\vec{b} \cdot \vec{c} = 2 \neq 0$.

VẬN DỤNG THẤP

Câu 1. Cho điểm $M(3;2;-1)$, điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (Oxy) là điểm

- A.** $M'(3;2;1)$. **B.** $M'(3;-2;-1)$. **C.** $M'(3;-2;1)$. **D.** $M'(3;2;0)$.

Hướng dẫn giải

Với $M(a;b;c) \Rightarrow$ điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (Oxy) là $M(a;b;-c)$

Câu 2. Cho điểm $M(3;2;-1)$, điểm $M'(a;b;c)$ đối xứng của M qua trục Oy , khi đó $a+b+c$ bằng

- A.** 0. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Với $M(a;b;c) \Rightarrow$ điểm đối xứng của M qua trục Oy là $M'(-a;b;-c)$

$\Rightarrow M'(-3;2;1) \Rightarrow a+b+c=0$.

Câu 3. Cho $\vec{u}(1;1;1)$ và $\vec{v}(0;1;m)$. Để góc giữa hai vectơ \vec{u}, \vec{v} có số đo bằng 45° thì m bằng

- A.** $2 \pm \sqrt{3}$. **B.** $\pm \sqrt{3}$. **C.** $1 \pm \sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

$$\cos \varphi = \frac{1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot m}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{m^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{2}(m+1) = \sqrt{3}\sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 3(m^2+1) = 2(m+1)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow m = 2 \pm \sqrt{3}$$

Câu 4. Cho $A(1;-2;0), B(3;3;2), C(-1;2;2), D(3;3;1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Tính $\overline{AB}(2;5;2), \overline{AC}(-2;4;2), \overline{AD}(2;5;1)$

$$V = \frac{1}{6} |[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD}| = 3$$

Sử dụng Casio

w 8 1 1 (nhập vectơ \overline{AB})

q 5 2 2 2 (nhập vectơ \overline{AC})

q 5 2 3 1 (nhập vectơ \overline{AD})

C1a6q̄c(abs) q̄53q̄54q̄57q̄55= (tính V)

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$. Độ dài đường cao vẽ từ D của tứ diện $ABCD$ cho bởi công thức nào sau đây:

A. $h = \frac{[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD}}{|\overline{AB} \cdot \overline{AC}|}$.

B. $h = \frac{1}{3} \frac{[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD}}{|\overline{AB} \cdot \overline{AC}|}$.

C. $h = \frac{[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD}}{|\overline{AB} \cdot \overline{AC}|}$.

D. $h = \frac{1}{3} \frac{[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD}}{|\overline{AB} \cdot \overline{AC}|}$.

Hướng dẫn giải

Vì $V_{ABCD} = \frac{1}{3} h \cdot \frac{1}{2} |\overline{AB} \cdot \overline{AC}| = \frac{1}{6} |[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD}|$ nên $h = \frac{[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD}}{|\overline{AB} \cdot \overline{AC}|}$.

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0), B(3; 3; 2), C(-1; 2; 2), D(3; 3; 1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{9}{7\sqrt{2}}$.

B. $\frac{9}{7}$.

C. $\frac{9}{\sqrt{2}}$.

D. $\frac{9}{14}$.

Hướng dẫn giải

Tính $\overline{AB}(2; 5; 2), \overline{AC}(-2; 4; 2), \overline{AD}(2; 5; 1)$

$$V = \frac{1}{6} |[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD}| = 3$$

$$V = \frac{1}{3} B \cdot h, \text{ với } B = S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\overline{AB}, \overline{AC}]| = 7\sqrt{2}, h = d(D, (ABC))$$

$$\Rightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot 3}{7\sqrt{2}} = \frac{9}{7\sqrt{2}}$$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; 0; 2), B(-2; 1; 3), C(3; 2; 4), D(6; 9; -5)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$

A. $G(2; 3; 1)$.

B. $G(8; 12; 4)$.

C. $G\left(3; 3; \frac{14}{4}\right)$.

D. $G\left(-9; \frac{18}{4}; -30\right)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1), B(2; -1; 2)$. Điểm M trên trục Ox và cách đều hai điểm A, B có tọa độ là

A. $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$.

B. $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$.

C. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

D. $M\left(0; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

$$M \in Ox \Rightarrow M(a; 0; 0)$$

$$M \text{ cách đều hai điểm } A, B \text{ nên } MA^2 = MB^2 \Leftrightarrow (1-a)^2 + 2^2 + 1^2 = (2-a)^2 + 2^2 + 1^2$$

$$\Leftrightarrow 2a = 3 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1), B(3; -1; 2)$. Điểm M trên trục Oz và cách đều hai điểm A, B có tọa độ là

A. $M(0; 0; 4)$. **B.** $M(0; 0; -4)$. **C.** $M\left(0; 0; \frac{3}{2}\right)$. **D.** $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; -2; 3), B(0; 3; 1), C(4; 2; 2)$. Cosin của góc \widehat{BAC} là

A. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. **B.** $\frac{9}{\sqrt{35}}$. **C.** $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. **D.** $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Câu 11. Tọa độ của vectơ \vec{n} vuông góc với hai vectơ $\vec{a} = (2; -1; 2), \vec{b} = (3; -2; 1)$ là

A. $\vec{n} = (3; 4; -1)$. **B.** $\vec{n} = (3; 4; 1)$. **C.** $\vec{n} = (-3; 4; -1)$. **D.** $\vec{n} = (3; -4; -1)$.

Câu 12. Cho $|\vec{a}| = 2; |\vec{b}| = 5$, góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng $\frac{2\pi}{3}$, $\vec{u} = k\vec{a} - \vec{b}; \vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b}$. Để \vec{u} vuông góc với \vec{v} thì k bằng

A. $-\frac{45}{6}$. **B.** $\frac{45}{6}$. **C.** $\frac{6}{45}$. **D.** $-\frac{6}{45}$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{v} &= (k\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) = 4k - 5 + (2k - 1)|\vec{a}||\vec{b}|\cos\frac{2\pi}{3} \\ &= -6k - 45 \end{aligned}$$

Câu 13. Cho $\vec{u} = (2; -1; 1), \vec{v} = (m; 3; -1), \vec{w} = (1; 2; 1)$. Với giá trị nào của m thì ba vectơ trên đồng phẳng

A. $-\frac{8}{3}$. **B.** $-\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } [\vec{u}, \vec{v}] = (-2; m+2; m+6), \quad [\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 3m+8$$

$$\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{8}{3}$$

Câu 14. Cho hai vectơ $\vec{a} = (1; \log_3 5; m), \vec{b} = (3; \log_5 3; 4)$. Với giá trị nào của m thì $\vec{a} \perp \vec{b}$