

B. Bài tập

Bài toán 1: Cho tam giác ABC, biết $A + B = 120^\circ$, $A - B = 30^\circ$.

- So sánh các cạnh của tam giác
- Tia phân giác của góc A cắt BC ở D. So sánh độ dài các đoạn BD và CD.

Bài toán 2: Cho tam giác ABC cân ở A có chu vi bằng 16cm, cạnh đáy $BC = 4\text{cm}$. So sánh các góc của tam giác ABC.

Bài toán 3: Cho tam giác ABC, biết $A : B : C = 3 : 5 : 7$. So sánh các cạnh của tam giác.

Bài toán 4: Cho tam giác ABC, góc A là góc tù. Trên cạnh AC lấy hai điểm D và E (D nằm giữa A và E). Chứng minh rằng $BA < BD < BE < BC$.

Bài toán 5: Cho tam giác ABC có $B > C$.

- So sánh độ dài các cạnh AB và AC
- Gọi M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MA = MD$. Chứng minh $CDA > CAD$.

Bài toán 6: Tam giác ABC có $AB < AC$. Tia phân giác của góc A cắt BC ở D. Chứng minh rằng điểm D nằm giữa hai điểm B và m (M là trung điểm của BC).

Bài toán 7: Tam giác ABC cân tại A. Kẻ tia Bx nằm giữa hai tia BA và BC. Trên tia Bx lấy điểm D nằm ngoài tam giác ABC. Chứng minh rằng $DC < DB$.

Bài toán 8: Cho tam giác ABC cân ở A, kẻ $AH \perp BC (H \in BC)$. Trên các đoạn thẳng HD và HC, lấy các điểm D và E sao cho $BD = CE$. So sánh độ dài AD, AE bằng cách xét hai hình chiếu.

Bài toán 9: Cho tam giác ABC có B và C là các góc nhọn. Gọi D là điểm bất kỳ thuộc cạnh BC, gọi H và K là chân các đường vuông góc kẻ từ B và C đến đường thẳng AD.

- So sánh các độ dài BH và BD. Có khi nào BH bằng BD không?
- So sánh tổng độ dài BH + CK với BC.

Bài toán 10: Cho tam giác ABC cân ở A. Trên cạnh BC lấy điểm D và E sao cho $BD = DE = EC$. Gọi M là trung điểm của DE.

- Chứng minh rằng $AM \perp BC$
- So sánh độ dài AB, AD, AE, AC.

Bài toán 11: Cho tam giác ABC ($AB \neq AC$). Gọi M là một điểm nằm giữa B và C. Gọi E và F là hình chiếu của B và C xuống đường thẳng AM. So sánh tổng $BE + CF$ với BC.

Bài toán 12: Có tam giác nào mà độ dài ba cạnh như sau không:

- a) 6cm; 8cm; 16cm
- b) 5,5cm; 3,1cm; 2,4cm
- c) 13,7cm; 8,2cm; 5,3cm
- d) 8m; 12m; 7m

Bài toán 13: Tính chu vi của tam giác, biết hai cạnh của một tam giác cân bằng

- a) 18m và 8m;
- b) 4,5dm và 5,5dm

Bài toán 14: Chu vi của một tam giác cân là 62cm, một cạnh là 25cm. Tính hai cạnh còn lại của tam giác.

Bài toán 15: Cho tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Chứng minh rằng $MA < \frac{AB + AC}{2}$

Bài toán 16: Tam giác ABC có $AB = 1m$, $AC = 3m$, độ dài BC (tính bằng mét) là một số tự nhiên. Tính độ dài BC.

Bài toán 17: Cho tam giác ABC. Gọi M là một điểm bất kì nằm trong tam giác đó. Chứng minh rằng tổng $MA + MB + MC$

- a) Lớn hơn nửa chu vi tam giác ABC
- b) Nhỏ hơn chu vi tam giác ABC.

Bài toán 18: Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm BM. Trên tia đối của tia IA lấy điểm E sao cho $IE = IA$.

- a) Điểm M là trọng tâm tam giác nào?
- b) Gọi F là trung điểm của CE. Chứng minh rằng ba điểm A, M, F thẳng hàng.

Bài toán 19: Cho tam giác ABC. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AD = AB$.

Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = \frac{1}{3}AC$. Tia BE cắt CD ở M. Chứng minh:

- a) M là trung điểm của CD

b) $AM = \frac{1}{2}BC$.

Bài toán 20: Cho tam giác ABC. Vẽ trung tuyến BM. Trên tia BM lấy hai điểm G và K sao cho $BG = \frac{2}{3}BM$ và G là trung điểm BK. Gọi N là trung điểm của KC, GN cắt CM ở O. Chứng minh:

a) O là trọng tâm tam giác GKC

b) $GO = \frac{1}{3}BC$.

Bài toán 21: Cho tam giác ABC vuông ở A, trung tuyến AM. Chứng minh rằng $AM = \frac{1}{2}BC$.

Bài toán 22: Cho tam giác ABC vuông ở A, có $AB = 16\text{cm}$, $AC = 30\text{cm}$. Tính tổng các khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác đến các đỉnh của tam giác.

Bài toán 23: Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$), trung tuyến AM. Gọi D là một điểm nằm giữa A và M. Chứng minh:

a) $\triangle ABD = \triangle ACD$

b) $\triangle BDC$ là tam giác cân

Bài toán 24: Cho tam giác ABC, $A = 120^\circ$. Các tia phân giác của góc A và C cắt nhau ở O, cắt các cạnh BC và AB lần lượt ở D và E. Đường phân giác góc ngoài tại đỉnh B của tam giác ABC cắt đường thẳng AC tại F. Chứng minh:

a) $BO \perp BF$

b) $BDF = ADF$

c) Ba điểm D, E, F thẳng hàng.

Bài toán 25: Cho tam giác ABC, trung tuyến AM. Từ M kẻ đường thẳng song song với AB cắt C ở N. Biết $AN = MN$, BN cắt AM ở O. Chứng minh:

a) Tam giác ABC cân ở A

b) O là trọng tâm tam giác ABC.

Bài toán 26: Cho tam giác cân ABC, trung tuyến AM. Đường trung trực của AB cắt AM ở O. Chứng minh rằng điểm O cách đều 3 đỉnh của tam giác ABC.

Bài toán 27: Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$). Đường trung trực của AC cắt AB ở D. Biết CD là tia phân giác của góc ACB. Tính các góc của tam giác ABC.

Bài toán 28: Cho tam giác đều ABC. Trên các cạnh AB, BC, CA lấy theo thứ tự ba điểm M, N, P sao cho $AM = BN = CP$.

- Chứng minh tam giác MNP là tam giác đều
- Gọi O là giao điểm các đường trung trực của tam giác ABC. Chứng minh rằng O cũng là giao điểm của các đường trung trực của tam giác MNP.

Bài toán 29: Cho góc $xOy = 50^\circ$. Trên tia Ox lấy điểm A. Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với Oy ở D. Trên tia đối của tia DO lấy điểm B, qua B kẻ đường thẳng vuông góc với Ox ở E, BE cắt AD ở I.

- Chứng minh OI vuông góc với AB
- Tính AIC.

Bài toán 30: Cho tam giác ABC cân ở A, trung tuyến AM. Biết $BC = 24\text{cm}$, $AM = 5\text{cm}$. Tính độ dài các cạnh AB và AC.

Bài toán 31: Cho tam giác ABC vuông ở A, đường cao AH. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AH và CH. Chứng minh:

- M là trực tâm của tam giác ANB
- BM vuông góc với AN.

Bài toán 32: Cho tam giác ABC cân ở A. Gọi O là giao điểm các đường trung trực của tam giác. Trên tia đối của các tia AB và CA lấy theo thứ tự hai điểm M và N sao cho $AM = CN$.

- Chứng minh $OAB = OCA$
- Chứng minh $\Delta AOM = \Delta CON$
- Gọi I là giao điểm hai đường trung trực của OM và ON. Chứng minh OI là tia phân giác của góc MON.

Bài toán 33: Cho tam giác ABC cân tại A có AD là đường phân giác.

- Chứng minh $\Delta ABD = \Delta ACD$
- Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Chứng minh ba điểm A, G, D thẳng hàng.
- Tính DG biết $AB = 13\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$.

Bài toán 34: Cho tam giác ABC cân tại A có G là trọng tâm. O là giao điểm hai đường trung trực của cạnh AB và AC. Chứng minh rằng:

- Tam giác OBC cân
- Ba điểm A, O, G thẳng hàng.

Bài toán 35: Tam giác ABC vuông tại A, đường phân giác BD. Kẻ $AE \perp BD (E \in BD)$, AE cắt BC ở K.

- Tam giác ABK là tam giác gì?
- Chứng minh rằng $DK \perp BC$
- Kẻ $AH \perp BC (H \in BC)$. Chứng minh rằng AK là tia phân giác của góc HAC.
- Gọi I là giao điểm của AH và BD. Chứng minh rằng $IK \parallel AC$.

Bài toán 36: Cho tam giác ABC cân tại A. Lấy điểm D trên cạnh AB, điểm E trên cạnh AC sao cho $BD = CE$. Chứng minh rằng:

- $DE \parallel BC$
- $\triangle ABE = \triangle ACD$
- $\triangle BID = \triangle CIE$ (I là giao điểm của BE và CD)
- AI là phân giác của góc A
- $AI \perp BC$
- Tìm vị trí của D, E để $BD = DE = EC$.

Bài toán 37: Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ đường cao AH. Trên cạnh AC lấy điểm K sao cho $AK = AH$. Kẻ $KD \perp AC (D \in BC)$. Chứng minh

- $\triangle AHD = \triangle AKD$
- AD là đường trung trực của đoạn thẳng HK.

Bài toán 38: Cho tam giác ABC nhọn có $AC > AB$, đường cao AH.

- Chứng minh $HC > HB$
- Vẽ trung tuyến AM, trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $AM = MD$. Chứng minh: $\triangle ABM = \triangle DCM$
- So sánh góc ADC và DAC. .
- Vẽ hai điểm P và Q sao cho AB, AC lần lượt là trung trực của các đoạn thẳng HP và HQ. Chứng minh tam giác APQ cân.