

Điều kiện: $0 < x \neq 1$

$$PT \Leftrightarrow \log_x 2 - \log_{16} x = 0 \Leftrightarrow \log_x 2 - \log_{2^4} x = 0 \Leftrightarrow \log_x 2 - \frac{1}{4} \log_2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_x 2 - \frac{1}{4 \log_x 2} = 0 \Leftrightarrow \frac{4(\log_x 2)^2 - 1}{4 \log_x 2} = 0 \Leftrightarrow 4(\log_x 2)^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_x 2)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_x 2 = \frac{1}{2} \\ \log_x 2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = x^{\frac{1}{2}} \\ 2 = x^{-\frac{1}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy $x_1 \cdot x_2 = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$, chọn đáp án A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Đáp án B, D có tích âm thì có thể $x_1 < 0$ hoặc $x_2 < 0$ thì không thỏa mãn điều kiện của x nên loại.

Câu 17. Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình $\frac{1}{5 - \log_2 x} + \frac{2}{1 + \log_2 x} = 1$ trở thành phương trình nào?

A. $t^2 - 5t + 6 = 0$. B. $t^2 + 5t + 6 = 0$. C. $t^2 - 6t + 5 = 0$. D. $t^2 + 6t + 5 = 0$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \log_2 x$

$$PT \Leftrightarrow \frac{1}{5-t} + \frac{2}{1+t} = 1 \Leftrightarrow \frac{1+t+2(5-t)}{(5-t)(1+t)} = 1 \Leftrightarrow 1+t+2(5-t) = (5-t)(1+t)$$

$$\Leftrightarrow 11-t = 5+4t-t^2 \Leftrightarrow t^2 - 5t + 6 = 0, \text{ chọn đáp án A}$$

Câu 18. Nếu đặt $t = \lg x$ thì phương trình $\frac{1}{4 - \lg x} + \frac{2}{2 + \lg x} = 1$ trở thành phương trình nào?

A. $t^2 - 3t + 2 = 0$. B. $t^2 + 2t + 3 = 0$. C. $t^2 - 2t + 3 = 0$. D. $t^2 + 3t + 2 = 0$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \lg x$

$$PT \Leftrightarrow \frac{1}{4-t} + \frac{2}{2+t} = 1 \Leftrightarrow \frac{2+t+2(4-t)}{(4-t)(2+t)} = 1 \Leftrightarrow 2+t+2(4-t) = (4-t)(2+t)$$

$$\Leftrightarrow 10-t = 8+2t-t^2 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0, \text{ chọn đáp án A}$$

Câu 19. Nghiệm bé nhất của phương trình $\log_2^3 x - 2 \log_2^2 x = \log_2 x - 2$ là:

A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = \frac{1}{4}$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Hướng dẫn giải

TXĐ: $x > 0$

$$PT \Leftrightarrow \log_2^3 x - 2\log_2^2 x = \log_2 x - 2 \Leftrightarrow \log_2^3 x - 2\log_2^2 x - \log_2 x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^3 x - \log_2 x - 2\log_2^2 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \log_2 x(\log_2^2 x - 1) - 2(\log_2^2 x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_2^2 x - 1)(\log_2 x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2^2 x - 1 = 0 \\ \log_2 x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = 4 \end{cases}$$

chọn đáp án A vì $x = \frac{1}{2}$ nhỏ nhất.

Câu 20. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4x+2) - \log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}} x$ là:

- A. $x > 1$. B. $x > 0$. C. $x > -\frac{1}{2}$. D. $x > -1$.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT xác định khi: } \begin{cases} x > 0 \\ 4x + 2 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > -\frac{1}{2} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1, \text{ chọn đáp án A.}$$

Câu 21. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_2(x+1) - 2\log_4(5-x) < 1 - \log_2(x-2)$ là:

- A. $2 < x < 5$. B. $1 < x < 2$. C. $2 < x < 3$. D. $-4 < x < 3$.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT xác định khi: } \begin{cases} x + 1 > 0 \\ 5 - x > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 5 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 5, \text{ chọn đáp án A.}$$

Câu 22. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}[\log_2(2-x^2)] > 0$ là:

- A. $x \in (-1; 1)$. B. $x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$. C. $x \in (-1; 1) \cup (2; +\infty)$. D. $x \in [-1; 1]$.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT xác định khi: } \begin{cases} 2 - x^2 > 0 \\ \log_2(2 - x^2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ 2 - x^2 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ 1 - x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ -1 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 1, \text{ chọn đáp án A.}$$

Câu 23. Bất phương trình $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) \leq 2$ có tập nghiệm là:

- A. $(-\infty; 0]$. B. $(-\infty; 0)$. C. $[0; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Xét $x > 0 \Rightarrow 2^x > 2^0 = 1 \Rightarrow 2^x + 1 > 2 \Rightarrow \log_2(2^x + 1) > \log_2 2 = 1$ (1)

$x > 0 \Rightarrow 4^x > 4^0 = 1 \Rightarrow 4^x + 2 > 2 + 1 = 3 \Rightarrow \log_3(4^x + 2) > \log_3 3 = 1$ (2)

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta được: $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) > 2$

Mà BPT: $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) \leq 2$ nên $x > 0$ (loại)

Xét $x \leq 0 \Rightarrow 2^x \leq 2^0 = 1 \Rightarrow 2^x + 1 \leq 2 \Rightarrow \log_2(2^x + 1) \leq \log_2 2 = 1$ (3)

$x \leq 0 \Rightarrow 4^x \leq 4^0 = 1 \Rightarrow 4^x + 2 \leq 2 + 1 = 3 \Rightarrow \log_3(4^x + 2) \leq \log_3 3 = 1$ (4)

Cộng vế với vế của (3) và (4) ta được: $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) \leq 2$ (tm)

Vậy $x \leq 0$ hay $x \in (-\infty; 0]$, chọn đáp án A

Câu 24. Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x-1) + 1$ có tập nghiệm là:

- A. $[1 + \sqrt{2}; +\infty)$. B. $[1 - \sqrt{2}; +\infty)$. C. $(-\infty; 1 + \sqrt{2}]$. D. $(-\infty; 1 - \sqrt{2}]$.

Hướng dẫn giải

TXĐ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \vee x > 2 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$

BPT $\Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x-1) + 1 \Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{2^{-1}}(x-1) + 1$

$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - 2) + \log_2(x-1) - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \log_2 \frac{(x^2 - x - 2)(x-1)}{2} \geq 0$

$\Leftrightarrow \frac{(x^2 - x - 2)(x-1)}{2} \geq 1 \Leftrightarrow (x^2 - x - 2)(x-1) \geq 2 \Leftrightarrow x(x^2 - 2x - 1) \geq 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 - \sqrt{2} \text{ (loại)} \\ x \geq 1 + \sqrt{2} \text{ (tm)} \end{cases} \Rightarrow x \geq 1 + \sqrt{2}$

chọn đáp án A.

Câu 25. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2(\log_4 x) \geq \log_4(\log_2 x)$ là:

- A. 8. B. 10. C. 6. D. 9.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x > 0 \\ \log_4 x > 0 \\ + \log_2(\log_2 x) \geq \log_2(\log_2 x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ + \log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right) \geq \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ + \log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right) \geq \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2(\log_2 x) - 1 \geq \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2(\log_2 x) \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2 x \geq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \geq 8 \end{cases} \Rightarrow x \geq 8$$

chọn đáp án A.

Câu 26. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_3(1-x^2) \leq \log_{\frac{1}{3}}(1-x)$ là:

- A. $x=0$. B. $x=1$. C. $x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$. D. $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2 > 0 \\ 1-x > 0 \\ \log_3(1-x^2) \leq -\log_3(1-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x < 1 \\ \log_3(1-x^2) + \log_3(1-x) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ \log_3(1-x^2)(1-x) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ \log_3(1-x^2)(1-x) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ (1-x^2)(1-x) \leq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x(x^2-x-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x \leq \frac{1-\sqrt{5}}{2} \vee 0 \leq x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x \leq \frac{1-\sqrt{5}}{2} \vee 0 \leq x < 1$$

chọn đáp án A vì $x=0$ là nghiệm nguyên nhỏ nhất.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2-3x+1) \leq 0$ là:

- A. $S = \left[0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right]$. B. $S = \left(0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right)$.
C. $S = \left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$. D. $S = \emptyset$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \text{BPT} &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 > 0 \\ \log_2(x^2 - 3x + 1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 > 0 \\ x^2 - 3x + 1 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 > 0 \\ x^2 - 3x + 1 \leq 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \vee x > \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[0; \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; 3\right] \end{aligned}$$

Chọn đáp án A.

Câu 28. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2(x-5) + \log_3(x+2) = 3$ là:

- A. $x > 5$. B. $x > -2$. C. $-2 < x < 5$. D. $x \geq 5$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

PT xác định khi và chỉ khi: $\begin{cases} x-5 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 5$

Chọn đáp án A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_2(X-5) + \log_3(X+2) - 3$

Nhấn CALC và cho $X = 1$ máy tính không tính được. Vậy loại đáp án B và C.

Nhấn CALC và cho $X = 5$ (thuộc đáp án D) máy tính không tính được. Vậy loại D.

Vậy chọn A.

Câu 29. Điều kiện xác định của phương trình $\log(x^2 - 6x + 7) + x - 5 = \log(x - 3)$ là:

- A. $x > 3 + \sqrt{2}$. B. $x > 3$. C. $\begin{cases} x > 3 + \sqrt{2} \\ x < 3 - \sqrt{2} \end{cases}$. D. $x < 3 - \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện phương trình: $\begin{cases} x^2 - 6x + 7 > 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x > 3 + \sqrt{2} \\ x < 3 - \sqrt{2} \end{cases} \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3 + \sqrt{2}$

Chọn đáp án A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log(X^2 - 6X + 7) + X - 5 - \log(X - 3)$

Nhấn CALC và cho $X = 1$ máy tính không tính được. Vậy loại đáp án C và D.

Nhấn CALC và cho $X = 4$ (thuộc đáp án B) máy tính không tính được. Vậy loại B.

Vậy chọn A.

Câu 30. Phương trình $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$ có nghiệm là:

A. $x = 27$.

B. $x = 9$.

C. $x = 3^{12}$.

D. $x = \log_3 6$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6 \Leftrightarrow \log_3 x + 2 \log_3 x - \log_3 x = 6 \Leftrightarrow \log_3 x = 3 \Leftrightarrow x = 27$$

Vậy chọn A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_3 X + \log_{\sqrt{3}} X + \log_{\frac{1}{3}} X - 6$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Vậy chọn A.

Câu 31. Phương trình $\ln \frac{x-1}{x+8} = \ln x$ có nghiệm là:

A. $x = 4$.

B. $\begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$.

C. $x = -2$.

D. $x = 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\ln \frac{x-1}{x+8} = \ln x \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \frac{x-1}{x+8} = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = 4 \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$$

Vậy ta chọn A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\ln \frac{X-1}{X+8} - \ln X$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Vậy chọn A.

Câu 32. Phương trình $\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0$ có tập nghiệm là:

- A. $\{8; 2\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{6; 2\}$. D. $\{6; 8\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 8 \end{cases}$$

Vậy chọn A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_2^2 X - 4\log_2 X + 3$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Vậy chọn A.

Câu 33. Tập nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}\log_2(x+2)^2 - 1 = 0$ là:

- A. $\{0; -4\}$. B. $\{0\}$. C. $\{-4\}$. D. $\{-1; 0\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x \neq -2$

$$pt \Leftrightarrow \log_2|x+2| = 1 \Leftrightarrow |x+2| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = 2 \\ x+2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases}$$

Vậy chọn đáp án A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\frac{1}{2}\log_2((X+2)^2) - 1$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Vậy chọn A.

Câu 34. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 \frac{1}{x} = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x - 1)$ là: