

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI ĐỐI VỚI HỆ SỐ THỰC TRÊN TẬP SỐ PHỨC

I. NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU (tối thiểu 30 câu):

Câu 1. Giải phương trình $2x^2 + x + 1 = 0$ có nghiệm là:

- A.** $\begin{cases} x_1 = \frac{1}{4}(-1 - \sqrt{7}i) \\ x_2 = \frac{1}{4}(-1 + \sqrt{7}i) \end{cases}$
- B.** $\begin{cases} x_1 = \frac{1}{4}(1 + \sqrt{7}i) \\ x_2 = \frac{1}{4}(1 - \sqrt{7}i) \end{cases}$
- C.** $\begin{cases} x_1 = \frac{1}{4}(-1 + \sqrt{7}i) \\ x_2 = \frac{1}{4}(1 - \sqrt{7}i) \end{cases}$
- D.** $\begin{cases} x_1 = \frac{1}{4}(1 + \sqrt{7}i) \\ x_2 = \frac{1}{4}(-1 - \sqrt{7}i) \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = -7 = 7i^2 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phức là:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{-1 \pm i\sqrt{7}}{4}$$

Vậy ta chọn đáp án A.

Câu 2. Giải phương trình $x^2 + (2 - 3i)x - 6i = 0$ có nghiệm là:

- A.** $\begin{cases} x_1 = 3i \\ x_2 = -2 \end{cases}$
- B.** $\begin{cases} x_1 = -3i \\ x_2 = -2 + 3i \end{cases}$
- C.** $\begin{cases} x_1 = -2 + 3i \\ x_2 = -2 - 3i \end{cases}$
- D.** $\begin{cases} x_1 = 2 - 3i \\ x_2 = -2 - 3i \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Ta có:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2 - 3i)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6i) = -5 + 12i \Rightarrow \sqrt{|\Delta|} = \sqrt{|-5 + 12i|} = \sqrt{4 + 12i + 9i^2}$$
$$= \sqrt{(2 + 3i)^2} = 2 + 3i$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-b + \sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{-2 + 3i + 2 + 3i}{2} = 3i$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{-2 + 3i - 2 - 3i}{2} = -2$$

Vậy ta chọn đáp án A.

Câu 3. Khai căn bậc hai số phức $z = -3 + 4i$ có kết quả:

- A.** $\begin{cases} z_1 = 1 + 2i \\ z_2 = -1 - 2i \end{cases}$
- B.** $\begin{cases} z_1 = 1 + 2i \\ z_2 = 1 - 2i \end{cases}$
- C.** $\begin{cases} z_1 = 1 + 2i \\ z_2 = -1 + 2i \end{cases}$
- D.** $\begin{cases} z_1 = -1 + 2i \\ z_2 = -1 - 2i \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Giả sử $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là một căn bậc hai của số phức $z = -3 + 4i$.

Ta có:

$$w^2 = z \Leftrightarrow (x + yi)^2 = -3 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = -3 \\ 2xy = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ y = \frac{2}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Do đó z có hai căn bậc hai là:

$$z_1 = 1 + 2i$$

$$z_2 = -1 - 2i$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 4. Giải phương trình $x^2 - (\sqrt{3} - 1 - i)x - \sqrt{3}(1 + i) = 0$ có nghiệm:

A. $x_1 = -1 - i; x_2 = \sqrt{3}$

B. $x_1 = 1 - i; x_2 = -\sqrt{3}$

C. $x_1 = 1 - i; x_2 = \sqrt{3}$

D. $x_1 = 1 + i; x_2 = \sqrt{3}$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = 3 + 2\sqrt{3} + (2 + 2\sqrt{3})i \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \pm(1 + \sqrt{3} + i)$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-b + \sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{\sqrt{3} - 1 - i + 1 + \sqrt{3} + i}{2} = \sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{\sqrt{3} - 1 - i - 1 - \sqrt{3} - i}{2} = -1 - i$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 5. Giải phương trình $z^2 - (3 + 4i)z + (-1 + 5i) = 0$ có nghiệm là:

A. $\begin{cases} z_1 = 2 + 3i \\ z_2 = 1 + i \end{cases}$

B. $\begin{cases} z_1 = 2 - 3i \\ z_2 = 1 - i \end{cases}$

C. $\begin{cases} z_1 = -(2 + 3i) \\ z_2 = -(1 + i) \end{cases}$

D. $\begin{cases} z_1 = 2 + 3i \\ z_2 = -1 + i \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

$\Delta = b^2 - 4ac = (3 + 4i)^2 - 4.1.(-1 + 5i) = -3 + 4i \Rightarrow \sqrt{|\Delta|} = \pm(1 + 2i)$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-b + \sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{3 + 4i + 1 + 2i}{2a} = 2 + 3i$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{3 + 4i - 1 - 2i}{2a} = 1 + i$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $z^3 - 8 = 0$ là:

A. $\begin{cases} z_1 = 2 \\ z_2 = -1 + \sqrt{3}i \\ z_3 = -1 - \sqrt{3}i \end{cases}$

B. $\begin{cases} z_1 = 2 \\ z_2 = 1 + \sqrt{3}i \\ z_3 = 1 - \sqrt{3}i \end{cases}$

$$\text{C. } \begin{cases} z_1 = -2 \\ z_2 = -1 + \sqrt{3}i \\ z_3 = -1 - \sqrt{3}i \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} z_1 = -2 \\ z_2 = 1 + \sqrt{3}i \\ z_3 = 1 - \sqrt{3}i \end{cases}$$

Hướng dẫn giải:

Sử dụng hằng đẳng thức số 7, ta có:

$$z^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow (z-2)(z^2 + 2z + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ z^2 + 2z + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ (z+1)^2 = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ z+1 = \sqrt{3}i \\ z+1 = -\sqrt{3}i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ z = -1 + \sqrt{3}i \\ z = -1 - \sqrt{3}i \end{cases}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 7. Giải phương trình $|z| + z = 2 + 4i$ có nghiệm là:

A. $z = -3 + 4i$

B. $z = -2 + 4i$

C. $z = -4 + 4i$

D. $z = -5 + 4i$

Hướng dẫn giải:

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Thay vào phương trình: $\sqrt{a^2 + b^2} + a + bi = 2 + 4i$

Suy ra $\begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2} + a = 2 \\ b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 4 \end{cases}$

Ta chọn đáp án A.

Câu 8. Hai giá trị $x_1 = a + bi$; $x_2 = a - bi$ là hai nghiệm của phương trình:

A. $x^2 - 2ax + a^2 + b^2 = 0$

B. $x^2 + 2ax + a^2 - b^2 = 0$

C. $x^2 + 2ax + a^2 + b^2 = 0$

D. $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$

Hướng dẫn giải:

Áp dụng định lý đảo Viet: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 2a \\ P = x_1 x_2 = a^2 + b^2 \end{cases}$

Do đó x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - Sx + P = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2ax + a^2 + b^2 = 0$

Ta chọn đáp án A.

Câu 9. Trong \mathbb{C} , phương trình $z^2 + 3iz + 4 = 0$ có nghiệm là:

A. $\begin{cases} z = i \\ z = -4i \end{cases}$

B. $\begin{cases} z = 3i \\ z = 4i \end{cases}$

C. $\begin{cases} z = 1 + i \\ z = -3i \end{cases}$

D. $\begin{cases} z = 2 - 3i \\ z = 1 + i \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (3i)^2 - 4.1.4 = -25 < 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phức là:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{-3i + 5i}{2} = i$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{-3i - 5i}{2} = -4i$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 10. Trong \mathbb{C} , phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ có nghiệm là:

A.
$$\begin{cases} z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \\ z = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} z = \frac{2 + \sqrt{3}i}{2} \\ z = \frac{2 - \sqrt{3}i}{2} \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} z = \frac{1 + \sqrt{5}i}{2} \\ z = \frac{1 - \sqrt{5}i}{2} \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} z = 3 + 5i \\ z = 3 - 5i \end{cases}$$

Hướng dẫn giải:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.1.1 = -3 < 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phức là:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 11. Tính căn bậc hai của số phức $z = 8 + 6i$ ra kết quả:

A.
$$\begin{cases} z_1 = 3 + i \\ z_2 = -3 - i \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} z_1 = 3 - i \\ z_2 = 3 + i \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} z_1 = -3 + i \\ z_2 = 3 - i \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} z_1 = 3 - i \\ z_2 = -3 - i \end{cases}$$

Hướng dẫn giải:

Giả sử $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là một căn bậc hai của số phức $z = 8 + 6i$.

$$\text{Ta có: } w^2 = z \Leftrightarrow (x + yi)^2 = 8 + 6i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 8 \\ 2xy = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 9 \\ y = \frac{3}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ x = -3 \\ y = -1 \end{cases}$$

Do đó z có hai căn bậc hai là
$$\begin{cases} z_1 = 3 + i \\ z_2 = -3 - i \end{cases}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $z^2 + \sqrt{5} = 0$ là:

- A. $\begin{cases} z_1 = \sqrt[4]{5}i \\ z_2 = -\sqrt[4]{5}i \end{cases}$ B. $\begin{cases} z_1 = \sqrt{5} \\ z_2 = -\sqrt{5} \end{cases}$ C. $\sqrt{5}i$ D. $-\sqrt{5}i$

Hướng dẫn giải:

$$z^2 + \sqrt{5} = 0 \Leftrightarrow z^2 = -\sqrt{5} \Leftrightarrow z = \pm i\sqrt[4]{5}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $z^2 = -5 + 12i$ là:

- A. $\begin{cases} z_1 = 2 + 3i \\ z_2 = -2 - 3i \end{cases}$ B. $z = 2 + 3i$
C. $z = 2 - 3i$ D. $\begin{cases} z_1 = 2 - 3i \\ z_2 = -2 + 3i \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là một nghiệm của phương trình.

$$z^2 = -5 + 12i \Leftrightarrow (x + yi)^2 = -5 + 12i \Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xy = -5 + 12i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ y = \frac{6}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases} \end{cases}$$

Do đó phương trình có hai nghiệm là $\begin{cases} z_1 = 2 + 3i \\ z_2 = -2 - 3i \end{cases}$

Ta chọn đáp án A.

Câu 14. Nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$ là:

- A. $\begin{cases} z_1 = -2 - i \\ z_2 = -2 + i \end{cases}$ B. $z = -2 - i$
C. $z = 2 - i$ D. $z = -2 + i$

Hướng dẫn giải:

$$z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow (z + 2)^2 = -1 \Leftrightarrow z + 2 = \pm i \Leftrightarrow z = -2 \pm i$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 15. Nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 1 - 2i = 0$ là:

- A. $\begin{cases} z_1 = 2 + i \\ z_2 = -i \end{cases}$ B. $\begin{cases} z_1 = i - 2 \\ z_2 = -i \end{cases}$
C. $\begin{cases} z_1 = 2 + i \\ z_2 = 2 - i \end{cases}$ D. $\begin{cases} z_1 = 2 - i \\ z_2 = -i \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

$$z^2 - 2z + 1 - 2i = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 = 2i \Leftrightarrow z-1 = \pm(1+i) \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1+1+i = 2+i \\ z = 1-1-i = -i \end{cases}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 16. Cho $z = 3 + 4i$. Tìm căn bậc hai của z :

A. $2+i$ và $-2-i$

B. $2+i$ và $2-i$

C. $-2+i$ và $2-i$

D. $\sqrt{3}+2i$ và $-\sqrt{3}-2i$

Hướng dẫn giải:

Giả sử $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là một căn bậc hai của số phức $z = 3 + 4i$.

Ta có:

$$w^2 = z \Leftrightarrow (x + yi)^2 = 3 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2xy = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ y = \frac{2}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Do đó z có hai căn bậc hai là $\begin{cases} z_1 = 2+i \\ z_2 = -2-i \end{cases}$

Ta chọn đáp án A.

Câu 17. Cho $z = 1 - i$. Tìm căn bậc hai dạng lượng giác của z :

A. $\sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{-\pi}{8} + i \sin \frac{-\pi}{8} \right)$ và $\sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{7\pi}{8} + i \sin \frac{7\pi}{8} \right)$

B. $\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$

C. $\sqrt{2} \left(\cos \frac{-\pi}{4} + i \sin \frac{-\pi}{4} \right)$

D. $\sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8} \right)$ và $\sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{-\pi}{8} + i \sin \frac{-\pi}{8} \right)$

Hướng dẫn giải:

Ta có $z = 1 - i = \sqrt{2} \left[\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right]$ có các căn bậc hai là:

$$w_1 = \sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{7\pi}{8} + i \sin \frac{7\pi}{8} \right); w_2 = \sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{-\pi}{8} + i \sin \frac{-\pi}{8} \right)$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 18. Trong \mathbb{C} , phương trình $(z^2 + i)(z^2 - 2iz - 1) = 0$ có nghiệm là:

A. $\frac{\sqrt{2}(1-i)}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}(-1+i), i$

B. $1 - i; -1 + i; 2i$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}(1-2i); \frac{\sqrt{3}}{2}(-2+i); 4i$

D. $1 - 2i; -15i; 3i$

Hướng dẫn giải: