

PHẦN 2: CÂU HỎI THUỘC CHUYÊN ĐỀ MŨ VÀ LOGARIT TRONG ĐỀ THI MINH HỌA THPT QUỐC GIA 2017

Tùy đề thi minh họa, ta có thể phân tích (về phần chuyên đề Mũ và logarit) như sau: Tổng có 10 câu hình tương ứng với 2 điểm, có số câu nhiều thứ 2 sau chuyên đề "Hàm số". Trong đó có 1 câu nâng cao tổng hợp kết hợp với kiến thức thực tế (bài toán lãi suất).

Sau đây, tôi sẽ trình bày cụ thể lời giải chi tiết cho các câu hỏi về chuyên đề "Mũ và logarit" đã xuất hiện trong đề thi minh họa

Câu 1. [Trích Đề minh họa 2017] Giải phương trình $\log_4(x-1) = 3$.

- A. $x = 63$. B. $x = 65$. C. $x = 80$. D. $x = 82$.

Lời giải:

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

$$\frac{DK: x > 1}{\rightarrow \log_4(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 65 \text{ (tm)}} \Rightarrow \text{Chọn đáp án B.}$$

→ Để tránh nhầm lẫn học sinh nên nhớ theo cách:

“ $\log_a b$ trả lời cho câu hỏi a mũ mấy bằng b ”

Trong câu hỏi này một số giáo viên có chia sẻ cách sử dụng casio, vinacal bằng lệnh CALC hoặc SHIFT + CALC nhưng theo ý kiến cá nhân của thầy (mọi người đừng ném đá) là không nên dùng trong tình huống này vì đây là một phương trình khá đơn giản mà giải tay ta chỉ mất có tầm 10s nên không việc gì phải dùng máy tính bỏ túi cho lâu cả (dùng dao mổ trâu để giết gà). Qua đây các em HS nên lưu ý chỉ lên coi máy tính bỏ túi như một công cụ hỗ trợ thôi nhé. Còn cụ thể dùng 2 lệnh trên như thế nào chúng ta xem phần sau của thầy sẽ có hướng dẫn đầy đủ.

Câu 2. [Trích Đề minh họa 2017] Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$.

- A. $y' = x \cdot 13^{x-1}$. B. $y' = 13^x \cdot \ln 13$. C. $y' = 13^x$. D. $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$.

Lời giải:

$$\frac{(a^x)' = a^x \ln a, \forall x \in \mathbb{R}}{0 < a \neq 1} \rightarrow y' = 13^x \cdot \ln 13. \Rightarrow \text{Chọn đáp án B.}$$

Câu 3. [Trích Đề minh họa 2017] Giải phương trình $\log_2(3x-1) > 3$.

- A. $x > 3$. B. $\frac{1}{3} < x < 3$. C. $x < 3$. D. $x > \frac{10}{3}$.

Lời giải:

Chú ý rằng $\log_a x$ là hàm đồng biến khi $a > 1$ và nghịch biến khi $0 < a < 1$.

Ở đây $a > 1$ nên ta có thể biến đổi ngay $\log_a x > m \Leftrightarrow x > a^m$ và $\log_a x < m \Leftrightarrow 0 < x < a^m$.

Áp dụng: $\log_2(3x-1) > 3 \Leftrightarrow 3x-1 > 2^3 \Leftrightarrow x > 3 \Rightarrow \text{Chọn đáp án A.}$

Câu 4. [Trích Đề minh họa 2017] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$

- A. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$. B. $D = [-1; 3]$.
C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $D = (-1; 3)$.

Lời giải:

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

Chú ý rằng hàm số $y = \log_a f(x)$ xác định khi $f(x) > 0$.

Áp dụng: Hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ xác định khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

$$\Rightarrow D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty) \Rightarrow \text{Chọn đáp án C.}$$

Bình luận:

- + Với bài toán này, ta có thể sử dụng phương pháp điểm biên để loại nhanh 2 phương án nhiễu A, B (không có dấu = tại 1 và 3).
- + Tiếp tục sử dụng máy tính bỏ túi hoặc nhẩm trực tiếp để kiểm tra dấu của $x^2 - 2x - 3$ tại $x = 2 \in (-1; 3)$ ta có kết quả $-3 < 0 \Rightarrow$ loại D.

Phản bình luận này không đi theo mục đích là xem cách nào nhanh hơn mà mục đích của nó là nhằm giúp cho HS nhận biết được một cách tiếp cận khác đối với bài toán trắc nghiệm.

Câu 5. [Trích Đề minh họa 2017] Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0$. B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0$.

C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \log_7 2 + x^2 < 0$. D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x \log_2 7 < 0$.

Lời giải:

Ta thấy trong đáp án lấy logarit của ba cơ số là 2, 7 và e. Do đó, để kiểm tra, ta lần lượt biến đổi:

$$\begin{aligned}
 & \log_2(2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \log_2 2^x + \log_2 7^{x^2} < 0 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0 \rightarrow \text{A đúng} \\
 f(x) < 1 \Leftrightarrow 2^x \cdot 7^{x^2} < 1 & \Leftrightarrow \ln(2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \ln 2^x + \ln 7^{x^2} < 0 \Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0 \rightarrow \text{B đúng.} \\
 & \log_7(2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \log_7 2^x + \log_7 7^{x^2} < 0 \Leftrightarrow x \log_7 2 + x^2 < 0 \rightarrow \text{C đúng}
 \end{aligned}$$

\rightarrow D sai \Rightarrow Chọn đáp án D.

Chú ý: D sai, vì $x + x^2 \log_2 7 = x(1 + x \log_2 7) < 0 \Leftrightarrow 1 + x \log_2 7 < 0$ chỉ đúng khi $x > 0$, mà ở đây đề bài chưa nói rõ do đó có thể xảy ra tình huống x không dương).

Qua đây cũng có một điều cần lưu ý là *khi lấy logarit hai vé với cơ số nhỏ hơn 1 thì bất phương trình đổi chiều*. HS lưu ý để tránh nhầm lẫn.

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Câu 6. [Trích Đề minh họa 2017] Cho các số thực dương a, b , với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b.$

B. $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b.$

C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b.$

D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b.$

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \log_{a^2} ab = \frac{1}{2} \log_a ab = \frac{1}{2} (\log_a a + \log_a b) = \frac{1}{2} (1 + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b.$$

⇒ Chọn đáp án D.

Câu 7. [Trích Đề minh họa 2017] Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$.

A. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}.$

B. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}.$

C. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}.$

D. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}.$

Lời giải:

$$\text{Ta có: } y' = \left(\frac{x+1}{4^x} \right)' = \frac{4^x - 4^x \ln 4(x+1)}{(4^x)^2} = \frac{4^x [1 - (x+1)\ln 4]}{(4^x)^2} = \frac{1 - (x+1)\ln 2^2}{4^x}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}} \Rightarrow \text{Chọn đáp án A.}$$

Câu 8. [Trích Đề minh họa 2017] Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_5 3$. Biểu diễn $\log_6 45$ theo a, b ta được

A. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}.$

B. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}.$

C. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}.$

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab+b}.$

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \log_2 3 = a \Leftrightarrow \log_3 2 = \frac{1}{a} \text{ và } \log_5 3 = b \Leftrightarrow \log_3 5 = \frac{1}{b}.$$

$$\text{Khi đó: } \log_6 45 = \frac{\log_3 45}{\log_3 6} = \frac{\log_3 9 + \log_3 5}{\log_3 3 + \log_3 2} = \frac{2 + \log_3 5}{1 + \log_3 2} = \frac{\frac{2}{a} + \frac{1}{b}}{1 + \frac{1}{a}} = \frac{a(1+2b)}{b(1+a)} = \frac{a+2ab}{b+ab}.$$