BÀI GIẢI

Câu 1: (2 điểm)

a) Giải phương trình sau: $x^2 - x - 2 = 4$ (1)

Giải:

$(1) \Leftrightarrow x^2 - x - 2 - 4 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0$

Ta có $\Delta = (-1)^2 - 4.1.(-6) = 1 + 24 = 25 > 0; \sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$

Do $\Delta > 0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{1+5}{2.1} = 3; x_2 = \frac{1-5}{2.1} = -2$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là: $S = \{3; -2\}$

b) Tổng kết năm học 2016-2017, lớp 9A2 đạt danh hiệu lớp xuất sắc của trường vì chỉ có học sinh khá và học sinh giỏi. Tìm số học sinh giỏi lớp 9A2 biết rằng số học sinh giỏi hơn số học sinh khá là 28 em và tổng số học sinh của lớp 9A2 là 36 em?

Giải:

Gọi x (học sinh), y (học sinh) lần lượt là số học sinh giỏi và khá của lớp 9A2 (x > 0; y > 0)

Theo đề bài, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x - y = 28 \\ x + y = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 64 \\ x + y = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ 32 + y = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ y = 4 \end{cases}$ (nhận)

Vậy số học sinh giỏi của lớp 9A2 là: 4 (học sinh)

Câu 2: (1,5 điểm)

a) Thu gọn biểu thức sau: $\dfrac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{8 - 2\sqrt{15}}} - 2\sqrt{\dfrac{2}{3 - \sqrt{5}}}$

Giải:

Ta có: $\dfrac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{8 - 2\sqrt{15}}} - 2\sqrt{\dfrac{2}{3 - \sqrt{5}}} = \dfrac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{\left(\sqrt{5} - \sqrt{3}\right)^2}} - 2\sqrt{\dfrac{4}{6 - 2\sqrt{5}}}$

$= \dfrac{5}{\sqrt{3} + \left|\sqrt{5} - \sqrt{3}\right|} - 2\sqrt{\left(\dfrac{2}{\sqrt{5} - 1}\right)^2} = \dfrac{5}{\sqrt{3} + \left|\sqrt{5} - \sqrt{3}\right|} - 2\left|\dfrac{2}{\sqrt{5} - 1}\right|$

$= \dfrac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3}} - 2\dfrac{2}{\sqrt{5} - 1}$ (vì $\sqrt{5} - \sqrt{3} > 0; \dfrac{2}{\sqrt{5} - 1} > 0$)

$= \dfrac{5}{\sqrt{5}} - \dfrac{4}{\sqrt{5} - 1} = \sqrt{5} - \dfrac{4\left(\sqrt{5} + 1\right)}{\left(\sqrt{5} - 1\right)\left(\sqrt{5} + 1\right)} = \sqrt{5} - \dfrac{4\left(\sqrt{5} + 1\right)}{5 - 1} = \sqrt{5} - \left(\sqrt{5} + 1\right) = \sqrt{5} - \sqrt{5} - 1 = -1$

b) Bạn Huỳnh mở một quán trà sữa phục vụ cho học sinh với giá ưu đãi cao. Dự định đồng giá 36000/ly. Nhưng nhân dịp khai trương Huỳnh muốn khuyến mãi sao cho có lợi cho chủ và khách. Bạn Ninh đưa ra ý kiến giảm 1/3 giá trị đi. Bạn Khương đưa ra ý kiến hãy khuyến mãi mua 2 tặng 1 đi. Bạn Huỳnh đang rất phân vân. Các em hãy giúp Huỳnh lựa chọn khuyến mãi nhé

Giải:

Theo bạn Ninh thì giá của 1 ly trà sữa là: $36000.\left(1 - \dfrac{1}{3}\right) = 24000$ (đồng)

$\Rightarrow$ Theo bạn Ninh thì giá của 3 ly trà sữa là: $24000.3 = 72000$ (đồng)

Theo bạn Khương giá của 3 ly trà sữa (mua 2 tặng 1) là: $36000.2 = 72000$ (đồng)

Vậy bạn Huỳnh lựa chọn ý kiến của bạn Ninh hoặc bạn Khương đều như nhau

Câu 3: (1,5 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là (P)

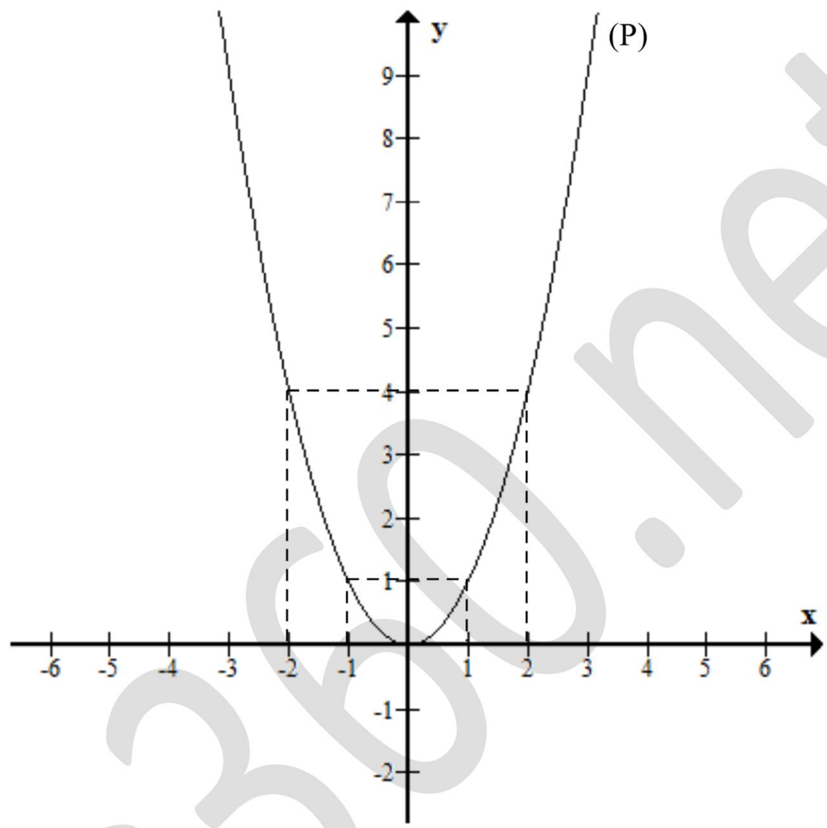
a) Vẽ (P)

Giải:

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị



b) Tìm m để đường thẳng $(d): y = 2mx - 3m + 1$ cắt (P) tại điểm có hoành độ là 2

Giải:

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm có hoành độ bằng 2

$\Rightarrow x_0 = 2 \Rightarrow M(2; y_0)$

Ta có $M(2; y_0) \in (P): y = x^2 \Rightarrow y = 2^2 = 4 \Rightarrow M(2;4)$

Ta có $M(2;4) \in (d): y = 2mx - 3m + 1$

$\Rightarrow 4 = 2m.2 - 3m + 1$

$\Leftrightarrow 4 = 4m - 3m + 1$

$\Leftrightarrow m + 1 = 4$

$\Leftrightarrow m = 3$

Vậy m = 3 là giá trị cần tìm

Câu 4: (1,5 điểm) Cho phương trình $4x^2 - 4mx - 1 = 0$ (x là ẩn số, m là tham số)

a) Chứng tỏ phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1 và x_2

Giải:

Ta có $\Delta' = (-2m)^2 - 4.(-1) = 4m^2 + 4 \geq 4 > 0, \forall m$ (vì $4m^2 \geq 0, \forall m$)

Do $\Delta' > 0, \forall m$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1 và x_2

b) Tìm m thỏa mãn: $x_1(4x_1+x_2)-x_2(4x_2-x_1)=32x_1^3x_2^3$

Giải:

Theo câu a, với mọi m phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa hệ thức Vi-ét:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{-4m}{4}=m \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{-1}{4} \end{cases}$$

Ta có: $x_1(4x_1+x_2)-x_2(4x_2-x_1)=32x_1^3x_2^3$

$$\Leftrightarrow 4x_1^2+x_1x_2-4x_2^2+x_1x_2-32x_1^3x_2^3=0$$

$$\Leftrightarrow 4(x_1^2-x_2^2)+2x_1x_2-32(x_1x_2)^3=0$$

$$\Leftrightarrow 4(x_1+x_2)(x_1-x_2)+2x_1x_2-32(x_1x_2)^3=0$$

$$\Leftrightarrow 4m(x_1-x_2)+2\frac{-1}{4}-32.\left(\frac{-1}{4}\right)^3=0 \text{ (do hệ thức Vi-ét)}$$

$$\Leftrightarrow 4m(x_1-x_2)-\frac{1}{2}-32.\frac{-1}{64}=0$$

$$\Leftrightarrow 4m(x_1-x_2)-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow 4m(x_1-x_2)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ x_1-x_2=0 \end{array}\right.$$

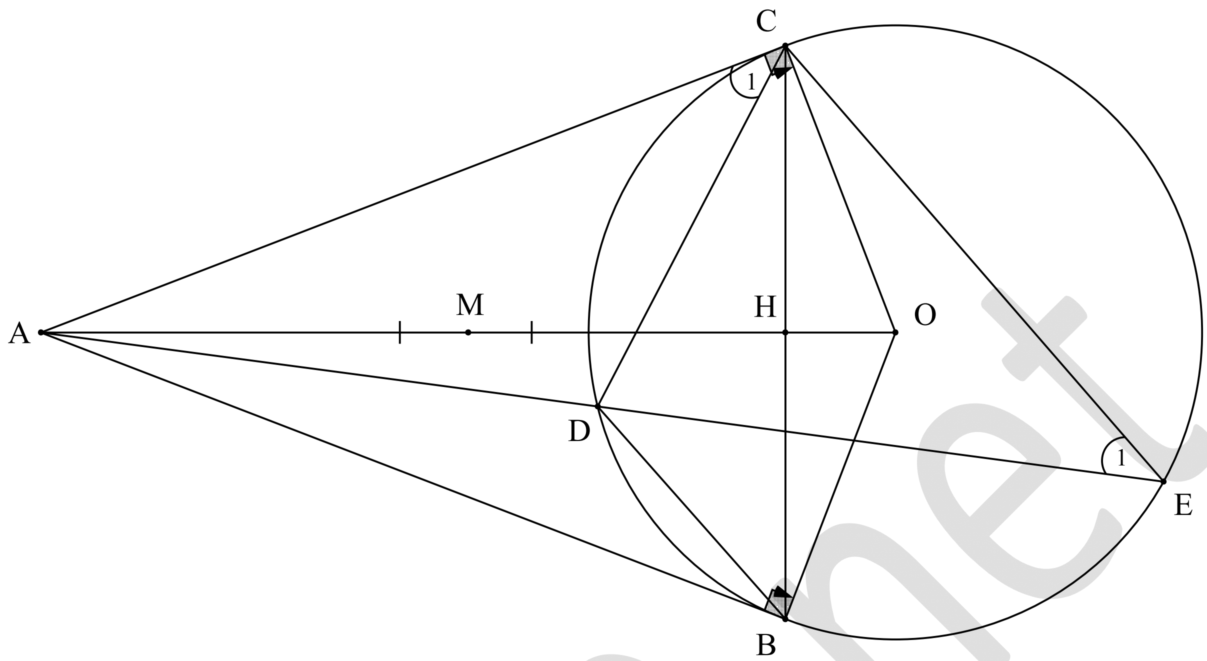
So với điều kiện ta thấy m = 0 (thỏa); $x_1=x_2$ (loại: vì x_1, x_2 phân biệt)

Vậy m = 0 là giá trị cần tìm

Câu 5: (3,5 điểm) Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến AB và AC (B; C là 2 tiếp điểm) và cát tuyến ADE sao cho BD < CD; AD < AE. Gọi H là giao điểm của OA và BC

a) Chứng minh: 4 điểm A; B; O; C cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm M của đường tròn này và chứng minh AB.AC = AD.AE

Giải:



Ta có $\hat{ABO} = \hat{ACO} = 90^0$ (tính chất tiếp tuyến)

$\Rightarrow$ 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính AO

Tâm M của đường tròn là trung điểm của AO

Xét ΔACD và ΔAEC có:

$\hat{CAD}$: chung

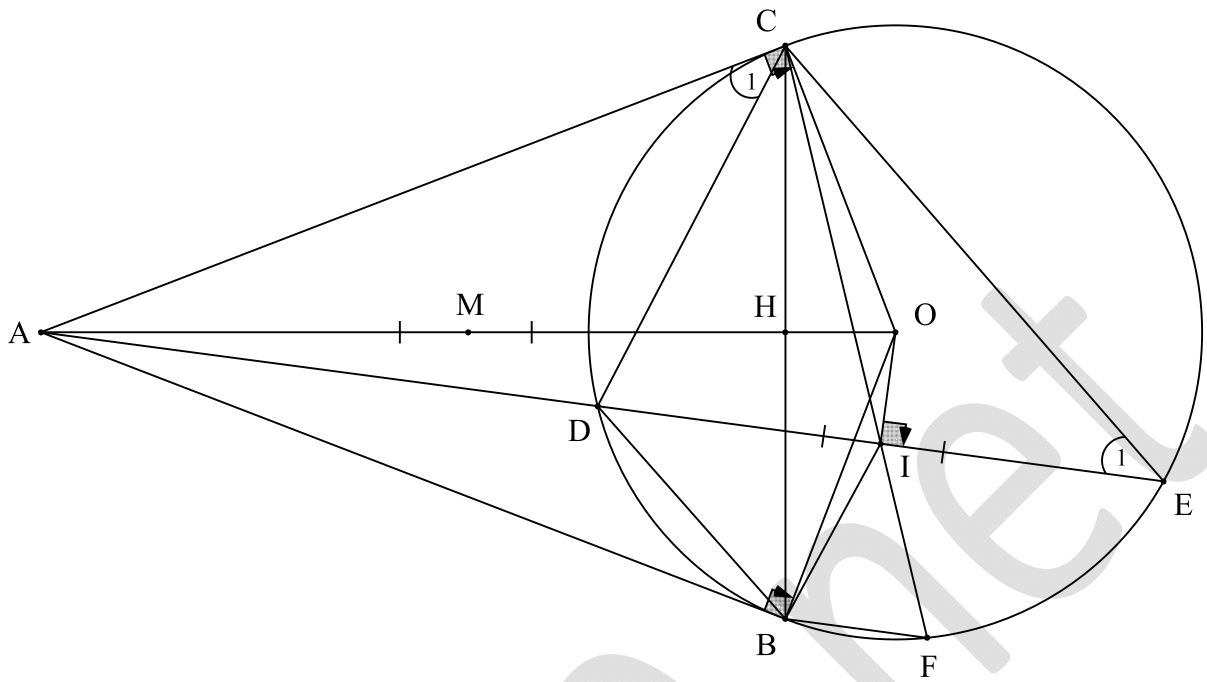
$\hat{C}_1 = \hat{E}_1$ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

$\Rightarrow \Delta ACD \backsim \Delta AEC$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AC} \Leftrightarrow AC.AC = AD.AE \Leftrightarrow AB.AC = AD.AE$ (vì AB = AC: tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

b) Trong (O); kẻ dây BF//DE, FC cắt AE tại điểm I. Chứng minh I là trung điểm của DE

Giải:



Ta có $\widehat{CIA} = \widehat{CFB}$ (vì DE//BF và 2 góc ở vị trí đồng vị)

$= \widehat{CBA}$ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

$= \widehat{COA}$ (1) (cùng chắn cung AC của đường tròn (M))

Xét tứ giác ACOI có: $\widehat{CIA} = \widehat{COA}$ (do (1))

$\Rightarrow$ Tứ giác ACOI nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh I, O liên tiếp cùng nhìn cạnh AC dưới một góc bằng nhau)

$\Rightarrow \widehat{AIO} + \widehat{ACO} = 180^0$ (tổng 2 góc đối)

$\Leftrightarrow \widehat{AIO} + 90^0 = 180^0$

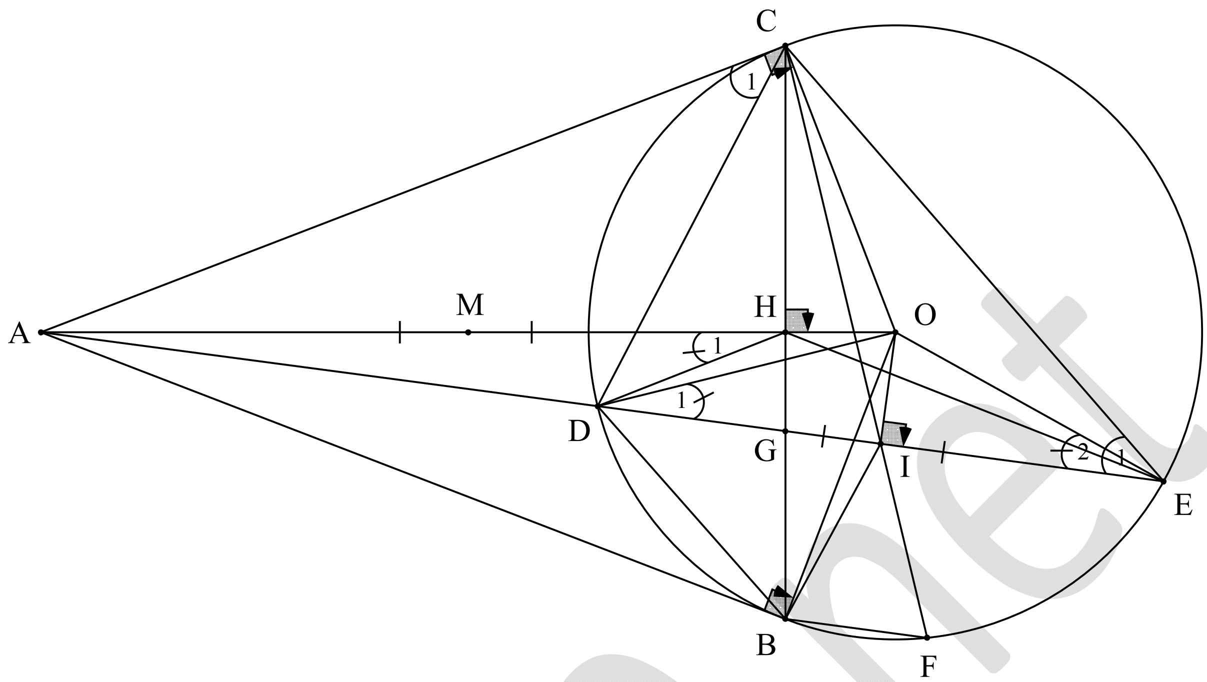
$\Leftrightarrow \widehat{AIO} = 90^0$

$\Rightarrow OI \perp DE$

$\Rightarrow$ I là trung điểm của DE (liên hệ giữa đường kính và dây cung)

c) Gọi G là giao điểm của BC và ED. Chứng minh: $\dfrac{GE}{GA} = \dfrac{ID}{AD}$

Giải:



Ta có AB = AC (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

OB = OC = R

$\Rightarrow$ AO là đường trung trực của đoạn thẳng BC

$\Rightarrow$ AO $\perp$ BC tại H

Ta có ΔACO vuông tại C và có CH là đường cao

$\Rightarrow AH.AO = AC^2$ (2) (hệ thức lượng)

Ta có $AD.AE = AC^2$ (3) (do trên)

Từ (2) và (3) $\Rightarrow$ AH.AO = AD.AE (4)

Xét ΔAHD và ΔAEO có:

$D\hat{A}H$: chung

$\dfrac{AH}{AE} = \dfrac{AD}{AO}$ (do (4))

$\Rightarrow$ ΔAHD ∽ ΔAEO (c.g.c)

$\Rightarrow \hat{H}_1 = \hat{E}_2$ (5) (2 góc tương ứng)

Xét tứ giác OHDE có: $\hat{H}_1 = \hat{E}_2$ (do (5))

$\Rightarrow$ Tứ giác OHDE nội tiếp (góc trong bằng góc đối ngoài)

Ta có $G\hat{H}D = 90^0 - \hat{H}_1$ (2 góc phụ nhau)

$= 90^0 - \hat{E}_2$ (do (5))

$= \dfrac{180^0 - \left(\hat{E}_2 + \hat{E}_2\right)}{2}$

$= \dfrac{180^0 - \left(\hat{E}_2 + \hat{D}_1\right)}{2}$ (vì OD = OE = R nên ΔODE cân tại O)

$= \dfrac{D\hat{O}E}{2}$ (tổng 3 góc trong ΔODE)

$= \dfrac{D\hat{H}E}{2}$ (cùng chắn cung DE của tứ giác OHDE nội tiếp)

$\Rightarrow$ HG là phân giác của góc DHE

$\Rightarrow \dfrac{GD}{GE} = \dfrac{AD}{AE} \Leftrightarrow GD.AE = GE.AD$ (*)

Xét ΔGAC và ΔGBI có:

$A\hat{G}C = B\hat{G}I$ (2 góc đối đỉnh)

$G\hat{A}C = G\hat{B}I$ (cùng chắn cung CI của đường tròn (M))

$\Rightarrow \Delta GAC \backsim \Delta GBI$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{GA}{GB} = \dfrac{GC}{GI} \Leftrightarrow GA.GI = GB.GC$ (6)

Xét ΔGBD và ΔGEC có:

$B\hat{G}D = E\hat{G}C$ (2 góc đối đỉnh)

$G\hat{B}D = G\hat{E}C$ (cùng chắn cung DC của đường tròn (O))

$\Rightarrow \Delta GBD \backsim \Delta GEC$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{GB}{GE} = \dfrac{GD}{GC} \Leftrightarrow GB.GC = GD.GE$ (7)

Từ (6) và (7) $\Rightarrow$ GA.GI = GD.GE

$\Leftrightarrow GD.(AE - AG) = GA.(ID - GD)$

$\Leftrightarrow GD.AE - GD.AG = GA.ID - GA.GD$

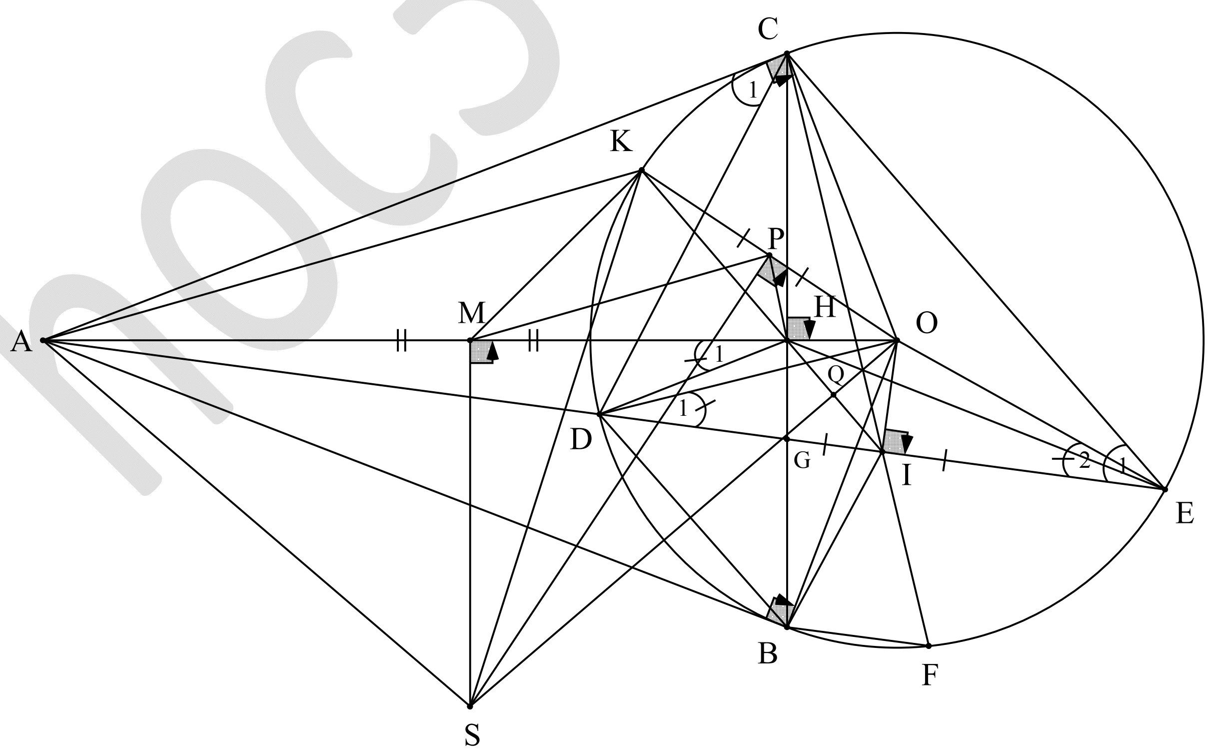
$\Leftrightarrow GD.AE = GA.ID\,(**)$

Từ (*) và (**) $\Rightarrow$ GE.AD = GA.ID

$\Leftrightarrow \dfrac{GE}{GA} = \dfrac{ID}{AD}$

d) Kéo dài IH cắt đường tròn (O) tại K sao cho H nằm giữa I và K. Gọi S là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔOKA. Chứng minh: OS $\perp$ IK

Giải:



Gọi P là trung điểm của OK; Q là giao điểm của SO và IK
Ta có SM $\perp$ AO, SP $\perp$ KO (liên hệ giữa đường kính và dây cung)
Ta có ΔACO vuông tại C và có CH là đường cao
$\Rightarrow OH.OA = OC^2$ (hệ thức lượng)
$= OK^2$ (8) (vì OC = OK = R)
Xét ΔOHK và ΔOKA có:
$\widehat{HOK}$: chung
$\frac{OH}{OK} = \frac{OK}{OA}$ (do (8))
$\Rightarrow$ ΔOHK $\backsim$ ΔOKA (c.g.c)
$\Rightarrow \widehat{OKH} = \widehat{OAK}$ (2 góc tương ứng)
$= \widehat{OMP}$ (vì MP//AK: đường trung bình ΔOAK và 2 góc ở vị trí đồng vị)
Hay $\widehat{PKH} = \widehat{HMP}$ (9)
Xét tứ giác MKPH có: $\widehat{PKH} = \widehat{HMP}$ (do (9))
$\Rightarrow$ Tứ giác MKPH nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh K, M liên tiếp cùng nhìn cạnh PH dưới một góc bằng nhau)
$\Rightarrow \widehat{MPK} = \widehat{MHK}$ (cùng chắn cung MK)
$= \widehat{QHO}$ (10) (2 góc đối đỉnh)
Xét tứ giác SMPO có:
$\widehat{SMO} = \widehat{SPO} = 90^0$ (vì SM $\perp$ AO, SP $\perp$ KO)
$\Rightarrow$ Tứ giác SMPO nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh M, P cùng nhìn cạnh SO dưới một góc vuông)
$\Rightarrow \widehat{MSO} = \widehat{MPK}$ (góc trong bằng góc đối ngoài của tứ giác SMPO nội tiếp)
$= \widehat{QHO}$ (do (10))
Hay $\widehat{MSQ} = \widehat{QHO}$ (11)
Xét tứ giác SMHQ có: $\widehat{MSQ} = \widehat{QHO}$ (do (11))
$\Rightarrow$ Tứ giác SMHQ nội tiếp (góc trong bằng góc đối ngoài)
$\Rightarrow \widehat{SQH} + \widehat{SMH} = 180^0$ (tổng 2 góc đối của tứ giác nội tiếp)
$\Leftrightarrow \widehat{SQH} + 90^0 = 180^0 \Leftrightarrow \widehat{SQH} = 90^0$
$\Rightarrow$ SQ $\perp$ HQ
Hay OS $\perp$ IK