Mặt khác $V_{SACD} = \frac{1}{3}S_{SCD}.d\left(A,(SCD)\right)$

$$\Rightarrow d\left(A,(SCD)\right) = \frac{3V_{SACD}}{S_{SCD}} = \frac{\frac{a^3\sqrt{2}}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Cách 2. Gọi I là trung điểm của CD, dựng $OH \perp SI\ (H \in SI)$, ta có

$$\begin{cases} CD \perp OI \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOI) \Rightarrow CD \perp OH.$$

$$\begin{cases} OH \perp SI \\ OH \perp CD \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow OH = d\left(O,(SCD)\right)$$

Trong tam giác vuông SOI, $OH.SI = SO.OI \Rightarrow OH = \frac{SO.OI}{SI} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$

$$AO \cap (SCD) = \{C\} \Rightarrow \frac{d\left(A,(SCD)\right)}{d\left(O,(SCD)\right)} = \frac{CA}{CO} = 2$$

$$\Rightarrow d\left(A,(SCD)\right) = 2d\left(O,(SCD)\right) = 2OH = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

9. a) .Tính $V_{S.ABCD}$.

Gọi O là giao điểm của AC và BD, ta có $SO \perp (ABCD)$.

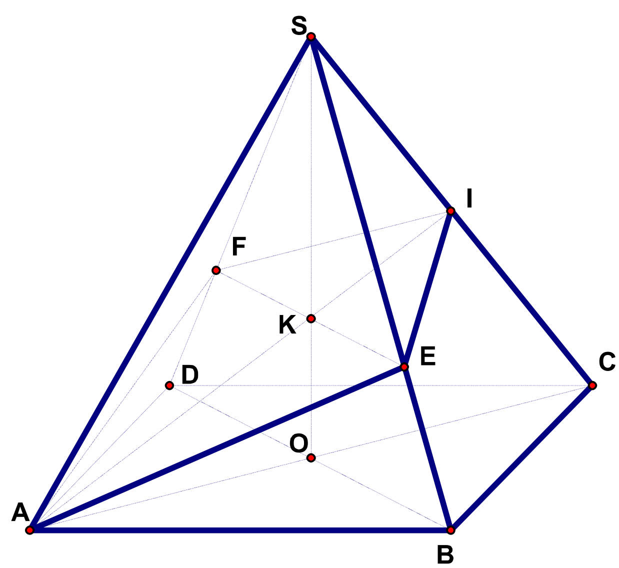
$\Rightarrow$ hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là $OC \Rightarrow$

$\left(SC,(ABCD)\right) = (SC,OC) = SCO = 60^0$.

Trong tam giác vuông SOC,

$SO = OC\tan 60^0 = \frac{a\sqrt{2}}{2}.\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$



b) .Tính diện tích thiết diện .

Gọi I là trung điểm của cạnh SC, K là giao điểm của AI và SO.

Qua O dựng đường thẳng song song với BD, cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại E, F. Nối AE, AF.

Tam giác cân SAC có $SCA = 60^0$ nên là tam giác đều, suy ra $AF \perp SC$.

$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC \Rightarrow EF \perp SC \ (\text{do } EF \,/\!/\, BD).$$

$$\begin{cases} EF \perp SC \\ AI \perp SC \end{cases} \Rightarrow (AEIF) \perp SC \Rightarrow (AEIF) \equiv (P).$$

$\Rightarrow$ Thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là tứ giác $AEIF$.

$$\begin{cases} EF \,/\!/\, BD \\ BD \perp (SAC) \end{cases} \Rightarrow EF \perp (SAC) \Rightarrow EF \perp AI \Rightarrow S_{AEIF} = \frac{1}{2} AI.EF$$

$$AI = \frac{AC\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{2}\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Trong tam giác SAC, K là giao điểm của hai đường trung tuyến SO và AI nên K là trọng tâm của tam giác này

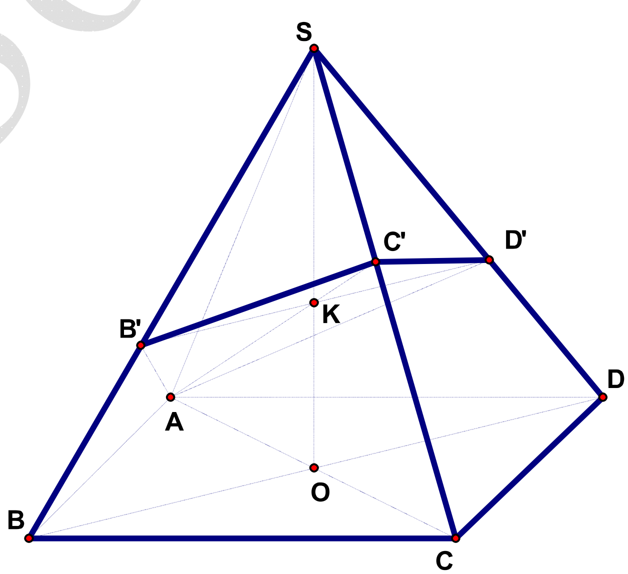
$$\Rightarrow \frac{EF}{BD} = \frac{SK}{SO} = \frac{2}{3} \Rightarrow EF = \frac{2}{3}BD = \frac{2a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{AEIF} = \frac{1}{2}\frac{2a\sqrt{2}}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}.$$

10. a) Điều kiện của h để C' thuộc cạnh SC.

$(P) \perp SC \Rightarrow AC' \perp SC$, C' là chân đường cao của tam giác SAC, suy ra C' thuộc cạnh SC khi và chỉ khi ASC là góc nhọn. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, ta có O là trung điểm của AC, $SO = h$ và tam giác SAC cân tại S, suy ra

$$OSC = \frac{1}{2}ASC$$

do đó ASC là góc nhọn



$$\Leftrightarrow OSC < 45^0 \Leftrightarrow \tan OSC = \frac{OC}{SO} < 1 \text{ hay } \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{h} < 1 \Leftrightarrow h > \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

b) Tính $V_{S.A'B'C'D'}$.

hoc360.net

Trong tam giác vuông SOC,

$$SC^2 = SO^2 + OC^2 = h^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = h^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow SC = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{2}}.$$

$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC \Rightarrow BD \,//\, (P) \left(\text{do } (P) \perp SC\right)$$

$$\begin{cases} BD \subset (SBD) \\ (P) \,//\, BD, (P) \cap (SBD) = B'D' \end{cases} \Rightarrow B'D' \,//\, BD$$

$$\Rightarrow B'D' \perp (SAC) \Rightarrow B'D' \perp AC' \ \Rightarrow S_{AB'C'D'} = \frac{1}{2} AC'.B'D'.$$

Trong tam giác SAC: $2S_{SAC} = AC'.SC = SO.AC$

$$\Rightarrow AC' = \frac{SO.AC}{SC} = \frac{h.a\sqrt{2}}{\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{2}}} = \frac{2ah}{\sqrt{2h^2 + a^2}}.$$

Trong tam giác vuông SAC', $SC'^2 = SA^2 - AC'^2 = h^2 + \frac{a^2}{2} - \left(\frac{2ah}{\sqrt{2h^2 + a^2}}\right)^2$

$$= \frac{2h^2 + a^2}{2} - \frac{4a^2h^2}{2h^2 + a^2} = \frac{\left(2h^2 - a^2\right)^2}{2\left(2h^2 + a^2\right)} \Rightarrow SC' = \frac{2h^2 - a^2}{\sqrt{2\left(2h^2 + a^2\right)}}.$$

Gọi $\{K\} = B'D' \cap AC'$, khi đó S, K, O là ba điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) nên chúng thẳng hàng.

Trong tam giác $SBD, B'D' \,//\, BD$ $\Rightarrow \dfrac{B'D'}{BD} = \dfrac{SK}{SO} \Rightarrow B'D' = \dfrac{BD.SK}{SO}$.

Hai tam giác vuông SKC' và SOC có góc nhọn S chung nên chúng đồng dạng ,suy ra

$$\frac{SK}{SC'} = \frac{SC}{SO} \Rightarrow SK = \frac{SC'.SC}{SO} = \frac{\frac{2h^2 - a^2}{\sqrt{2\left(2h^2 + a^2\right)}}.\sqrt{\frac{2h^2 + a^2}{2}}}{h} = \frac{2h^2 - a^2}{2h}.$$

$$\Rightarrow B'D' = \frac{a\sqrt{2}.\frac{2h^2 - a^2}{2h}}{h} = \frac{a\sqrt{2}\left(2h^2 - a^2\right)}{2h^2}.$$

Suy ra $S_{AB'C'D'}=\frac{1}{2}\frac{2ah}{\sqrt{2h^2+a^2}}.\frac{a\sqrt{2}\left(2h^2-a^2\right)}{2h^2}=\frac{a^2\sqrt{2}\left(2h^2-a^2\right)}{2h\sqrt{2h^2+a^2}}.$

Suy ra thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$.

$$V=\frac{1}{3}S_{AB'C'D'}.SC'=\frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{2}\left(2h^2-a^2\right)}{2h\sqrt{2h^2+a^2}}.\frac{2h^2-a^2}{\sqrt{2\left(2h^2+a^2\right)}}=\frac{1}{6}.\frac{a^2\left(2h^2-a^2\right)^2}{h\left(2h^2+a^2\right)}.$$

c) Chứng minh tam giác $B'C'D'$ có góc tù .

Vì O là trung điểm của BD nên K là trung điểm của $B'D'$.

Mặt khác $B'D'\perp AC'\Rightarrow$ Tam giác $B'C'D'$ cân tại C'.

Hai tam giác $SC'K$ và SOC đồng dạng suy ra $\frac{KC'}{OC}=\frac{SK}{SC}$

$B'D' \parallel BD\Rightarrow\frac{KD'}{OD}=\frac{SK}{SO}$

Vì $OD=OC, SC>SO$ nên $KC'<KD'\Rightarrow \tan KD'C'=\frac{KC'}{KD'}<1\Rightarrow KD'C'<45^0$.

Tam giác $B'C'D'$ cân tại C', $B'D'C'<45^0\Rightarrow B'C'D'>90^0\Rightarrow B'C'D'$ là góc tù.

Bài 3

1. Gọi O là tâm của đáy, ta có $SO\perp(ABCD)$ suy ra :

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}$.

a) Gọi M là trung điểm CD, ta có: $CD\perp(SMO)$

Do đó góc SMO là góc giữa mặt bên với mặt đáy, nên $SMO=60^0$

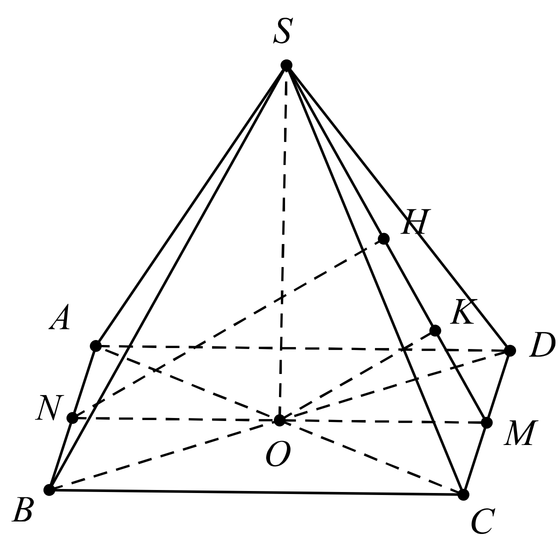
Đặt $AB=2x\Rightarrow MO=x$,

$OC=x\sqrt{2}$

Trong các tam giác vuông SOC, SOM ta có:

$SO^2=SC^2-OC^2=5a^2-2x^2$;

$SO=OM.\tan 60^0=x\sqrt{3}$



Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Nên ta có phương trình : $5a^2 - 2x^2 = 3x^2 \Rightarrow x = a$

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}x\sqrt{3}.(2x)^2 = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}x^3 = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

b) Gọi K là hình chiếu của O lên AM, ta có $OK \perp (SCD)$ nên OSK là góc giữa đường cao SO với mặt bên nên $OSK = 45^0$. Gọi N là trung điểm AB.

$AB//(SCD) \Rightarrow d(AB, SC) = d(AB,(SCD)) = d(N,(SCD)) = NH = 2a$

Trong đó $HN//OK \Rightarrow OK = \dfrac{1}{2}NH = a$

Các tam giác SKO, SOM là các tam giác vuông cân nên ta có

$$SO = OK\sqrt{2} = a\sqrt{2},\ OM = SO = a\sqrt{2}$$

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}a\sqrt{2}\left(2a\sqrt{2}\right)^2 = \dfrac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

2. *(Bạn đọc tự vẽ hình)*

a) Gọi M là trung điểm CD.

$SM \perp CD, SH \perp CD \Rightarrow CD \perp (SHM) \Rightarrow \alpha = SHM \Rightarrow SH = x\tan\alpha, HM = x$

Tam giác HCD vuông cân tại H

$\Rightarrow CD = 2x, HC = HD = \sqrt{2}x.$

Xét tam giác vuông SHC ta có $SC^2 = SH^2 + HC^2$ nên

$\Leftrightarrow b^2 = x^2\tan^2\alpha + 2x^2 \Rightarrow x = \dfrac{b}{\sqrt{2+\tan^2\alpha}}$. Thể tích của khối chóp

$V = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}x\tan\alpha.(2x)^2 = \dfrac{4}{3}x^3\tan\alpha$, hay $V = \dfrac{4}{3}\dfrac{b^3\tan\alpha}{\sqrt{(2+\tan^2\alpha)^3}}$.

b) Diện tích đáy của khối chóp $S_{ABCD} = a^2$.

Gọi I là trung điểm của SH, hạ $IK \perp SM$ thì $IK \perp (SCD) \Rightarrow IK = k$.

Đặt $SH = h$. Tam giác SIK và tam giác SMH đồng dạng nên $\dfrac{SI}{SM} = \dfrac{IK}{HM}$,

Do đó ta có: $SI.HM = IK.SM \Leftrightarrow \dfrac{h}{2}.\dfrac{a}{2} = k.\sqrt{h^2 + \dfrac{a^2}{4}} \Rightarrow h = \dfrac{2ak}{\sqrt{a^2 - 16k^2}}$.

Thể tích khối chóp là $V = \dfrac{2a^3k}{3\sqrt{a^2-16k^2}}$.

Group: https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/

3. *(Bạn đọc tự vẽ hình)*
Gọi E là trung điểm của BC và F là hình chiếu vuông góc của E lên SA thì EF là đoạn vuông góc chung của SA và $BC \Rightarrow EF = d(BC,SA) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Gọi O là trọng tâm của tam giác ABC. Hai tam giác vuông SOA và EFA đồng dạng, suy ra

$$\frac{SO}{EF} = \frac{OA}{FA} \Rightarrow SO = \frac{OA.EF}{FA} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{AE^2 - EF^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{6}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.SO = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

4. *(Bạn đọc tự vẽ hình)*
a) Tam giác SCD vuông tại $S \Rightarrow SP \perp CD$, mà $MN // CD \Rightarrow SP \perp MN.$
b) Gọi E là trung điểm của AB, ta có $SE \perp AB$.

Trong tam giác vuông SEA, $SE^2 = SA^2 - EA^2 = 2a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{7a^2}{4} \Rightarrow SE = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

MN là đường trung bình trong tam giác SAB

$$\Rightarrow MN = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}\ ,\ d(A,MN) = \frac{1}{2}SE = \frac{a\sqrt{7}}{4}.$$

$$\Rightarrow S_{AMN} = \frac{1}{2}MN.d(A,MN) = \frac{1}{2}.\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{7}}{4} = \frac{a^2\sqrt{7}}{16}.$$

Dựng $OH \perp SE$ thì $OH \perp (SAB)$ (do $OH \perp SE, OH \perp AB$) $\Rightarrow OH = d(O,(SAB))$

Trong tam giác vuông SOA, $SO^2 = SA^2 - OA^2 = 2a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{2}$.

Trong tam giác vuông SOE, $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OE^2} = \frac{2}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{14}{3a^2}$

$$\Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{14}} = \frac{a\sqrt{42}}{14}$$

$$\frac{d(P,(SAB))}{d(O,(SAB))} = \frac{EP}{EO} = 2 \Rightarrow d(P,(SAB)) = 2d(O,(SAB)) = \frac{a\sqrt{42}}{7}.$$

Thể tích khối tứ diện $AMNP$:

$$V = \frac{1}{3}S_{AMN}.d(P,(SAB)) = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{7}}{16}.\frac{a\sqrt{42}}{7} = \frac{a^3\sqrt{6}}{48}.$$

5. a) Xác định các góc α , β.

$$\begin{cases} SA = (SAB) \cap (SAC) \\ (SAB) \perp (ABC), (SAC) \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC).$$

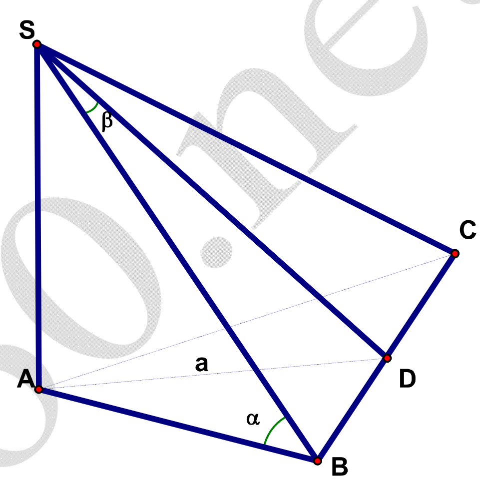
$$\Rightarrow hcSB/_{(ABC)} = AB \Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, AB) = SBA = \alpha.$$

Tam giác ABC cân tại A có AD là trung tuyến $\Rightarrow BD \perp AD$.

$$\begin{cases} BD \perp AD \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAD)$$

$$\Rightarrow hcSB/_{(SAD)} = SD \Rightarrow (SB, (SAD)) = (SB, SD) = BSD = \beta.$$

b) Chứng minh



$SB^2 = SA^2 + AD^2 + BD^2$.

Trong tam giác vuông SAB,

$SB^2 = SA^2 + AB^2$.

Trong tam giác vuông ADB,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$.

Suy ra $SB^2 = SA^2 + AD^2 + BD^2$ (*).

c) $V = \frac{1}{3} S_{ABC}.SA = \frac{1}{6} AD.BC.SA$

Trong tam giác vuông

$SAB, SA = SB\sin\alpha$

Trong tam giác vuông SDB (vuông tại D), $BD = SB\sin\beta$.

Thay SA, BD vào (*) ta được

$$SB^2 = SB^2\sin^2\alpha + a^2 + SB^2\sin^2\beta \Rightarrow SB^2\left(1 - \sin^2\alpha - \sin^2\beta\right) = a^2$$

$$\Rightarrow SB^2\left(\cos^2\alpha - \sin^2\beta\right) = a^2 \Rightarrow SB^2 = \frac{a^2}{\cos^2\alpha - \sin^2\beta}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{6} a.2SB\sin\beta.SB\sin\alpha = \frac{1}{3} a.SB^2\sin\alpha.\sin\beta = \frac{1}{3} a.\frac{a^2}{\cos^2\alpha - \sin^2\beta}.\sin\alpha.\sin\beta.$$

$$= \frac{a^3\sin\alpha.\sin\beta}{3\left(\cos^2\alpha - \sin^2\beta\right)}.$$

Lại có $\cos^2\alpha - \sin^2\beta = \frac{1+\cos 2\alpha}{2} - \frac{1-\cos 2\beta}{2} = \frac{1}{2}\left(\cos 2\alpha + \cos 2\beta\right)$

$$= \cos\frac{2\alpha + 2\beta}{2}\cos\frac{2\alpha - 2\beta}{2} = \cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta).$$

$$\Rightarrow V=\frac{a^3\sin\alpha.\sin\beta}{3\left(\cos^2\alpha-\sin^2\beta\right)}=\frac{a^3\sin\alpha\sin\beta}{3\cos\left(\alpha+\beta\right)\cos\left(\alpha-\beta\right)}.$$ (đpcm).

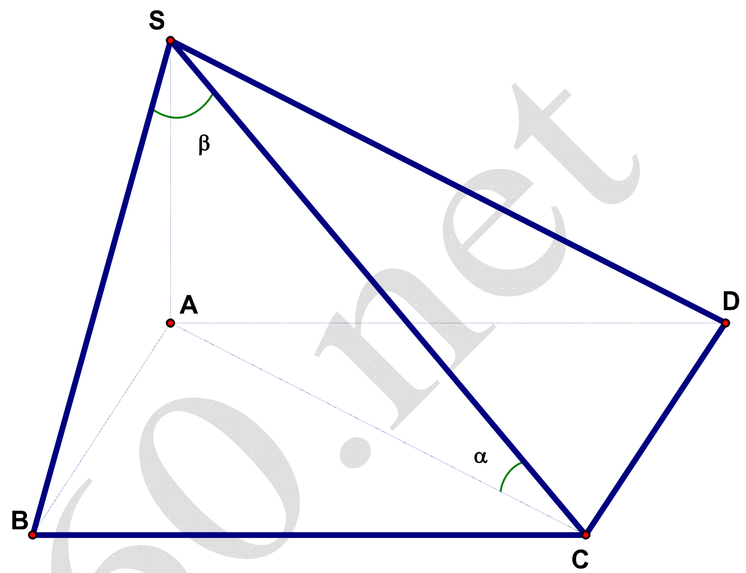
6. a) Chứng minh $SC^2=\dfrac{a^2}{\cos^2\alpha-\sin^2\beta}$

Hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$ là AC nên $\left(SC,(ABCD)\right)=SCA=\alpha$.

$\begin{cases}BC\perp SA\\ BC\perp AB\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow$ hình chiếu vuông góc của SC lên (SAB) là SB

$\Rightarrow\left(SC,(SAB)\right)=BSC=\beta$.

Xét tam giác vuông



$SAC,\cos\alpha=\dfrac{AC}{SC}\Rightarrow\cos^2\alpha=\dfrac{AC^2}{SC^2}$.

Xét tam giác vuông SBC (vuông tại B), $\sin\beta=\dfrac{BC}{SC}\Rightarrow\sin^2\beta=\dfrac{BC^2}{SC^2}$.

Suy ra $\cos^2\alpha-\sin^2\beta=\dfrac{AC^2-BC^2}{SC^2}=\dfrac{AB^2}{SC^2}=\dfrac{a^2}{SC^2}$

$\Rightarrow SC^2=\dfrac{a^2}{\cos^2\alpha-\sin^2\beta}$. (đpcm).

b) V_{SABCD}

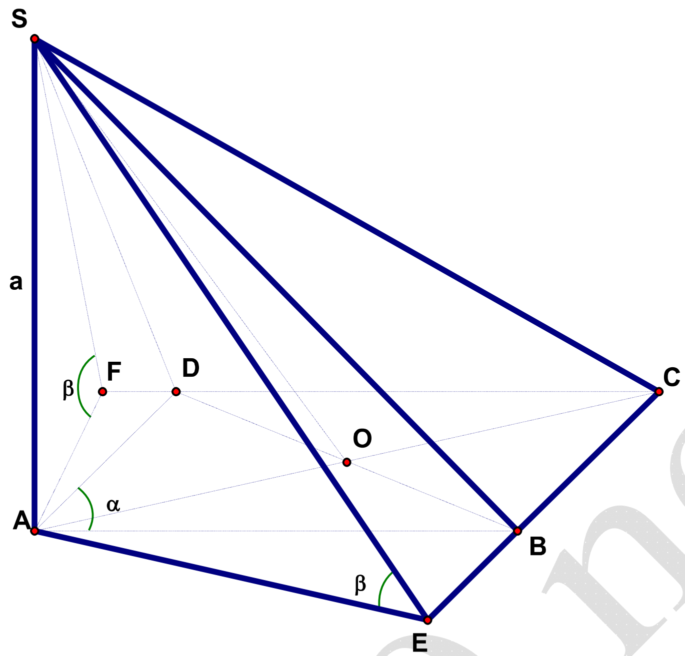
$$V_{SABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}AB.BC.SA=\frac{1}{3}a.SC\sin\beta.SC\sin\alpha=\frac{1}{3}a^2SC^2\sin\alpha\sin\beta$$

$$=\frac{1}{3}\frac{a^3\sin\alpha.\sin\beta}{\cos^2\alpha-\sin^2\beta}.$$

7. *a).* Tính S_{xq} của hình chóp .

hoc360.net

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí



$$\begin{cases} SA = (SAB) \cap (SAD) \\ (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$$

Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BC, CD, ta có

$$\begin{cases} BC \perp AE \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAE) \Rightarrow BC \perp SE.$$

$$\begin{cases} BC = (SBC) \cap (ABCD) \\ AE \subset (ABCD),\ AE \perp BC \\ SE \subset (SBC),\ SE \perp BC \end{cases} \Rightarrow ((SBC),(ABCD)) = (SE, AE) = SEA = \beta$$

Tương tự $((SCD),(ABCD)) = SFA = \beta.$

Trong hai tam giác vuông SAE, SAF, $SE = SF = \dfrac{SA}{\sin\beta} = \dfrac{a}{\sin\beta}.$

$AE = AF = SA\cot\beta = a\cot\beta.$

Trong tam giác vuông AEB, $AB = \dfrac{AE}{\sin ABE} = \dfrac{a\cot\beta}{\sin\alpha}.$

Group: https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/

Ta có $S_{ABCD}=AB.AD.\sin\alpha=AB^2\sin\alpha=\left(\dfrac{a\cot\beta}{\sin\alpha}\right)^2\sin\alpha=\dfrac{a^2\cot^2\beta}{\sin\alpha}$.

$S_{SAD}=S_{SAB}=\dfrac{1}{2}SA.AB=\dfrac{1}{2}.\dfrac{a^2\cot\beta}{\sin\alpha}$,

$S_{SCD}=S_{SBC}=\dfrac{1}{2}BC.SE=\dfrac{1}{2}.\dfrac{a}{\sin\beta}=\dfrac{a^2\cot\beta}{2\sin\alpha.\sin\beta}$.

Suy ta diện tích xung quanh của hình chóp $S.ABCD$.

$S_{xq}=2\left(S_{SBC}+S_{SAB}\right)=\dfrac{a^2\cot\beta}{\sin\alpha}\left(1+\dfrac{1}{\sin\beta}\right)$

b). Tính $V_{S.ABCD}$.

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\dfrac{a^3\cot^2\beta}{3\sin\alpha}$.

c). Chứng tỏ rằng : $\sin\varphi=\dfrac{\cot\beta.\sin\dfrac{\alpha}{2}}{\sqrt{\sin^2\alpha+\cot^2\beta}}$.

Gọi $\{O\}=AC\cap BD$ thì theo tính chất của hình thoi, $BD\perp AC$, O là trung điểm của AC và BD.

Ta có $\begin{cases}BD\perp AC\\ BD\perp SA\end{cases}\Rightarrow BD\perp(SAC)\Rightarrow(SBD)\perp(SAC)$

$\begin{cases}(SBD)\cap(SAC)=SO\\(SBD)\perp(SAC)\\SB\subset(SBD)\end{cases}\Rightarrow hcSB/_{(SAC)}=SO\Rightarrow(SB,(SAC))=(SB,SO)=BSO=\varphi$.

Trong tam giác vuông SOB, $\sin\varphi=\dfrac{OB}{SB}$ (*).

OA là đường phân giác của $DAB\Rightarrow OAB=\dfrac{\alpha}{2}$.

Trong tam giác vuông AOB, $OB=AB\sin\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{a\cot\beta}{\sin\alpha}.\sin\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{a\cot\beta}{2\cos\dfrac{\alpha}{2}}$.

Trong tam giác vuông SAB,

$$SB^2=SA^2+AB^2=a^2+\left(\frac{a\cot\beta}{\sin\alpha}\right)^2=a^2\left(1+\frac{\cot^2\beta}{\sin^2\alpha}\right)$$