

- Cách 2: Phương pháp đồng nhất hệ số :

Vì $2x^3 : x^2 = 2x$ nên thương là đa thức bậc nhất có dạng $2x + b$.

Ta có $2x^3 - 54x + a = (x^2 + 6x + 9)(2x + b)$ với mọi x

$$2x^3 - 54x + a = 2x^3 + bx^2 + 12x^2 + 18x + 6bx + 9b \text{ với mọi } x$$

$$2x^3 - 54x + a = 2x^3 + (b + 12)x^2 + (6b + 18)x + 9b \text{ với mọi } x.$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} b + 12 = 0 \\ 6b + 18 = -54 \\ a = 9b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -12 \\ a = -108 \end{cases}$$

- Cách 3 : Phương pháp xét giá trị riêng của biến

vì $2x^3 - 54x + a$ chia hết cho $(x + 3)^2$

nên $2x^3 - 54x + a = (x + 3)^2 \cdot Q$ với mọi x .

Vì đẳng thức đúng với mọi x nên ta cho $x = -3$, được $-54 + 162 + a = 0$

Vì đẳng thức đúng với mọi x nên ta cho $x = -3$, được $-54 + 162 + a = 0$

$$\Leftrightarrow a = 54 - 162 = -108.$$

Khi đó $2x^3 - 54x - 108 = (x + 3)^2 (2x - 12)$ nên $A : B$.

Vậy với $a = -108$ thì $A : B$.

Nhận xét. Trong cách giải thứ ba tại sao ta cho $x = -3$ mà không cho x lấy các giá trị khác ? Đó là vì khi $x = -3$ thì vế phải bằng 0, vế trái tính được dễ dàng, từ đó tìm được a .

Vì thế phương pháp này gọi là phương pháp xét giá trị riêng của biến.

Ví dụ 24. Tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của đa thức

$A = 12x^3 - 7x^2 - 14x + 14$ chia hết cho giá trị của đa thức $B = 4x - 5$.

Giải

$$\begin{array}{r|l} 12x^3 - 7x^2 - 14x + 14 & 4x-5 \\ \hline -12x^3 + 15x^2 & \\ \hline 8x^2 - 14x + 14 & \\ -8x^2 + 10x & \\ \hline -4x + 14 & \\ -4x + 5 & \\ \hline 9 & \end{array}$$

Vậy đa thức A không chia hết cho đa thức B . Muốn cho giá trị của đa thức A chia hết cho giá trị của đa thức B thì 9 phải chia hết cho giá trị của $4x - 5$. Suy ra $4x - 5 \in U(9)$

Suy ra $4x - 5 \in \{1; -1; 3; -3; 9; -9\}$

$4x - 5$	1	-1	3	-3	9	-9
$4x$	6	4	8	2	14	-4
x	1,5	1	2	0,5	3,5	-1

Các giá trị 1,5 ; 0,5 ; 3,5 bị loại vì không phải là số nguyên. Do đó $x \in \{1 ; 2 ; -1\}$.

Ví dụ 25. Xác định các hệ số a và b để đa thức

$A = x^3 + 5x^2 + ax + b$ chia cho $x - 2$ dư 3 ; chia cho $x + 2$ dư -5.

Giải

Vì A chia cho $x - 2$ dư 3 nên $x^3 + 5x^2 + ax + b = (x - 2).Q_1 + 3$ (1)

Vì A chia cho $x + 2$ dư -5 nên $x^3 + 5x^2 + ax + b = (x + 2).Q_2 - 5$ (2)

Thay $x = 2$ vào (1) rồi thay $x = -2$ vào (2), ta được :

$$\begin{cases} 8 + 20 + 2a + b = 3 \\ -8 + 20 - 2a + b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + 2a = -25 \\ b - 2a = -17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = -21. \end{cases}$$

Ví dụ 26. Tìm đa thức dư trong phép chia sau :

$$(x^{105} + x^{90} + x^{75} + \dots + x^{15} + 1) : (x^2 - 1).$$

Giải. Đa thức chia có bậc hai nên đa thức dư có bậc không quá 1. Vậy đa thức dư có bậc nhất dạng $ax + b$.

Ta có $(x^{105} + x^{90} + x^{75} + \dots + x^{15} + 1) = (x^2 - 1).Q + ax + b$

$$\text{Cho } x = 1 \text{ rồi } x = -1 \text{ ta được : } \begin{cases} 8 = a + b \\ 0 = -a + b \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 4.$$

Vậy dư trong phép chia nói trên là $4x + 4$.