

$$C = ax - ay - bx + by + (y - x)^2.$$

Giải.

$$\text{Ta có } C = ax - ay - bx + by + (y - x)^2$$

$$= a(x - y) - b(x - y) + (x - y)^2 = (x - y)(a - b + x - y).$$

Cảnh báo : Viết $(y - x)^2 = -(x - y)^2$ là sai vì $(y - x)^2 = (x - y)^2$.

Ví dụ 18. Cho x, y, z là các số hữu tỉ thoả mãn điều kiện $xy + yz + zx = 1$. Chứng minh rằng số $m = (x + 1)(y + 1)(z + 1)$ là bình phương của một số hữu tỉ.

Giải

$$\text{Ta có } x^2 + 1 = x^2 + xy + yz + zx = x(x + y) + z(x + y) = (x + y)(x + z)$$

$$y^2 + 1 = y^2 + xy + yz + zx = y(y + x) + z(y + x) = (y + z)(y + x)$$

$$z^2 + 1 = z^2 + xy + yz + zx = y(x + z) + z(z + x) = (z + x)(z + y).$$

$$\text{Do đó } m = (x + y)(x + z)(y + z)(y + x)(z + x)(z + y) = [(x + y)(y + z)(z + x)]^2.$$

Vì x, y, z là các số hữu tỉ nên $x + y, y + z$ và $z + x$ là những số hữu tỉ, tích của chúng là số hữu tỉ. Do đó m là bình phương của một số hữu tỉ.

Ví dụ 19. Phân tích đa thức thành nhân tử

$$M = (5x - 10)(x^2 - 1) - (3x - 6)(x^2 - 2x + 1)$$

Giải. $M = (5x - 10)(x^2 - 1) - (3x - 6)(x^2 - 2x + 1)$

$$= 5(x - 2)(x - 1)(x + 1) - 3(x - 2)(x - 1)^2$$
$$= (x - 2)(x - 1)[5(x + 1) - 3(x - 1)] = (x - 2)(x - 1)(2x + 8)$$
$$= 2(x - 2)(x - 1)(x + 4)$$

Ví dụ 20. Phân tích đa thức thành nhân tử

$$N = 5x^4 + 3x^3y - 20x^2y^2 - 12xy^3$$

Giải. $N = 5x^4 + 3x^3y - 20x^2y^2 - 12xy^3 = x^3(5x + 3y) - 4xy^2(5x + 3y)$

$$= x(5x + 3y)(x^2 - 4y^2) = x(5x + 3y)(x - 2y)(x + 2y).$$

Ví dụ 21. Phân tích đa thức thành nhân tử $P = 6x^2 - 150y^2 + 60y - 6$

Giải. $P = 6x^2 - 150y^2 + 60y - 6$

$$= 6(x^2 - 25y^2 + 10y - 1) = 6[x^2 - (25y^2 - 10y + 1)]$$
$$= 6[x^2 - (5y - 1)^2] = 6(x - 5y + 1)(x + 5y - 1).$$

Nhận xét: Khi phải phối hợp nhiều phương pháp để phân tích đa thức thành nhân tử được triệt để ta thường dùng phương pháp đặt nhân tử chung trước (nếu có thể), các phương pháp khác sau. Mỗi phương pháp có thể dùng nhiều lần.

C. BÀI TẬP

• **Phương pháp đặt nhân tử chung**

1. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $8x^n + y - 12x^n y^5$;

b) $(a - b)^2 - (b - a)(a - 3b)$;

c) $a(a - b)^2 (a + b) - (b - a)^2 (a^2 - 5ab + b^2)$.

2. Chứng minh rằng :

a) $792 - 79.29 : 50$;

b) $2165 + 4.613 : 40$.

3. Tìm một số biết rằng bình phương của nó bằng 4 lần lập phương của số ấy.

4. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $(x - 9)(x - 7) + 1$;

b) $x^6 - y^6$;

c) $(x^2 + x - 1)^2 + 4x^2 + 4x$.

5. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $(x + 2y - 3)^2 - 4(x + 2y - 3) + 4$;

b) $(x - y)^3 - 1 - 3(x - y)(x - y - 1)$.

6. Tìm các cặp số nguyên (x ; y) sao cho $x^2 + 102 = y^2$.

7. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^3 + 2x^2 - 3x - 6$;

b) $2a^2c^2 - 2abc + bd - acd$;

c) $12x^2 - 3xy - 8xz + 2yz$.

8. Cho $x + y + z = 0$, chứng minh rằng : $x^3 + x^2z + y^2z - xyz + y^3 = 0$.

9. Phân tích đa thức thành nhân tử :

a) $x^3(x^2 + 1) - 49x$; b) $(x^2 - 9)^2 + 12x(x - 3)$

c) $(x - z)(x + z) - y(2x - y)$.

10. Phân tích đa thức thành nhân tử :

a) $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$

b) $4ab(a^2 - b^2) - 6(a^3 + a^2b - ab^2 - b^3) + 9(a^2 - b^2)$.