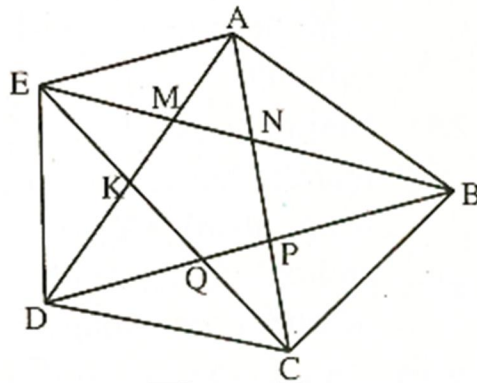


$$\Rightarrow CI = EK = MA$$

$$\Rightarrow AN = MN = AM \text{ hay } \triangle AMN \text{ đều.}$$

Ví dụ 3. Chứng minh rằng tổng độ dài các cạnh của một ngũ giác lồi bé hơn tổng độ dài các đường chéo của nó.

Giải (h.51).



Áp dụng tính chất về quan hệ các cạnh của tam giác, ta có :

$$AB+BC+CD+DE+EA < (AN+NB)+(BP+PQ+(OQ+QD))+(DK+KE)+(EM+MA).$$

$$\text{Mặt khác : } AN + PC < AC$$

$$BP + DQ < BD$$

$$CQ + KE < CE$$

$$DK + MA < DA$$

$$EM + NB < EB.$$

Suy ra điều phải chứng minh.

Nhận xét. Những bài toán về bất đẳng thức về độ dài, ta nên đưa về bất đẳng thức tam giác.

C. BÀI TẬP

1. Cho ngũ giác lồi ABCDE. Gọi M, N, P, R H và K lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DE, MP và NR. Chứng minh rằng HK song song với AE và $HK = \frac{1}{4} AE$.

2. Cho ngũ giác lồi ABCDE, gọi M, P, N, Q lần lượt là các trung điểm AB, BC, DE, EA. Chứng minh MN đi qua trung điểm PQ khi và chỉ khi $MN \parallel CD$.

3. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và điểm M bất kì nằm trong tam giác. Gọi A_1 ; B_1 ; C_1 là các điểm đối xứng với M lần lượt qua trung điểm các cạnh BC, CA, AB.

a) Chứng minh AA_1 ; BB_1 ; CC_1 đồng quy ;

b) Xác định vị trí của M để hình lục giác $AB_1CA_1BC_1$ có các cạnh bằng nhau.

4. Cho lục giác lồi ABCDEF. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, EF và R, S, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AF, BC, DE. Chứng minh rằng hai tam giác MNP và RSQ trọng tâm trùng nhau.

5. Một đa giác lồi có tất cả các đường chéo bằng nhau. Hỏi đa giác có thể có nhiều nhất bao nhiêu cạnh ?

6. Chứng minh, rằng trong một ngũ giác lồi luôn có thể chọn được ba đường chéo để từ đó dựng được một tam giác.

7. Cho lục giác lồi ABCDEF có độ dài các cạnh đều bằng 1. Chứng minh rằng trong ba đoạn AD, BE, CF tồn tại một đoạn có độ dài không lớn hơn 2.

8. Một lục giác lồi có tất cả các góc trong bằng nhau. Chứng minh hiệu giữa các cặp cạnh đối diện thì bằng nhau.

9. Cho ngũ giác lồi ABCDE có các cạnh bằng nhau và các góc trong đều bé hơn 120° . Chứng minh rằng các góc của ngũ giác lồi này đều là góc tù.

10. Cho đa giác đều 9 cạnh. Người ta đánh dấu mỗi đỉnh của đa giác bằng màu xanh hoặc màu đỏ. Chứng minh tồn tại 3 đỉnh của tam giác cân được, đánh cùng màu.

hoc360.net