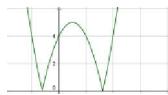


Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và y' đổi dấu khi x chạy qua x_1, x_2 nên hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 .

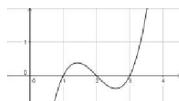
Câu 22. Cho hàm số $y = f(x) = |x^2 - 2x - 4|$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $y = f(x)$ có mấy cực trị?

- A. 2.
B. 1.
C. 3.
D. 4.

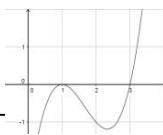
Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm có một điểm cực trị.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 25. Cho hàm số $y = |x^3 - 3x - 2|$ có đồ thị như hình vẽ:

Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu và một điểm cực đại.
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bốn điểm cực trị.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ chỉ có điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

Câu 26. Hàm số nào sau đây có đúng hai điểm cực trị?

- A. $y = x + \frac{1}{x+1}$.
- B. $y = x^3 + 3x^2 + 7x - 2$.
- C. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.
- D. $y = x - \frac{2}{x+1}$.

Hướng dẫn giải:

Hàm số $y = x + \frac{1}{x+1}$ có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$y' = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

y' đổi dấu khi x chạy qua -2 và 0 nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 27. Hàm số nào sau đây không có cực trị?

A. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

B. $y = x^3 + 3x^2$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

D. $y = 2x + \frac{2}{x+1}$.

Hướng dẫn giải:

Hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$y' = -\frac{3}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in D \text{ nên hàm số không có cực trị}$$

Câu 28. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

A. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ luôn có cực trị.

B. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ luôn có ít nhất một điểm cực trị.

C. Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (ad-bc \neq 0)$ luôn không có cực trị.

D. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có nhiều nhất hai điểm cực trị.

Câu 29. Điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x + 4$ là:

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $x = -3$.

D. $x = 3$.

Hướng dẫn giải:

TXĐ $D = \mathbb{R}$

$$y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

y' đổi dấu từ $"-"$ sang $"+"$ khi x chạy qua -1 nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

Câu 30. Hàm số nào sau đây đạt cực đại tại $x = 1$?

A. $y = 2\sqrt{x} - x$.

B. $y = x^4 - 4x + 3$.

C. $y = x + \frac{1}{x}$.

D. $y = x^5 - 5x^2 + 5x - 13$.

Hướng dẫn giải:

Hàm số $y = 2\sqrt{x} - x$ có TXĐ $D = [0; +\infty)$

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) = -\frac{1}{2} < 0 \end{cases} \text{ nên hàm số đạt cực đại tại } x = 1.$$

Câu 31. Hàm số nào sau đây có cực trị?

- A. $y = x^4 + 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 + 1$. C. $y = 3x + 4$. D.
 $y = \frac{2x-1}{3x+2}$.

Hướng dẫn giải:

+ A. Hàm số trùng phương luôn có cực trị.

+ B. $y = x^3 + 1$

Ta có: $y' = 3x^2 \Rightarrow y' \geq 0 \forall x \in R$.

Do đó, hàm số luôn đồng biến trên R . Hàm số này không có cực trị.

+ Đối với phương án C và D, đây là hàm số bậc nhất và phân thức hữu tỉ bậc nhất/bậc nhất.

Đây là

2 hàm số luôn đơn điệu trên từng khoảng xác định của chúng, do đó 2 hàm số này không có cực trị.

Câu 32. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 5$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Hướng dẫn giải:

+ Đây là hàm số trùng phương có $ab = -3 < 0$ nên hàm số này có 3 điểm cực trị. Mặt khác, có $a = 1 > 0$ nên hàm số có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + (2m-3)x - 3$ đạt cực đại tại

$x = 1$.

- A. $m > 3$. B. $m = 3$. C. $m \leq 3$. D. $m < 3$.

Hướng dẫn giải:

+ Để hàm số đạt cực đại $x = 1$ thì:

$$\begin{cases} y'(1) = 3 \cdot 1^2 - 2m \cdot 1 + 2m - 3 = 0 \\ y''(1) = 6 \cdot 1 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3$$

Câu 34. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{4x+7}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải:

+ Hàm phân thức hữu tỉ bậc nhất/ bậc nhất luôn đơn điệu trên các khoảng xác định của chúng, do đó hàm này không có cực trị.

Câu 35. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$ có tọa độ điểm cực tiểu là:

- A. $(1; 3)$. B. $(-1; -1)$. C. $\left(\frac{1}{3}; \frac{85}{27}\right)$. D. $(3; 1)$.

Hướng dẫn giải:

+ Ta có: $y' = 3x^2 - 4x + 1$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1 \Rightarrow y_{CT} = 3$

Câu 36. Hàm số $y = x^4 + 2(m-2)x^2 + m^2 - 2m + 3$ có đúng 1 điểm cực trị thì giá trị của m là:

- A. $m \geq 2$. B. $m < 2$. C. $m > 2$. D. $m = 2$.

Hướng dẫn giải:

+ Hàm trùng phương có 1 điểm cực trị khi $ab \geq 0 \Leftrightarrow m-2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 2$.

Câu 37. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 5x - 17$. Gọi hoành độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là x_1, x_2

Khi đó, tích số $x_1 x_2$ có giá trị là:

- A. 5. B. -5. C. -4. D. 4.

Hướng dẫn giải:

+ Ta có: $y' = -x^2 + 8x - 5$.

x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 8x - 5 = 0$.

Khi đó, theo định lý Viet, ta có: $x_1 x_2 = 5$

Câu 38. Cho hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 + 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
B. Hàm số không có cực trị.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Hướng dẫn giải:

+ Ta có: $y' = 12x^3 - 12x^2 = 12x^2(x-1)$.

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow 12x^2(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 39. Hàm số $y = a \sin 2x + b \cos 3x - 2x$ ($0 < x < 2\pi$) đạt cực trị tại $x = \frac{\pi}{2}; x = \pi$. Khi đó, giá trị của

biểu thức $P = a + 3b - 3ab$ là:

- A. 1. B. -1. C. 3. D. -3.

Hướng dẫn giải:

TXĐ: $D = R$

+ Ta có: $y' = 2a \cos 2x - 3b \sin 3x - 2$.

Hàm số đạt cực trị tại $x = \frac{\pi}{2}; x = \pi$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} y'(\frac{\pi}{2}) = -2a + 3b - 2 = 0 \\ y'(\pi) = 2a - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Do đó, giá trị của biểu thức $P = a + 3b - 3ab = 1$.

Câu 40. Hàm số $y = -4x^3 - 6x^2 - 3x + 2$ có mấy điểm cực trị?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Hướng dẫn giải:

+ Đây là hàm số bậc 3 có $b^2 - 3ac = 6^2 - 3.3.4 = 0$. Do đó, hàm số luôn đơn điệu trên R .
Hàm số này không có cực trị.

Câu 41. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi?

- A. $m = 0$. B. $m \neq 0$. C. $m > 0$. D. $m < 0$.

Hướng dẫn giải:

$$y' = 3x^2 - 6x + m$$

$$y'' = 6x - 6$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi:

$$\begin{cases} y'(2) = 3.2^2 - 6.2 + m = 0 \Leftrightarrow m = 0 \\ y''(2) = 6.2 - 6 > 0 \end{cases}$$

Câu 42. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ có tọa độ điểm cực đại là:

- A. (1; 3). B. (3; 0). C. (1; 4). D. (3; 1).

Hướng dẫn giải:

$$y' = 3x^2 - 12x + 9.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1 \Rightarrow y_{CD} = 3$.

Câu 43. Cho hàm số $y = (m-1)x^3 - 3x^2 - (m+1)x + 3m^2 - m + 2$. Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì:

- A. $m \neq 1$. B. $m = 1$. C. $m > 1$. D. m tùy ý.

Hướng dẫn giải:

+ Hàm số có cực đại, cực tiểu khi:

$$\begin{cases} b^2 - 3ac > 0 \\ a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 + 3(m-1)(m+1) > 0 \\ m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1$$

Câu 44. Khẳng định nào là đúng trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số trùng phương luôn có cực trị.
B. Hàm số bậc 3 có thể có 3 cực trị.
C. Hàm số trùng phương có thể có 2 điểm cực trị.
D. Hàm phân thức không thể có cực trị.

Hướng dẫn giải:

- + A . Hàm số trùng phương luôn có cực trị do đạo hàm của nó là một đa thức bậc 3 luôn có nghiệm thực. Nên đáp án này đúng.
+ B. Hàm số bậc 3 có tối đa 2 cực trị. Nên đáp án này sai.
+ C. Hàm số trùng phương chỉ có thể có 1 hoặc 3 điểm cực trị. Nên đáp án này sai.
+ D. Đáp án này sai.

Câu 45. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$ là:

- A. 4. B. 5. C. 0. D. 1.

Hướng dẫn giải:

$$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$ và $y_{CT} = 4$.

Câu 46. Hàm số $y = -3\sqrt[3]{x^2} + 2$ có bao nhiêu cực đại?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải:

+ Ta có: $y' = -\frac{2}{\sqrt[3]{x}}$. Dễ dàng nhận thấy $x = 0$ là điểm tới hạn của hàm số, và y' đổi dấu khi đi qua $x = 0$. Nên $x = 0$ là cực trị của hàm số. Hơn nữa, ta có hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(0; +\infty)$. Do đó, $x = 0$ là cực đại của hàm số.

Câu 47. Cho hàm số $y = -3x^4 + 4x^2 - 2017$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
B. Hàm số không có cực trị.
C. Hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

D. Hàm số có 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

Hướng dẫn giải:

+ Đây là hàm số trùng phương có $ab = -3 \cdot 4 < 0$ nên hàm số này có 3 điểm cực trị. Hơn nữa, hàm số có $a = -3 < 0$ nên hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Câu 48. Hàm số nào sau đây không có cực trị?

- A. $y = x^3$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 + 3x^2$.

Hướng dẫn giải:

- + A. Có $y' = 3x^2 \geq 0 \forall x \in R$. Do đó, hàm số này luôn đồng biến trên R . Hay nói cách khác, hàm số này không có cực trị.
+ B. Đây là hàm số bậc 3 có $b^2 - 3ac = 3 > 0$. Do đó, hàm số này có 2 cực trị.
+ C. Hàm số trùng phương luôn có cực trị.
+ D. Đây là hàm số bậc 3 có $b^2 - 3ac = 9 > 0$. Do đó, hàm số này có 2 cực trị.

Câu 49. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 4x - 7$. Gọi hoành độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là x_1, x_2 .

Khi

đó, giá trị của tổng $x_1 + x_2$ là:

- A. 4. B. -4. C. 6. D. -6.

Hướng dẫn giải:

$$y' = 3x^2 - 12x + 4.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 4 = 0.$$

x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$.

Khi đó, theo định lý Viet, ta có: $x_1 + x_2 = 4$.

Câu 50. Hiệu số giữa giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là:

- A. 4. B. -2. C. 2. D. -4.

Hướng dẫn giải:

$$y' = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

$$y_{CD} - y_{CT} = y(0) - y(2) = 4.$$

Câu 51. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Nếu đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là gốc tọa độ và điểm

$A(-1; -1)$ thì hàm số có phương trình là:

A. $y = -2x^3 - 3x^2$.

B. $y = 2x^3 - 3x^2$.

C. $y = x^3 + 3x^2 + 3x$.

D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Hướng dẫn giải:

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

+ Đồ thị hàm số có điểm cực trị là gốc tọa độ, ta có:

$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = d = 0 \\ a = b = 0 \end{cases}$$

+ Đồ thị hàm số có điểm cực trị là $A(-1; -1)$, ta có:

$$\begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y(-1) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ b - a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy hàm số là: $y = -2x^3 - 3x^2$.

Câu 52. Hàm số nào dưới đây có cực trị?

A. $y = x^4 + 1$.

B. $y = x^3 + x^2 + 2x - 1$.

C. $y = 2x - 1$.

D. $y = \frac{x+1}{2x-1}$.

Hướng dẫn giải:

+ A. Hàm số trùng phương luôn có cực trị.

+ B. Đây là hàm số bậc 3 có $b^2 - 3ac = -5 < 0$. Do đó, hàm số này không có cực trị.

+ C. Hàm số bậc nhất đơn điệu trên R . Do đó, hàm số này cũng không có cực trị.

+ D. Hàm số phân thức hữu tỷ bậc nhất/bậc nhất luôn đơn điệu trên các khoảng xác định của nó.

Do đó, hàm số này không có cực trị.

Câu 53. Điều kiện để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có 3 điểm cực trị là:

A. $ab < 0$.

B. $ab > 0$.

C. $b = 0$.

D. $c = 0$.

Hướng dẫn giải:

+ Như ta đã biết, điều kiện để hàm số trùng phương có 3 điểm cực trị là $-\frac{b}{2a} > 0$. Ở đây lại có,

$a \neq 0$ nên điều kiện trở thành $ab < 0$.

Câu 54. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + (4m-1)x - 3$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi $m \neq \frac{1}{2}$.

B. Với mọi m , hàm số luôn có cực trị.

C. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi $m < \frac{1}{2}$.

D. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi $m > 1$.

Hướng dẫn giải: