

**Câu 20.** [NB-TH] Cho hàm số  $y = \cos 2x + \sin 2x \cdot \tan x, \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số không đổi trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .
- B. Hàm số luôn tăng trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .
- C. Hàm số luôn giảm trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .
- D. Hàm số đơn điệu trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  (vừa tăng, vừa giảm trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ ).

Hướng dẫn giải

+) Xét trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

$$y = \cos 2x + \sin 2x \cdot \tan x = \frac{\cos 2x \cdot \cos x + \sin 2x \cdot \sin x}{\cos x} = 1 \Rightarrow y' = 0$$

+) Hàm số không đổi trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

### 1.1.2 Tìm tham số, để hàm số đơn điệu.

**Câu 21.** [NB-TH] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = \frac{x-m+2}{x+1}$  giảm trên các khoảng mà nó xác định ?

- A.  $m < 1$ .                      B.  $m \leq -3$ .                      C.  $m \leq 1$ .                      D.  $m < -3$ .

Hướng dẫn giải

+) Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$+) y' = \frac{m-1}{(x+1)^2}$$

+) Để hàm số giảm trên các khoảng mà nó xác định  $\Leftrightarrow y' < 0, \forall x \neq -1 \Leftrightarrow m < 1$

**Câu 22.** [NB-TH] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số

$$y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-3)x - m + 2 \text{ luôn nghịch biến trên } \mathbb{R} ?$$

- A.  $-3 \leq m \leq 1$ .      B.  $m \leq 1$ .      C.  $-3 < m < 1$ .      D.  
 $m \leq -3; m \geq 1$ .

Hướng dẫn giải

+) Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$

+)  $y' = -x^2 - 2mx + 2m - 3$

+) Để hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'} < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 0 \text{ (hn)} \\ m^2 + 2m - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1$$

**Câu 23.** [NB-TH] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số

$y = \frac{x^2 - (m+1)x + 2m - 1}{x - m}$  tăng trên từng khoảng xác định của nó?

- A.  $m \leq 1$ .      B.  $m > 1$ .      C.  $m < 1$ .      D.  $m \geq 1$ .

Hướng dẫn giải

+) Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

+)  $y' = \frac{x^2 - 2mx + m^2 - m + 1}{(x - m)^2}$

+) Để hàm số tăng trên từng khoảng xác định của nó

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in D \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 \geq 0, \forall x \in D$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 \geq 0 \text{ (hn)} \\ m - 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 1$$

**Câu 24.** [NB-TH] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = f(x) = x + m \cos x$  luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $|m| \leq 1$ .      B.  $m > \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $|m| \geq 1$ .      D.  $m < \frac{1}{2}$ .

Hướng dẫn giải

+) Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$

+)  $y' = 1 - m \sin x$

+) Đặt  $t = \sin x, t \in [-1; 1] \Rightarrow y' = 1 - mt = g(t)$

+) Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow g(t) = 1 - mt \geq 0, \forall t \in [-1; 1]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(-1) \geq 0 \\ g(1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$$

**Câu 25.** [NB-TH] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = (m - 3)x - (2m + 1)\cos x$  luôn nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $m \in \left[-4; \frac{2}{3}\right]$ .      B.  $m \geq 2$ .      C.  $\begin{cases} m > 3 \\ m \neq 1 \end{cases}$ .      D.  $m \in (-\infty; 2]$ .

Hướng dẫn giải

Cách 1:

+) Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$

+)  $y' = m - 3 + (2m + 1)\sin x$

+) Hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (2m + 1)\sin x \leq 3 - m$

Trường hợp 1:  $m = -\frac{1}{2}$  ta có  $0 \leq \frac{7}{2}$  (hđ). Vậy hàm số luôn nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

Trường hợp 2:  $m < -\frac{1}{2}$  ta có  $\sin x \geq \frac{3 - m}{2m + 1}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{3 - m}{2m + 1} \leq -1$

$$\Leftrightarrow 3 - m \geq -2m - 1 \Leftrightarrow m \geq -4$$

Trường hợp 3:  $m > -\frac{1}{2}$  ta có  $\sin x \leq \frac{3 - m}{2m + 1}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{3 - m}{2m + 1} \geq 1$

$$\Leftrightarrow 3 - m \geq 2m + 1 \Leftrightarrow m \leq \frac{2}{3}$$

+) Vậy  $m \in \left[-4; \frac{2}{3}\right]$

Cách 2:

+) Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$

+)  $y' = m - 3 + (2m + 1)\sin x$

+) Đặt  $t = \cos x, t \in [-1; 1] \Rightarrow y' = m - 3 + (2m + 1)t = g(t)$



$$+) y' = \frac{m^2 + 3m + 2}{(x + m)^2}$$

$$+) \text{ Yêu cầu đề bài } \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < -1$$

$$+) \text{ Vậy không có số nguyên } m \text{ nào thuộc khoảng } (-2; -1).$$

**Câu 29.** [VD] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = \frac{mx + 4}{x + m}$  giảm trên khoảng  $(-\infty; 1)$ ?

- A.  $-2 < m \leq -1$ .      B.  $-2 \leq m \leq -1$ .      C.  $-2 < m < 2$ .      D.  $-2 \leq m \leq 2$ .

Hướng dẫn giải

$$+) \text{ Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$$

$$+) y' = \frac{m^2 - 4}{(x + m)^2}$$

$$+) \text{ Để hàm số giảm trên khoảng } (-\infty; 1) \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in (-\infty; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ 1 \leq -m \end{cases} \\ \Leftrightarrow -2 < m \leq -1$$

**Câu 30.** [VD] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ ?

- A.  $m \geq 12$ .      B.  $m \leq 12$ .      C.  $m \geq 0$ .      D.  $m \leq 0$ .

Hướng dẫn giải

Cách 1:

$$+) \text{ Tập xác định: } D = \mathbb{R}$$

$$+) y' = 3x^2 - 12x + m$$

$$\text{Trường hợp 1: Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \text{ (hn)} \\ 36 - 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 12$$

$$\text{Trường hợp 2: Hàm số đồng biến trên } (0; +\infty) \Leftrightarrow y' = 0 \text{ có hai nghiệm } x_1, x_2 \text{ thỏa } x_1 < x_2 \leq 0 (*)$$

Trường hợp 2.1:  $y' = 0$  có nghiệm  $x = 0$  suy ra  $m = 0$ . Nghiệm còn lại của  $y' = 0$  là  $x = 4$  (không thỏa (\*))

Trường hợp 2.2:  $y' = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa  $x_1 < x_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases}$

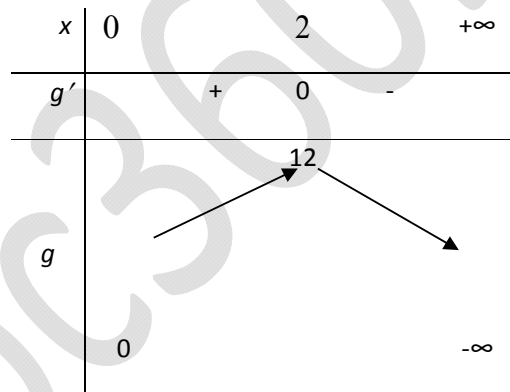
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 36 - 3m > 0 \\ 4 < 0 \text{ (vì)} \Rightarrow \text{không có } m \\ \frac{m}{3} > 0 \end{cases}$$

+) Vậy  $m \geq 12$

Cách 2:

+) Hàm số đồng biến trên  $(0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq 12x - 3x^2 = g(x), \forall x \in (0; +\infty)$ .

+) Lập bảng biến thiên của  $g(x)$  trên  $(0; +\infty)$ .



+) Dựa vào bảng biến thiên, kết luận:  $m \geq \max g(x) \Leftrightarrow m \geq 12$

**Câu 31.** [VD] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$  đồng biến trên khoảng  $(1; 3)$ ?

A.  $m \in (-\infty; 2]$ .      B.  $m \in [-5; 2)$ .      C.  $m \in (2, +\infty)$ .      D.

$m \in (-\infty; -5)$ .

Hướng dẫn giải

+) Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

+)  $y' = 4x^3 - 4(m-1)x$ .

+) Hàm số đồng biến trên (1;3)

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1;3) \Leftrightarrow g(x) = x^2 + 1 \geq m, \forall x \in (1;3).$$

+) Lập bảng biến thiên của  $g(x)$  trên (1;3).

x	1	3
g'	+	0
g	↗ 10	
	2	

+) Dựa vào bảng biến thiên, kết luận:  $m \leq \min g(x) \Leftrightarrow m \leq 2$ .

**Câu 32.** [VD] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + 2mx - 3m + 4 \text{ nghịch biến trên một đoạn có độ dài là } 3?$$

- A.  $m = -1; m = 9$ .      B.  $m = -1$ .      C.  $m = 9$ .      D.  $m = 1; m = -9$ .

Hướng dẫn giải

+) Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$

$$+) y' = x^2 - mx + 2m$$

+) Ta không xét trường hợp  $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$  vì  $a = 1 > 0$

+) Hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài là 3  $\Leftrightarrow y' = 0$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa

$$|x_1 - x_2| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m > 0 \\ (x_1 - x_2)^2 = 9 \Leftrightarrow S^2 - 4P = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 8 \text{ hay } m < 0 \\ m^2 - 8m = 9 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1 \text{ hay } m = 9$$

**Câu 33.** [VD] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = \frac{1 - \sin x}{\sin x - m}$  nghịch biến

trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$  ?

- A.  $m \leq 0; \frac{1}{2} \leq m < 1$ .      B.  $m \leq 0; \frac{1}{2} \leq m \leq 1$ .      C.  $m < 1$ .      D.  $m \leq 1$ .

Hướng dẫn giải

+) Đặt  $t = \sin x, t \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow f(t) = \frac{1-t}{t-m}$  nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ .

+) Hàm số nghịch biến trên  $\left(0; \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow f'(t) = \frac{m-1}{(t-m)^2} < 0, \forall t \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ m \leq 0 \\ m \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 0 \text{ hoặc } \frac{1}{2} \leq m < 1$$

**Câu 34.** [VD] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$  đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ ?

- A.  $m \leq 0; 1 \leq m < 2$ .      B.  $1 \leq m < 2$ .      C.  $m \geq 2$ .      D.  $m \leq 0$ .

Hướng dẫn giải

+) Đặt  $t = \tan x, t \in (0; 1) \Rightarrow f(t) = \frac{t-2}{t-m}$  đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

+) Hàm số đồng biến trên  $(0; 1) \Leftrightarrow f'(t) = \frac{-m+2}{(t-m)^2} > 0, \forall t \in (0; 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m+2 > 0 \\ m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 0 \text{ hoặc } 1 \leq m < 2$$

**Câu 35.** [VD] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số

$y = f(x) = \frac{mx^3}{3} + 7mx^2 + 14x - m + 2$  giảm trên nửa khoảng  $[1; +\infty)$ ?

- A.  $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right]$ .      B.  $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right)$ .      C.  $\left[-2; -\frac{14}{15}\right]$ .      D.  $\left[-\frac{14}{15}; +\infty\right)$ .

Hướng dẫn giải

+) Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ , yêu cầu của bài toán đưa đến giải bất phương trình

$$mx^2 + 14mx + 14 \leq 0, \forall x \geq 1, \text{ tương đương với } g(x) = \frac{-14}{x^2 + 14x} \geq m \quad (1)$$





+) Vậy  $p + q = 5 + 2 = 7$ .

**Câu 37.** [VD] Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho hàm số

$$y = \frac{x^2 - 2mx + m + 2}{x - m} \text{ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?}$$

A. Vô số.

B. Bốn.

C. Hai.

D. Không có.

Hướng dẫn giải

+) Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

$$+) y' = \frac{x^2 - 2mx + 2m^2 - m - 2}{(x - m)^2} = \frac{g(x)}{(x - m)^2}.$$

+) Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi  $g(x) \geq 0, \forall x \in D$ .

$$+) \text{ Điều kiện tương đương là } \Delta_{g(x)} = -m^2 + m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$$

+) Kết luận: Có vô số giá trị nguyên của  $m$  thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 38.** [VD] Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  sao cho hàm số

$$y = \frac{2x^2 + (1 - m)x + 1 + m}{x - m} \text{ đồng biến trên khoảng } (1; +\infty) ?$$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải

+) Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

$$+) y' = \frac{2x^2 - 4mx + m^2 - 2m - 1}{(x - m)^2} = \frac{g(x)}{(x - m)^2}$$

+) Hàm số đồng biến trên  $(1; +\infty)$  khi và chỉ khi  $g(x) \geq 0, \forall x > 1$  và  $m \leq 1$  (1)

$$\text{Vì } \Delta'_g = 2(m + 1)^2 \geq 0, \forall m \text{ nên (1)}$$

$$\Leftrightarrow g(x) = 0 \text{ có hai nghiệm thỏa } x_1 \leq x_2 \leq 1$$

$$\text{Điều kiện tương đương là } \begin{cases} 2g(1) = 2(m^2 - 6m + 1) \geq 0 \\ \frac{S}{2} = m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 3 - 2\sqrt{2} \approx 0,2.$$

Do đó không có giá trị nguyên dương của  $m$  thỏa yêu cầu bài toán.