10. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần. Tính xác suất sao cho:
a). Tổng số chấm trong 2 lần gieo là số chẵn.
b). Tổng số chấm trong 2 lần gieo bằng 6.
c). Ít nhất một lần gieo xuất hiện mặt 1 chấm.

LỜI GIẢI

Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần
1)Mô tả không gian mẫu
2) Tính xác suất các biến cố:
A: " tổng số chầm bằng 7" B: " tổng số chấm nhỏ hơn 6"
C: " tổng số chấm chia hết cho 5" D: " lần đầu là số nguyên tố, lần sau là số chẵn"
E: " có đúng 1 mặt 6 chấm xuất hiện" F: " có ít nhất mặt 6 chấm xuất hiện"

LỜI GIẢI

1) Không gian mẫu $\Omega=\{(a;b):1\le a,b\le 6\}$. Trong đó a là số chấm trong lần gieo đầu, b là số chấm trong lần gieo thứ hai. Như vậy không gian mẫu Ω có 36 phần tử $\Rightarrow n(\Omega)=36$.

2) Biến cố A: " Tổng số chấm bằng 7". Số trường hợp thuận lợi cho A:
$\{1,6\},\{2,5\},\{3,4\},\{4,3\},\{5,2\},\{6,1\}\Rightarrow n(A)=6.$

$\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}.$

Biến cố B: " Tổng số chấm trong 2 lần gieo nhỏ hơn 6"
Số trường hợp thuận lợi cho B:
$(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(4,1),(3,1),(2,1),(2,2),(2,3),(3,2).$

$\Rightarrow n(B)=10.$ Vậy $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{10}{36}=\dfrac{5}{18}.$

Biến cố C: " Tổng số chấm trong hai lần gieo không vượt quá 6". Số trường hợp thuận lợi cho C:
$(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(5,1),(4,1),(3,1),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(4,2),(3,2),(3,3).\Rightarrow n(C)=15.$

Vậy $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(\Omega)}=\dfrac{15}{36}=\dfrac{5}{12}.$

Biến cố D: " Tổng số chấm chia hết cho 5". Số trường hợp thuận lợi cho D:
$(2,3),(3,2),(1,4),(4,1),(5,5),(6,4),(4,6)\Rightarrow n(D)=7.$

Vậy $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(\Omega)}=\dfrac{7}{36}.$

Biến cố E: " Lần đầu là số nguyên tố, lần sau xuất hiện mặt chấm chẵn". Số trường hợp thuận lợi cho E:
$(2,2),(2,4),(2,6),(3,2),(3,4),(3,6),(5,2),(5,4),(5,6)\Rightarrow n(E)=9.$

Vậy $P(E)=\dfrac{n(E)}{n(\Omega)}=\dfrac{9}{36}=\dfrac{1}{4}.$

Biến cố F: " Có đúng một mặt 6 chấm xuất hiện". Số trường hợp thuận lợi cho F là:
$(1,6),(2,6),(3,6),(4,6),(5,6),(6,5),(6,4),(6,3),(6,2),(6,1)\Rightarrow n(F)=10.$

Vậy $P(F)=\dfrac{n(F)}{n(\Omega)}=\dfrac{10}{36}=\dfrac{5}{18}$.

Biến cố H: " Có ít nhất một mặt 6 chấm xuất hiện". Số trường hợp thuận lợi cho H :

$(1,6),(2,6),(3,6),(4,6),(5,6),(6,6),(6,5),(6,4),(6,3),(6,2),(6,1)\Rightarrow n(H)=\dfrac{11}{36}$.

a). Đặt A là biến cố "Lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt có chấm chẵn".

B là biến cố "Lần gieo thứ 2 xuất hiện mặt có chấm chẵn"

Suy ra biến cố $\overline{A}$ "Lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt có chấm lẻ". Biến cố $\overline{B}$ "Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt có chấm lẻ".

C là biến cố "Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn".

Dễ dàng thấy $C=(A\cap B)\cup(\overline{A}\cap\overline{B})$. Ta thấy $(A\cap B)$ và $(\overline{A}\cap\overline{B})$ là hai biến cố xung khắc nên

$P(C)=P\left[(A\cap B)\cup(\overline{A}\cap\overline{B})\right]=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap\overline{B})$.

Vì A, B là hai biến cố độc lập và $\overline{A}$, $\overline{B}$ cũng là hai biến cố độc lập nên:

$P(A\cap B)=P(A).P(B)=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$; $P(\overline{A\cap B})=P(\overline{A}).P(\overline{B})=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$.

Kết luận $P(C)=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$.

Cách 2: Ta có :

Không gian mẫu $\Omega=\{(m,n):1\le i,j\le 6\}\Rightarrow n(\Omega)=36$.

Gọi C là biến cố "Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn".

Ta có $C=\{(m,n):1\le m,n\le 6 \text{ và} (m+n) \text{ chan}\}\Rightarrow n(C)=18$.

Do đó $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(\Omega)}=\dfrac{18}{36}=\dfrac{1}{2}$.

b). Gọi D là biến cố "Tổng số chấm trong hai lần gieo bằng 6". Các trường hợp xảy ra thuận lợi cho D là $\{(1,5);(5,1);(2,4);(4,2);(3,3)\}\Rightarrow n(D)=5$.

Kết luận $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(\Omega)}=\dfrac{5}{36}$.

c). Gọi E là biến cố "Có ít nhất một lần xuất hiện mặt 1 chấm". Các trường hợp thuận lợi của E là

$\{(1,1);(1,2);(1,3);(1,4);(1,5);(1,6);(2,1);(3,1);(4,1);(5,1);(6,1)\}\Rightarrow n(E)=11$.

Kết luận $P(E)=\dfrac{n(E)}{n(\Omega)}=\dfrac{11}{36}$.

Cách 2: Gọi A_1 là biến cố "Lần gieo đầu xuất hiện mặt 1 chấm".

Gọi B_1 là biến cố "Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt 1 chấm".

Gọi E là biến cố "Có ít nhất một lần xuất hiện mặt 1 chấm".

Ta có $E=A_1\cup B_1$, và A_1, B_1 độc lập. Nên có :

$P(E)=P(A_1)+P(B_1)-P(A_1\cap B_1)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{11}{36}$.

11. Gieo đồng thời 2 con súc sắc cân đối đồng chất, một con màu đỏ và một con màu xanh. Tính xác suất của các biến cố sau:
a). Biến cố A "Con đỏ xuất hiện mặt 6 chấm".
b). Biến cố B "Con xanh xuất hiện mặt 6 chấm".
c). Biến cố C "Ít nhất một con suất hiện mặt 6 chấm".
d). Biến cố D "Không có con nào xuất hiện mặt 6 chấm".
e). Biến cố E "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con bằng 8".
f). Biến cố F " Số chấm suất hiện trên hai con súc sắc hơn kém nhau 2".

LỜI GIẢI

Không gian mẫu $\Omega=\{(a;b):1\le a,b\le 6\}$. Trong đó a là số chấm trên con đỏ, b là số chấm trên con xanh. Như vậy không gian mẫu Ω có 36 phần tử $\Rightarrow n(\Omega)=36$.

a). Ta có $A=\{(6,b):1\le b\le 6\}\Rightarrow n(A)=6$. Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

b). Hoàn toàn tương tự câu a) có $P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

c). Ta có $A\cap B=\{6,6\}\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{1}{36}$.

Do đó $P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{36}=\frac{11}{36}$.

d). Dễ thấy D chính là biến cố đối của C nên $P(D)=1-P(C)=1-\frac{11}{36}=\frac{25}{36}$.

e). Các trường hợp thuận lợi của biến cố E :

$\{(2,6),(6,2),(3,5),(5,3),(4,4)\}\Rightarrow n(E)=5$. Vậy $P(E)=\frac{n(E)}{n(\Omega)}=\frac{5}{36}$.

f). Ta có

$F=\{(a,b):1\le a,b\le 6,|a-b|=2\}=\{(1,3),(2,4),(3,5),(4,6),(6,4),(5,3),(4,2),(3,1)\}$

Vậy $n(F)=8\Rightarrow P(F)=\frac{n(F)}{n(\Omega)}=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$.

12. Gieo đồng thời 3 con súc sắc cân đối đồng chất. Tính xác suất :
a). Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của 3 con súc sắc bằng 9.
b). Được mặt 6 chấm.
c). Số chấm xuất hiện trên các mặt bằng nhau.
d). Tổng số chấm xuất hiện của ba con súc sắc không nhỏ hơn 16.
e). Số chấm trong lần gieo thứ nhất bằng tổng các số chấm của lần gieo thứ 2 và thứ 3.

LỜI GIẢI

Không gian mẫu $\Omega = \{(a,b,c): 1 \le a,b,c \le 6\}$. Trong đó a là số chấm trên con thứ nhất, b là số chấm trên con thứ hai, c số chấm trên con thứ ba. Như vậy không gian mẫu Ω có 6^3 phần tử $\Rightarrow n(\Omega) = 6^3 = 216$.

a). Gọi biến cố A "Tổng số chấm xuất hiện trên mặt của ba con súc sắc bằng 9". Các trường hợp thuận lợi cho A là {(1,2,6), (1,3,5), (1,4,4), (1,5,3), (1,6,2), (2,1,6), (2,2,5), (2,3,4), (2,5,2), (3,1,5), (3,2,4), (3,3,3), (3,4,2), (3,5,1), (4,1,4), (4,2,3), (4,3,2), (4,4,1), (5,1,3), (5,2,2), (5,3,1), (6,1,2), (6,2,1),(2,6,1), (2,4,3). $\Rightarrow n(A) = 25$

Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{25}{216}$.

d). Gọi A là biến cố "Tổng số chấm trên ba con súc sắc không nhỏ hơn 16". Ta xét các biến cố sau:

A_1: Tổng số chấm bằng 16, gồm các kết quả thuận lợi sau:

$\{(5,5,6),(5,6,5),(6,5,5),(6,6,4),(6,4,6),(4,6,6)\}$

A_2: Tổng số chấm bằng 17, gồm các kết quả thuận lợi sau:

$\{(6,6,5),(6,5,6),(5,6,6)\}$

A_3: Tổng số chấm bằng 18, có một kết quả thuận lợi (6, 6, 6).

Ta có $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$, các biến cố A_1, A_2, A_3 xung khắc nhau từng đôi một. Do đó có:

$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \dfrac{6}{216} + \dfrac{3}{216} + \dfrac{1}{216} \approx 0,0463$.

e). Gọi E là biến cố " Số chấm trong lần gieo thứ nhất bằng tổng các số chấm của lần gieo thứ 2 và thứ 3".

Các trường hợp thuận lợi cho E là: E = {(2, 1, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1), (4, 1, 3), (4, 3, 1), (4, 2, 2), (5, 1, 4), (5, 4, 1), (5, 2, 3), (5, 3, 2), (6, 1, 5), (6, 5, 1), (6, 2, 4), (6, 4, 2), (6, 3, 3)}.

Vậy $n(E) = 15$. Xác suất cần tìm là $P(E) = \dfrac{n(E)}{n(\Omega)} = \dfrac{15}{216} = \dfrac{5}{72}$.

Bài 4: Gieo đồng thời ba con súc sắc cân đối đồng chất. Gọi X là tổng số chấm xuất hiện trên ba mặt con súc sắc sau khi gieo. Tính xác suất để X không nhỏ hơn 6.

LỜI GIẢI

$\Omega = \{(m,n,p): 1 \le m,n,p \le 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6^3 = 216$ (trong đó m, n, p lần lượt là số chấm trên ba con xúc sắc).

Gọi biến cố A "X không nhỏ hơn 6", với $X = m + n + p \ge 6$

Gọi biến cố B "tổng số chấm xuất hiện trên ba mặt con súc sắc sau khi gieo nhỏ hơn 6". Các trường hợp thuận lợi cho B là $\{1,1,1\};\{1,1,2\};\{1,2,1\};\{2,1,1\};\{1,2,2\};\{2,1,2\};\{2,2,1\} \Rightarrow n(B) = 7$.

Dễ dàng thấy A và B là hai biến cố đối, do đó $P(A) = 1 - P(B) = 1 - \dfrac{7}{216} = \dfrac{209}{216}$.