

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

I. NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại điểm $A(3;1)$ là

- A. $y = 9x - 26$. B. $y = -9x - 26$. C. $y = -9x - 3$. D. $y = 9x - 2$.

Hướng dẫn giải: Tính $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y'(3) = 9 \Rightarrow pttt : y = 9x - 26$.

Câu 2. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$ tại điểm $B(1;-2)$ là

- A. $y = -4x + 2$. B. $y = 4x + 2$. C. $y = -4x + 6$. D. $y = 4x + 6$.

Hướng dẫn giải: Tính $y' = 4x^3 - 8x \Rightarrow y'(1) = -4 \Rightarrow pttt : y = -4x + 2$.

Câu 3. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ tại điểm $C(-2;3)$ là

- A. $y = 2x + 7$. B. $y = -2x + 7$. C. $y = 2x + 1$. D. $y = -2x - 1$.

Hướng dẫn giải: Tính $y' = \frac{2}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(-2) = 2 \Rightarrow pttt : y = 2x + 7$.

Câu 4. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ tại điểm D có hoành độ bằng 2 có phương trình là

- A. $y = -9x + 14$. B. $y = 9x + 14$. C. $y = -9x + 22$. D. $y = 9x + 22$.

Hướng dẫn giải:

Tính $y_0 = y(2) = -4$ và $y' = -3x^2 + 3 \Rightarrow y'(2) = -9 \Rightarrow pttt : y = -9x + 14$.

Câu 5. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 8x^2$ tại điểm E có hoành độ bằng -3 có phương trình là

- A. $y = 60x + 171$. B. $y = -60x + 171$.
C. $y = 60x + 189$. D. $y = -60x + 189$.

Hướng dẫn giải:

Tính $y_0 = y(-3) = -9$ và $y' = -4x^3 + 16x \Rightarrow y'(-3) = 60 \Rightarrow pttt : y = 60x + 171$.

Câu 6. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ tại điểm F có hoành độ bằng 2 có phương trình là

- A. $y = -x + 5$ B. $y = x + 5$. C. $y = -x - 1$. D. $y = x - 1$.

Hướng dẫn giải: Tính

$$y_0 = y(2) = 3 \text{ và } y' = \frac{-1}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(2) = -1 \Rightarrow \text{pttt} : y = -x + 5.$$

Câu 7. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3x^2$ tại điểm G có tung độ bằng 5 có phương trình là

- A. $y = 12x - 7$. B. $y = -12x - 7$. C. $y = 12x + 17$. D. $y = -12x + 17$.

Hướng dẫn giải: Giải pt:

$$2x_0^3 + 3x_0^2 = 5 \Leftrightarrow x_0 = 1 \text{ và } y' = 6x^2 + 6x \Rightarrow y'(1) = 12 \Rightarrow \text{pttt} : y = 12x - 7.$$

Câu 8. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ tại điểm H có tung độ bằng 21 có phương trình là

- A. $\begin{cases} y = 40x - 59 \\ y = -40x - 101 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y = 40x - 101 \\ y = -40x - 59 \end{cases}$
C. $\begin{cases} y = 40x + 59 \\ y = -40x + 101 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y = -40x - 59 \\ y = 40x + 101 \end{cases}$

Hướng dẫn giải: Giải pt:

$$x_0^4 + 2x_0^2 - 3 = 21 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -2 \end{cases} \text{ và } y' = 4x^3 + 4x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y'(2) = 40 \\ y'(-2) = -40 \end{cases} \Rightarrow \text{pttt} : \begin{cases} y = 40x - 59 \\ y = -40x - 101 \end{cases}$$

Câu 9. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$ tại điểm I có tung độ bằng 1 có phương trình là

- A. $y = -\frac{1}{5}x + \frac{8}{5}$. B. $y = -\frac{1}{5}x - \frac{2}{5}$. C. $y = \frac{1}{5}x + \frac{8}{5}$. D. $y = \frac{1}{5}x - \frac{2}{5}$.

Hướng dẫn giải: Giải pt:

$$\frac{x_0 + 2}{2x_0 - 1} = 1 \Leftrightarrow x_0 = 3 \text{ và } y' = \frac{-5}{(2x-1)^2} \Rightarrow y'(3) = \frac{-1}{5} \Rightarrow \text{pttt} : y = -\frac{1}{5}x + \frac{8}{5}.$$

Câu 10. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ có hệ số góc bằng $k = -3$ có phương trình là

- A. $y = -3x - 1$. B. $y = -3x + 7$. C. $y = -3x + 1$. D. $y = -3x - 7$.

Hướng dẫn giải: Giải pt:

$$y'(x_0) = -3 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 + 3 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 1 \Rightarrow y(1) = -4 \Rightarrow \text{pttt} : y = -3x - 1.$$

Câu 11. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2$ có hệ số góc bằng $k = -48$ có phương trình là

- A. $y = -48x + 160$. B. $y = -48x + 192$. C. $y = -48x - 160$. D. $y = -48x - 192$.

Hướng dẫn giải:

$$\text{pt: } y'(x_0) = -48 \Leftrightarrow -x_0^3 + 4x_0 + 48 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 4 \Rightarrow y(4) = -32$$

$$\Rightarrow \text{pttt} : y = -48x + 160.$$

Câu 12. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{1-x}$ biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng 4.

A. $\begin{cases} y = 4x + 3 \\ y = 4x - 13 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = 4x - 3 \\ y = 4x - 13 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = 4x + 3 \\ y = 4x + 13 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = 4x - 3 \\ y = 4x + 13 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

$$\text{Giải pt: } y'(x_0) = 4 \Leftrightarrow \frac{4}{(1-x_0)^2} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \Rightarrow y(0) = 3 \Rightarrow \text{pttt} : y = 4x + 3 \\ x_0 = 2 \Rightarrow y(2) = -5 \Rightarrow \text{pttt} : y = 4x - 13 \end{cases}$$

Câu 13. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số: $y = -x^3 + 2x^2$ mà song song với đường thẳng $y = x$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn giải: Giải pt:

$$y'(x_0) = 1 \Leftrightarrow -3x_0^2 + 4x_0 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \Rightarrow y(1) = 1 \Rightarrow \text{pttt} : y = x \text{ (trùng)} \\ x_0 = \frac{1}{3} \Rightarrow y\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{27} \Rightarrow \text{pttt} : y = x - \frac{4}{27} \end{cases}$$

Câu 14. Tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -36x + 5$ của đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$ có phương trình là

A. $y = -36x - 54$. B. $y = -36x + 54$. C. $y = -36x - 90$. D. $y = -36x + 90$.

Hướng dẫn giải:

pt: $y'(x_0) = -36 \Leftrightarrow 4x_0^3 + 2x_0 + 36 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -2 \Rightarrow y(-2) = 18$
 $\Rightarrow \text{pttt} : y = -36x - 54$.

Câu 15. Cho hàm $y = \frac{-x+5}{x+2}$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) sao cho

tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $d : y = -\frac{1}{7}x + \frac{5}{7}$

A. $y = -\frac{1}{7}x - \frac{23}{7}$. B. $\begin{cases} y = -\frac{1}{7}x + \frac{5}{7} \\ y = -\frac{1}{7}x - \frac{23}{7} \end{cases}$
C. $y = -\frac{1}{7}x + \frac{23}{7}$. D. $\begin{cases} y = -\frac{1}{7}x + \frac{5}{7} \\ y = -\frac{1}{7}x + \frac{23}{7} \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

pt:

$$y'(x_0) = -\frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{-7}{(x_0+2)^2} = \frac{-1}{7} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 5 \Rightarrow y(5) = 0 \Rightarrow \text{pttt} : y = -\frac{1}{7}x + \frac{5}{7} \text{ (trùng)} \\ x_0 = -9 \Rightarrow y(-9) = -2 \Rightarrow \text{pttt} : y = -\frac{1}{7}x - \frac{23}{7} \end{cases}$$

Câu 16. Cho hàm $y = 2x^3 - 3x - 1$ có đồ thị là (C). Tiếp tuyến của đồ thị (C) và vuông góc với đường thẳng $x + 21y - 2 = 0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} y = 21x - 33 \\ y = 21x + 31 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y = -21x - 33 \\ y = -21x + 31 \end{cases}$

$$\text{C. } \begin{cases} y = \frac{1}{21}x - 33 \\ y = \frac{1}{21}x + 31 \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} y = -\frac{1}{21}x - 33 \\ y = -\frac{1}{21}x + 31 \end{cases}$$

Hướng dẫn giải: Giải pt:

$$y'(x_0) = 21 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \Rightarrow y(2) = 9 & \Rightarrow \text{pttt} : y = 21x - 33 \\ x_0 = -2 \Rightarrow y(-2) = -11 & \Rightarrow \text{pttt} : y = 21x + 31 \end{cases}$$

Câu 17. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ và vuông góc với đường thẳng $x - 8y + 2017 = 0$ có phương trình là

A. $y = -8x + 8$. B. $y = 8x + 8$. C. $y = -\frac{1}{8}x + 8$. D. $y = \frac{1}{8}x - 8$.

Hướng dẫn giải: giải pt: $y'(x_0) = -8 \Leftrightarrow x_0 = 1 \Rightarrow y(1) = 0 \Rightarrow \text{pttt} : y = -8x + 8$.

Câu 18. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+2}$ biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -6x + 1$ là

A. $\begin{cases} y = \frac{1}{6}x + \frac{1}{3} \\ y = \frac{1}{6}x - 1 \end{cases}$. B. $y = \frac{1}{6}x - 1$. C. $\begin{cases} y = -\frac{1}{6}x + \frac{1}{3} \\ y = -\frac{1}{6}x - 1 \end{cases}$. D. $y = \frac{1}{6}x + \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải: giải pt:

$$y'(x_0) = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 4 \Rightarrow y(4) = 1 & \Rightarrow \text{pttt} : y = \frac{1}{6}x + \frac{1}{3} \\ x_0 = -8 \Rightarrow y(-8) = 3 & \Rightarrow \text{pttt} : y = \frac{1}{6}x - \frac{5}{3} \end{cases}$$

Câu 19. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2$ tại giao điểm với trục Ox ?

A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Hướng dẫn giải: Ta giải phương trình

$$x^4 - 4x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & \Rightarrow y'(0) = 0 \Rightarrow \text{pttt} : y = 0 \\ x = 2 & \Rightarrow y'(2) = 16 \Rightarrow \text{pttt} : y = 16x - 32 \\ x = -2 & \Rightarrow y'(-2) = -16 \Rightarrow \text{pttt} : y = -16x - 32 \end{cases}$$

Câu 20. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành có phương trình là

A. $\begin{cases} y = 0 \\ y = -9x - 18 \end{cases}$. B. $y = -9x - 18$. C. $y = -9x + 18$. D. $\begin{cases} y = 0 \\ y = -9x + 18 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải: Ta giải phương trình

$$-x^3 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y'(1) = 0 \Rightarrow pttt : y = 0 \\ x = -2 \Rightarrow y'(-2) = -9 \Rightarrow pttt : y = -9x - 18 \end{cases}$$

Câu 21. Gọi (d) là tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x-5}{-x+1}$ tại giao điểm A của (C) và trục hoành. Khi đó, phương trình của đường thẳng (d) là

A. $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$. B. $y = -\frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$. C. $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$. D. $y = \frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải: Ta giải phương trình

$$\frac{x-5}{-x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 5 \Rightarrow y'(5) = -\frac{1}{4} \Rightarrow pttt : y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$$

Câu 22. Tại giao điểm của đồ thị (C) của hàm số $y = 2x^3 - 6x + 1$ và trục Oy ta lập được tiếp tuyến có phương trình là

A. $y = -6x + 1$. B. $y = -6x - 1$. C. $y = 6x + 1$. D. $y = 6x - 1$.

Hướng dẫn giải:

Ta có giao điểm của (C) và Oy là: $A(0;1) \Rightarrow y'(0) = -6 \Rightarrow pttt : y = -6x + 1$.

Câu 23. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 2$ tại điểm M là giao của (C) và trục tung là

A. $y = -2$. B. $y = 2$. C. $\begin{cases} y = -2 \\ y = 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} y = -2 \\ y = 0 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có giao điểm của (C) và Oy là: $M(0;-2) \Rightarrow y'(0) = 0 \Rightarrow pttt : y = -2$.

Câu 24. Gọi (d) là tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ tại giao điểm A của (C) và trục tung. Khi đó, phương trình của đường thẳng (d) là

A. $y = -\frac{7}{9}x - \frac{1}{3}$. B. $y = -\frac{7}{9}x + \frac{1}{3}$. C. $y = \frac{7}{9}x - \frac{1}{3}$. D. $y = \frac{7}{9}x + \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có giao điểm của (C) và Oy là: $A\left(0; -\frac{1}{3}\right) \Rightarrow y'(0) = -\frac{7}{9} \Rightarrow pttt : y = -\frac{7}{9}x - \frac{1}{3}$

Câu 25. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) : $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$ song song với đường thẳng $y = 3x + 2016$ là

A. $\begin{cases} y = 3x - \frac{2}{3} \\ y = 3x - 8 \end{cases}$. B. $\begin{cases} y = 3x - \frac{2}{3} \\ y = 3x + 8 \end{cases}$. C. $\begin{cases} y = 3x - 8 \\ y = 3x + \frac{2}{3} \end{cases}$. D. $\begin{cases} y = 3x + \frac{2}{3} \\ y = 3x + 8 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải: Ta giải pt: $y'(x_0) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \Rightarrow y(1) = \frac{7}{3} \\ x_0 = 3 \Rightarrow y(3) = 1 \end{cases} \Rightarrow pttt : y = 3x - \frac{2}{3}$
 $\Rightarrow pttt : y = 3x - 8$

Câu 26. Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 5$ là

- A. Song song với trục hoành. B. Song song với đường thẳng $x = 1$.
C. Có hệ số góc dương. D. Có hệ số góc bằng -1 .

Hướng dẫn giải:

Ta giải pt: $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \Rightarrow y(1) = \frac{-11}{3} \\ x_0 = 3 \Rightarrow y(3) = -5 \end{cases} \Rightarrow y'(3) = 0 \Rightarrow tt \text{ song song } Ox$

Câu 27. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ tại điểm có tung độ bằng 3 là

- A. $x + 2y - 9 = 0$. B. $x + y - 8 = 0$.
C. $2x - y - 9 = 0$. D. $x - 2y - 7 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Theo giả thiết ta có: $y_0 = 3 \Rightarrow x_0 = 3$ và $y'(3) = -\frac{1}{2} \Rightarrow pttt : x + 2y - 9 = 0$.

Câu 28. Cho đường cong (C): $y = x^3 - 3x^2$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm thuộc (C) và có hoành độ $x_0 = -1$.

- A. $y = 9x + 5$. B. $y = -9x + 5$. C. $y = 9x - 5$. D. $y = -9x - 5$.

Hướng dẫn giải:

Theo giả thiết ta có: $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -4$ và $y'(-1) = 9 \Rightarrow pttt : y = 9x + 5$.

Câu 29. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 3x^3 - x^2 - 7x + 1$ tại điểm $A(0;1)$ là

- A. $y = -7x + 1$. B. $y = x + 1$. C. $y = 1$. D. $y = 0$.

Hướng dẫn giải:

Theo giả thiết ta có: $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 1$ và $y'(0) = -7 \Rightarrow pttt : y = -7x + 1$.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ (C). Khi đó phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 5 là

- A. $y = 45x - 174$. B. $y = -45x + 174$.
C. $y = 45x + 276$. D. $y = -45x + 276$.

Hướng dẫn giải:

Theo giả thiết ta có: $x_0 = 5 \Rightarrow y_0 = 51$ và $y'(5) = 45 \Rightarrow pttt : y = 45x - 174$.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

II. CÂU HỎI VẬN DỤNG THẤP

Câu 31. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 1$ có đồ thị (C). Trong các tiếp tuyến của (C), tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất có phương trình là

- A. $y = 3x + 2$. B. $y = -3x + 2$. C. $y = -3x + 8$. D. $y = 3x + 8$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 6 = 3(x-1)^2 + 3 \geq 3 \Rightarrow \min y' = 3$ khi $x = x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = y(1) = 5$

Khi đó phương trình tiếp tuyến $y = 3(x-1) + 5 = 3x + 2$.

Câu 32. Cho hàm số $y = -x^3 + 6x^2 + 3x - 1$ có đồ thị (C). Trong các tiếp tuyến của (C), tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất có phương trình là:

- A. $y = 15x + 55$. B. $y = -15x - 5$. C. $y = 15x - 5$. D. $y = -15x + 55$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = -3x^2 + 12x + 3 = -3(x+2)^2 + 15 \leq 15 \Rightarrow \max y' = 15$ khi $x = x_0 = -2$
 $\Rightarrow y_0 = y(-2) = 25$.

Khi đó phương trình tiếp tuyến $y = 15(x+2) + 25 = 15x + 55$.

Câu 33. Cho hàm số $y = x^3 + x + 1$ có đồ thị (C) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. Trên (C) tồn tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho hai tiếp tuyến của (C) tại A và B vuông góc.
- B. Hàm số luôn đồng biến trên \mathbb{R} .
- C. Tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 có phương trình là $y = 4x - 1$.
- D. Đồ thị (C) chỉ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Ta có: $y' = 3x^2 + 1 > 0 \Rightarrow \begin{cases} y'(x_1) = 3x_1^2 + 1 > 0 \\ y'(x_2) = 3x_2^2 + 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow y'(x_1) \cdot y'(x_2) > 0$

hay $y'(x_1) \cdot y'(x_2) \neq -1$. Suy ra 2 tiếp tuyến A và B không vuông góc.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Ta có $y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Suy ra hàm số đồng biến trên \mathbb{R} và cắt trục hoành tại một điểm duy nhất \rightarrow **B, D đúng**.

Với $x_0 = 1 \Rightarrow y'(1) = 4, y_0 = 3 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến $y = 4(x-1) + 3$
 $\Leftrightarrow y = 4x - 1 \rightarrow$ **C đúng**.

Câu 34. Đường thẳng $y = ax - b$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 - x + 2$ tại điểm $M(1;0)$. Khi đó ta có:

- A. $ab = 36$.
- B. $ab = -6$.
- C. $ab = -36$.
- D. $ab = -5$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 3x^2 + 4x - 1 \Rightarrow y'(1) = 6$.

Khi đó phương trình tiếp tuyến tại $M(1;0)$ là:

$$y = 6(x-1) \Leftrightarrow y = 6x - 6 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 6 \end{cases} \Rightarrow ab = 36.$$

Câu 35. Cho hàm số $y = x^3 - x^2 + 2x + 5$ có đồ thị (C) . Trong các tiếp tuyến của (C) , tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất, thì hệ số góc của tiếp tuyến đó là

- A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 3x^2 - 2x + 2 = 3\left(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}\right) + \frac{5}{3} = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{5}{3} \geq \frac{5}{3} \Rightarrow \min y' = \frac{5}{3}$ khi

$$x = x_0 = \frac{1}{3}.$$

Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{3}x}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của (C) tạo với trục hoành góc 60° có phương trình là

- A. $\begin{cases} y = -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3}x \end{cases}$. B. $\begin{cases} y = \sqrt{3}x - 4\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3}x \end{cases}$.
- C. $\begin{cases} y = -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3}x \end{cases}$. D. $\begin{cases} y = -\sqrt{3}x - 4\sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3}x \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = \frac{-\sqrt{3}}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$. Tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ tạo với Ox góc 60°

$$\Rightarrow y'(x_0) = \pm \tan 60^\circ = \pm \sqrt{3} \xrightarrow{y' < 0} y'(x_0) = -\sqrt{3} \Rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{(x_0-1)^2} = -\sqrt{3} \Leftrightarrow (x_0-1)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 2\sqrt{3} \\ x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3}x \end{cases}.$$

Câu 37. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m+1)x + 1$ (1), m là tham số. Kí hiệu (C_m) là đồ thị hàm số (1) và K là điểm thuộc (C_m) , có hoành độ bằng -1 . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để tiếp tuyến của (C_m) tại điểm K song song với đường thẳng $d: 3x + y = 0$.

- A. $m \in \emptyset$. B. $m = -1$. C. $m = -1$ hoặc $m = -\frac{1}{3}$. D. $m = -\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m+1)$. Do $K \in (C_m)$ và có hoành độ bằng -1 , suy ra $K(-1; -6m-3)$.

Khi đó tiếp tuyến tại K có phương trình:

$$\Delta: y = y'(-1)(x+1) - 6m - 3 \Leftrightarrow \Delta: y = (9m+6)x + 3m+3$$

Đường thẳng Δ song song với đường thẳng d

$$\Rightarrow 3x + y = 0 \Leftrightarrow y = -3x \Leftrightarrow \begin{cases} 9m+6 = -3 \\ 3m+3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Câu 38. Cho hàm số $y = x^4 + \frac{1}{2}mx^2 + m - 1$ có đồ thị (C) . Biết tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 vuông góc với đường thẳng có phương trình $x - 3y + 1 = 0$. Khi đó giá của m là

- A. $m = -1$. B. $m = 0$. C. $m = -\frac{13}{3}$. D. $m = -\frac{11}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = 4x^3 + mx$ và đường thẳng $x - 3y + 1 = 0$ viết thành $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$.

Theo bài ra ta có: $y'(-1) = -3 \Leftrightarrow -4 - m = -3 \Leftrightarrow m = -1$.

Câu 39. Cho hàm số $y = \sqrt{2x+1}$ có đồ thị (C) . Biết tiếp tuyến d của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $y = -3x + 2017$. Hỏi hoành độ tiếp điểm của d và (C) là bao nhiêu?

- A. 4. B. 1. C. $-\frac{4}{9}$. D. -4.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$. Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm của d và (C) .

Theo bài ra ta có: $y'(x_0) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2x_0+1}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 2x_0+1 = 9 \Leftrightarrow x_0 = 4$

Câu 40. Cho hàm số $y = 3x - 4x^3$ có đồ thị (C) . Từ điểm $M(1;3)$ có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số (C) ?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Hướng dẫn giải

Đường thẳng đi qua $M(1;3)$ có hệ số góc k có dạng: $y = k(x-1) + 3$ (d).

Điều kiện để (d) là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm:

$$\begin{cases} 3x - 4x^3 = k(x-1) + 3 & (1) \\ 3 - 12x^2 = k & (2) \end{cases} \quad \text{Thay (2) vào (1) ta được:}$$

$$3x - 4x^3 = (3 - 12x^2)(x-1) + 3 \Leftrightarrow 8x^3 - 12x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ k = -24 \end{cases}$$

Vậy có 2 tiếp tuyến.

Câu 41. Cho hàm số $y = x^3 + x + 2$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến tại điểm $N(1;4)$ của (C) cắt đồ thị (C) tại điểm thứ hai là M. Khi đó tọa độ điểm M là

- A. $M(-2; -8)$. B. $M(-1; 0)$. C. $M(0; 2)$. D. $M(2; 12)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Ta có $y' = 3x^2 + 1 \Rightarrow y'(1) = 4$, suy ra tiếp tuyến tại $N(1;4)$ là: $\Delta: y = 4x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của Δ và (C) là:

$$x^3 + x + 2 = 4x \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \Rightarrow y = -8 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$2x_N + x_M = -\frac{b}{a} \quad (\text{Với } y = ax^3 + bx^2 + cx + d \text{ là hàm số bậc ba})$$

$$\Leftrightarrow 2 + x_M = 0 \Leftrightarrow x_M = -2 \Rightarrow M(-2; -8).$$

Câu 42. Cho hàm số $y = x^3 - x^2 + x + 1$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến tại điểm N của (C) cắt đồ thị (C) tại điểm thứ hai là $M(-1; -2)$. Khi đó tọa độ điểm N là

- A. $(1; 2)$. B. $(2; 5)$. C. $(-1; -4)$. D. $(0; 1)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1; -2)$ có hệ số góc k có dạng

$$\Delta: y = k(x+1) - 2.$$

Δ là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm:

$$\begin{cases} x^3 - x^2 + x + 1 = k(x+1) - 2 & (1) \\ 3x^2 - 2x + 1 = k & (2) \end{cases} \text{ . Thay (2) vào (1) ta được:}$$

$$x^3 - x^2 + x + 1 = (3x^2 - 2x + 1)(x+1) - 2 \Leftrightarrow (x+1)^2(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow N(1; 2).$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$2x_N + x_M = -\frac{b}{a} \text{ (Với } y = ax^3 + bx^2 + cx + d \text{ là hàm số ban đầu)}$$

$$\Leftrightarrow 2x_N + (-1) = 1 \Leftrightarrow x_N = 1 \Rightarrow N(1; 2).$$

Câu 43. Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 đi qua $A(1; 3)$?

A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = \frac{7}{9}$. C. $m = -\frac{1}{2}$. D. $m = -\frac{7}{9}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = 3x^2 + 6mx + m + 1$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến cần lập.

$$\text{Khi đó } x_0 = -1 \Rightarrow \begin{cases} y'(-1) = 4 - 5m \\ y_0 = 2m - 1 \end{cases} \text{ suy ra phương trình tiếp tuyến là:}$$

$$\Delta: y = (4 - 5m)(x + 1) + 2m - 1$$

$$\text{Do } A(1; 3) \in \Delta \Rightarrow 3 = (4 - 5m)(1 + 1) + 2m - 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Câu 44. Cho hàm số $y = \frac{x-m}{x+1}$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 0 song song với đường thẳng $y = 3x + 1$.

A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = -2$. D. $m = 3$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } y' = \frac{1+m}{(x+1)^2} \text{ khi đó } y'(0) = 3 \Leftrightarrow 1+m = 3 \Leftrightarrow m = 2.$$

III. CÂU HỎI VẬN DỤNG CAO

Câu 45. Cho hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ có đồ thị (C) và gốc tọa độ O . Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) , biết Δ cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB cân. Phương trình Δ là

- A. $y = x + 4$. B. $y = x + 1$. C. $y = x - 4$. D. $y = x$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến cần lập.

Tam giác OAB cân tại O nên $OA = OB$, suy ra

$$y'(x_0) = \pm 1 \xrightarrow{y' > 0} y'(x_0) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{(x_0+1)^2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \end{cases}$$

- Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 0$ (Loại do $M(0;0) \equiv O$).
- Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 2$, suy ra phương trình tiếp tuyến $\Delta: y = x + 4$.

Câu 46. Cho hàm số $y = -x^4 - x^2 + 6$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của đồ thị (C) cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B sao cho $OB = 36OA$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} y = -36x + 58 \\ y = 36x + 58 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y = -36x - 86 \\ y = 36x - 86 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x - 36y - 4 = 0 \\ x + 36y - 4 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - 36y + 14 = 0 \\ x + 36y + 14 = 0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Do $\frac{OB}{OA} = 36 \Rightarrow y'(x_0) = \pm 36$.

- Với $y'(x_0) = -36 \Leftrightarrow -4x^3 - 2x_0 = -36 \Leftrightarrow 4x_0^3 + 2x_0 - 36 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2$
 $\Rightarrow y_0 = y(2) = -14$. Suy ra tiếp tuyến $y = -36x + 58$.
- Với $y'(x_0) = 36 \Leftrightarrow -4x^3 - 2x_0 = 36 \Leftrightarrow 4x_0^3 + 2x_0 + 36 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -2$
 $\Rightarrow y_0 = y(-2) = -14$. Suy ra tiếp tuyến $y = 36x + 58$.

Câu 47. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2(x+1)}$ có đồ thị là (C) . Gọi điểm $M(x_0; y_0)$ với $x_0 > -1$ là điểm thuộc (C) , biết tiếp tuyến của (C) tại điểm M cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB có trọng tâm G nằm trên đường thẳng $d: 4x + y = 0$. Hỏi giá trị của $x_0 + 2y_0$ bằng bao nhiêu?

- A. $-\frac{7}{2}$. B. $\frac{7}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

- Gọi $M\left(x_0; \frac{x_0-1}{2(x_0+1)}\right) \in (C)$ là điểm cần tìm.

- Gọi Δ tiếp tuyến của (C) tại M ta có phương trình.

$$\Delta: y = f'(x_0)(x - x_0) + \frac{x_0 - 1}{2(x_0 + 1)} \Rightarrow y = \frac{1}{(x_0 + 1)^2}(x - x_0) + \frac{x_0 - 1}{2(x_0 + 1)}$$

- Gọi $A = \Delta \cap Ox \Rightarrow A\left(-\frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{2}; 0\right)$ và $B = \Delta \cap Oy \Rightarrow B\left(0; \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{2(x_0 + 1)^2}\right)$.

- Khi đó Δ tạo với hai trục tọa độ ΔOAB có trọng tâm là:

$$G\left(-\frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{6}; \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{6(x_0 + 1)^2}\right).$$

- Do $G \in$ đường thẳng: $4x + y = 0 \Rightarrow -4 \cdot \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{6} + \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{6(x_0 + 1)^2} = 0$

$$\Leftrightarrow 4 = \frac{1}{(x_0 + 1)^2} \text{ (vì } A, B \text{ không trùng } O \text{ nên } x_0^2 - 2x_0 - 1 \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 1 = \frac{1}{2} \\ x_0 + 1 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -\frac{1}{2} \\ x_0 = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

- Với $x_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

- Với $x_0 = -\frac{3}{2} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

$$\text{Chọn } M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right) \Rightarrow x_0 + 2y_0 = -\frac{7}{2}.$$

Câu 48. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$ (1), m là tham số thực. Kí hiệu (C) là đồ thị hàm số (1); d là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 1. Tìm m để khoảng cách từ điểm $B\left(\frac{3}{4}; 1\right)$ đến đường thẳng d đạt giá trị lớn nhất.

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Hướng dẫn giải

- $A \in (Cm)$ nên $A(1; 1 - m)$. $y' = 4x^3 - 4mx \Rightarrow y'(1) = 4 - 4m$.
- Phương trình tiếp tuyến của (Cm) tại A: $y - 1 + m = y'(1) \cdot (x - 1)$
 $\Leftrightarrow (4 - 4m)x - y - 3(1 - m) = 0$.
- Khi đó $d(B; \Delta) = \frac{|-1|}{\sqrt{16(1 - m)^2 + 1}} \leq 1$, Dấu '=' xảy ra \Leftrightarrow khi $m = 1$.
- Do đó $d(B; \Delta)$ lớn nhất bằng 1 khi và chỉ khi $m = 1$.

Câu 49. Cho hàm số $y = \frac{2x + 3}{x + 1}$ có đồ thị là (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) tại những điểm thuộc đồ thị có khoảng cách đến đường thẳng $d_1: 3x + 4y - 2 = 0$ bằng 2.

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 0.

Hướng dẫn giải

- Giả sử $M(x_0; y_0) \in (C) \Rightarrow y_0 = \frac{2x_0 + 3}{x_0 + 1}$.
- Ta có: $d(M, d_1) = 2 \Leftrightarrow \frac{|3x_0 + 4y_0 - 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2 \Leftrightarrow 3x_0 + 4y_0 - 12 = 0$ hoặc $3x_0 + 4y_0 + 8 = 0$.

- Với $3x_0 + 4y_0 - 12 = 0 \Leftrightarrow 3x_0 + 4\left(\frac{2x_0 + 3}{x_0 + 1}\right) - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \Rightarrow M_1(0; 3) \\ x_0 = \frac{1}{3} \Rightarrow M_2\left(\frac{1}{3}; \frac{11}{4}\right) \end{cases}$

- Với $3x_0 + 4y_0 + 8 = 0 \Leftrightarrow 3x_0 + 4\left(\frac{2x_0 + 3}{x_0 + 1}\right) + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -5 \Rightarrow M_3\left(-5; \frac{7}{4}\right) \\ x_0 = -\frac{4}{3} \Rightarrow M_4\left(-\frac{4}{3}; -1\right) \end{cases}$.

Suy ra có 4 tiếp tuyến.

Câu 50. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị là (C) . Gọi I là giao điểm hai tiệm cận của (C) .

Tìm điểm M thuộc (C) có hoành độ lớn hơn 1 sao cho tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với đường thẳng MI .

- A. $M(2;3)$. B. $M\left(3;\frac{5}{2}\right)$. C. $M\left(4;\frac{7}{3}\right)$. D. $M(5;3)$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận.

- Giao điểm của hai tiệm cận là $I(1;2)$. Gọi $M(a;b) \in (C) \Rightarrow b = \frac{2a-1}{a-1}, (a > 1)$.
- Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là $y = -\frac{1}{(a-1)^2}(x-a) + \frac{2a-1}{a-1}$.
- Phương trình đường thẳng MI : $y = \frac{1}{(a-1)^2}(x-1) + 2$.
- Tiếp tuyến tại M vuông góc với MI nên ta có:

$$-\frac{1}{(a-1)^2} \cdot \frac{1}{(a-1)^2} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \Rightarrow b=1 \\ a=2 \Rightarrow b=3 \end{cases}$$

Vậy điểm cần tìm là $M(2;3)$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$, điểm M thỏa yêu cầu bài toán có hoành độ được tính như sau:

$$x_0 - 1 = \pm \sqrt{|2 \cdot (-1) - 1 \cdot (-1)|} \Leftrightarrow x_0 - 1 = \pm 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 3 \\ x_0 = 0 \text{ (L)} \end{cases}. \text{ Vậy } M(2;3).$$

Câu 51. Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị là (C) , đường thẳng $d: y = x + m$. Với mọi m ta luôn có d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B . Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A, B . Tìm m để tổng $k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $m = -1$. B. $m = -2$. C. $m = 3$. D. $m = -5$.

Hướng dẫn giải

- Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) :

$$\frac{-x+1}{2x-1} = x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{2} \\ g(x) = 2x^2 + 2mx - m - 1 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

- Theo định lí Viet ta có: $x_1 + x_2 = -m; x_1 x_2 = \frac{-m-1}{2}$. Giả sử: $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.

- Ta có $y' = \frac{-1}{(2x-1)^2}$.

- Tiếp tuyến của (C) tại A và B có hệ số góc là: $k_1 = -\frac{1}{(2x_1-1)^2}; k_2 = -\frac{1}{(2x_2-1)^2}$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow k_1 + k_2 &= k_1 + k_2 = -\frac{1}{(2x_1-1)^2} - \frac{1}{(2x_2-1)^2} = -\frac{4(x_1^2 + x_2^2) - 4(x_1 + x_2) + 2}{[4x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 1]^2} \\ &= -(4m^2 + 8m + 6) = -4(m+1)^2 - 2 \leq -2 \end{aligned}$$

- Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m = -1$.

Vậy: $k_1 + k_2$ đạt GTLN bằng -2 khi $m = -1$.

Câu 52. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ (1). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết tiếp tuyến đó cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB cân tại gốc tọa độ O .

- A. $y = -x - 2$. B. $y = -x$. C. $y = -x + 2$. D. $y = -x + 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

- Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ của tiếp điểm $\Rightarrow y'(x_0) = \frac{-1}{(2x_0+3)^2} < 0$.

- ΔOAB cân tại O nên tiếp tuyến Δ song song với đường thẳng $y = -x$ (vì tiếp tuyến có hệ

số góc âm). Nghĩa là: $y'(x_0) = \frac{-1}{(2x_0+3)^2} = -1 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 1 \\ x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 0 \end{cases}$

- Với $x_0 = -1; y_0 = 1 \Rightarrow \Delta: y - 1 = -(x + 1) \Leftrightarrow y = -x$ (**loại**).

- Với $x_0 = -2; y_0 = 0 \Rightarrow \Delta: y - 0 = -(x + 2) \Leftrightarrow y = -x - 2$ (**nhận**).

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = -x - 2$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

- Tam giác OAB cân tại gốc tọa độ O nên ta có $OA = OB \Rightarrow n = 1$.

$$acx_0^2 + 2bcx_0 + bd \neq 0 \Rightarrow 2x_0^2 + 8x_0 + 6 \neq 0 \Leftrightarrow x_0 \neq -1; x_0 \neq -3.$$

$$cx_0 + d = \pm \sqrt{n \cdot |ad - bc|} \Rightarrow 2x_0 + 3 = \pm \sqrt{1 \cdot |-1|} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 (L) \\ x_0 = -2 (N) \end{cases}.$$

- Với $x_0 = -2; y_0 = 0 \Rightarrow \Delta: y - 0 = -(x + 2) \Leftrightarrow y = -x - 2$ (nhận).

Câu 53. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}, (C)$. Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến này cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm A và B thỏa mãn $OA = 4OB$.

A.
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \\ y = -\frac{1}{4}x + \frac{13}{4} \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \\ y = -\frac{1}{4}x + \frac{13}{2} \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{2} \\ y = -\frac{1}{4}x + \frac{13}{2} \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{2} \\ y = -\frac{1}{4}x + \frac{13}{4} \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

- Giả sử tiếp tuyến d của (C) tại $M(x_0; y_0) \in (C)$ cắt Ox tại A , Oy tại B sao cho $OA = 4OB$.

- Do tam giác OAB vuông tại O nên $\tan A = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{4} \Rightarrow$ Hệ số góc của d bằng $\frac{1}{4}$ hoặc

$$-\frac{1}{4}.$$

- Hệ số góc của d là $y'(x_0) = -\frac{1}{(x_0-1)^2} < 0 \Rightarrow -\frac{1}{(x_0-1)^2} = -\frac{1}{4}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = \frac{3}{2} \\ x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

- Khi đó có 2 tiếp tuyến thỏa mãn là:
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{4}(x+1) + \frac{3}{2} \\ y = -\frac{1}{4}(x-3) + \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \\ y = -\frac{1}{4}x + \frac{13}{4} \end{cases}.$$

Câu 54. Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi Δ là tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0)$ (với $x_0 > 0$) thuộc đồ thị (C) . Để khoảng cách từ tâm đối xứng I của đồ thị (C) đến tiếp tuyến Δ là lớn nhất thì tung độ của điểm M gần giá trị nào nhất?

- A. $\frac{\pi}{2}$. B. $\frac{3\pi}{2}$. C. $\frac{5\pi}{2}$. D. $\frac{7\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

• Ta có: $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$; $I(1;1)$.

• Gọi $M\left(x_0; \frac{x_0}{x_0-1}\right) \in (C), (x_0 \neq 1)$. Phương trình tiếp tuyến tại M có dạng:

$$\Delta: y = -\frac{1}{(x_0-1)^2}(x-x_0) + \frac{x_0}{x_0-1} \Leftrightarrow x + (x_0-1)^2 y - x_0^2 = 0.$$

• $d(I, \Delta) = \frac{2|x_0-1|}{\sqrt{1+(x_0-1)^4}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{(x_0-1)^2} + (x_0-1)^2}} \leq \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

• Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi:

$$\frac{1}{(x_0-1)^2} = (x_0-1)^2 \Leftrightarrow |x_0-1| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 2(N) \\ x_0 = 0 (L) \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Ta có $IM \perp \Delta \Rightarrow cx_0 + d = \pm\sqrt{|ad-bc|} \Rightarrow x_0 - 1 = \pm\sqrt{|-1-0|} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 2(N) \\ x_0 = 0 (L) \end{cases}$.

Câu 55. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Biết khoảng cách từ $I(-1; 2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M là lớn nhất thì tung độ của điểm M nằm ở góc phần tư thứ hai gần giá trị nào nhất?

- A. e . B. $2e$. C. $3e$. D. $4e$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

• Ta có: $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$.

- Gọi $M\left(x_0; \frac{2x_0-1}{x_0+1}\right) \in (C), (x_0 \neq -1)$. Phương trình tiếp tuyến tại M là:

$$y = \frac{3}{(x_0+1)^2}(x-x_0) + \frac{2x_0-1}{x_0+1} \Leftrightarrow 3x - (x_0+1)^2 y + 2x_0^2 - 2x_0 - 1 = 0.$$

- $d(I, \Delta) = \frac{6|x_0+1|}{\sqrt{9+(x_0+1)^4}} = \frac{6}{\sqrt{\frac{9}{(x_0+1)^2} + (x_0+1)^2}} \leq \frac{6}{\sqrt{2\sqrt{9}}} = \sqrt{6}.$

- Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi:

$$\frac{9}{(x_0+1)^2} = (x_0+1)^2 \Leftrightarrow (x_0+1)^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 + \sqrt{3} \Rightarrow y_0 = 2 - \sqrt{3} (L) \\ x_0 = -1 - \sqrt{3} \Rightarrow y_0 = 2 + \sqrt{3} (N) \end{cases}.$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Ta có $IM \perp \Delta \Rightarrow cx_0 + d = \pm \sqrt{|ad - bc|} \Rightarrow x_0 + 1 = \pm \sqrt{|2+1|}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 + \sqrt{3} \Rightarrow y = 2 - \sqrt{3} (L) \\ x_0 = -1 - \sqrt{3} \Rightarrow y = 2 + \sqrt{3} (N) \end{cases}.$$

Câu 56. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C) . Biết tiếp tuyến tại M của (C) cắt hai tiệm cận của (C) tại A, B sao cho AB ngắn nhất. Khi đó độ dài lớn nhất của vectơ \overline{OM} gần giá trị nào nhất?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

- Gọi $M\left(x_0; \frac{2x_0-3}{x_0-2}\right) \in (C), (x_0 \neq 2)$. Phương trình tiếp tuyến tại M có dạng:

$$\Delta: y = -\frac{1}{(x_0-2)^2}(x-x_0) + 2 + \frac{1}{x_0-2}.$$

- Giao điểm của Δ với tiệm cận đứng là: $A\left(2; 2 + \frac{2}{x_0-2}\right)$.

- Giao điểm của Δ với tiệm cận ngang là: $B(2x_0-2; 2)$.

- Ta có: $AB^2 = 4\left[(x_0-2)^2 + \frac{1}{(x_0-2)^2}\right] \geq 8$. Dấu "=" xảy ra khi $(x_0-2)^2 = \frac{1}{(x_0-2)^2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 3 \Rightarrow \overline{OM}(3;3) \Rightarrow |\overline{OM}| = 3\sqrt{2} (N) \\ x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 1 \Rightarrow \overline{OM}(1;1) \Rightarrow |\overline{OM}| = \sqrt{2} (L) \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

- AB ngắn nhất suy ra khoảng cách từ I đến tiếp tuyến Δ tại M ngắn nhất
 $\Rightarrow IM \perp \Delta \Rightarrow cx_M + d = \pm \sqrt{|ad - bc|} \Rightarrow x_M - 2 = \pm \sqrt{|-4 + 3|} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 3 \Rightarrow y_M = 3 \\ x_M = 1 \Rightarrow y_M = 1 \end{cases}$
 $\Rightarrow |\overline{OM}| = 3\sqrt{2}$.

Câu 57. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến Δ của đồ thị hàm số (C) tạo với hai đường tiệm cận một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất. Khi đó khoảng cách từ tâm đối xứng của đồ thị (C) đến Δ bằng ?

- A. $\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

- Gọi $M \left(x_0; \frac{x_0-2}{x_0+1} \right) \in (C), (x_0 \neq -1), I(-1;1)$. Phương trình tiếp tuyến tại M có dạng:

$$\Delta: y = \frac{3}{(x_0+1)^2} (x - x_0) + \frac{x_0-2}{x_0+1}$$

- Giao điểm của Δ với tiệm cận đứng là: $A \left(-1; \frac{x_0-5}{x_0+1} \right)$.

- Giao điểm của Δ với tiệm cận ngang là: $B(2x_0+1;1)$.

- Ta có: $IA = \frac{6}{|x_0+1|}, IB = 2|x_0+1| \Rightarrow IA \cdot IB = 12$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔIAB

là: $S_{IAB} = pr$

$$\Rightarrow r = \frac{S_{IAB}}{p} = \frac{IA \cdot IB}{IA + IB + IC} = \frac{IA \cdot IB}{IA + IB + \sqrt{IA^2 + IB^2}} \leq \frac{IA \cdot IB}{2\sqrt{IA \cdot IB} + \sqrt{2 \cdot IA \cdot IB}} = 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$$

- Suy ra $r_{\max} = 2\sqrt{3} - \sqrt{6} \Leftrightarrow IA = IB \Leftrightarrow |x_0 - 1|^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 + \sqrt{3} \Rightarrow y_0 = 1 - \sqrt{3} \\ x_M = -1 - \sqrt{3} \Rightarrow y_0 = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$

- $\overline{IM}(\sqrt{3}; -\sqrt{3}) \Rightarrow |\overline{IM}| = \sqrt{6}$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

- $IA = IB \Rightarrow \Delta IAB$ vuông cân tại $I \Rightarrow IM \perp \Delta$.

$$\bullet \quad cx_M + d = \pm\sqrt{|ad-bc|} \Rightarrow x_M + 1 = \pm\sqrt{|1+2|} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 + \sqrt{3} \Rightarrow y_M = 1 - \sqrt{3} \\ x_M = -1 - \sqrt{3} \Rightarrow y_M = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\overline{IM}| = \sqrt{6}.$$

Câu 58. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận. Tiếp tuyến Δ của (C) cắt 2 tiệm cận tại A và B sao cho chu vi tam giác IAB đạt giá trị nhỏ nhất. Khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ đến tiếp tuyến Δ gần giá trị nào nhất?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 6.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

- Gọi $M\left(0; 2 + \frac{3}{x_0 - 1}\right) \in (C), (x_0 \neq 1)$. Phương trình tiếp tuyến tại M có dạng:

$$\Delta: y = \frac{-3}{(x_0 - 1)^2}(x - x_0) + 2 + \frac{3}{x_0 - 1}.$$

- Giao điểm của Δ với tiệm cận đứng là: $A\left(1; 2 + \frac{6}{x_0 - 1}\right)$.
- Giao điểm của Δ với tiệm cận ngang là: $B(2x_0 - 1; 2)$.
- Ta có: $S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} IA \cdot IB = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{|x_0 - 1|} \cdot 2|x_0 - 1| = 2 \cdot 3 = 6$.
- ΔIAB vuông tại I có diện tích không đổi \Rightarrow chu vi ΔIAB đạt giá trị nhỏ nhất khi

$$IA = IB \Leftrightarrow \frac{6}{|x_0 - 1|} = 2|x_0 - 1| \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 1 + \sqrt{3} \\ x_0 = 1 - \sqrt{3} \end{cases}.$$

- Với $x_0 = 1 + \sqrt{3}$ thì phương trình tiếp tuyến là

$$\Delta: y = -x + 3 + 2\sqrt{3} \Rightarrow d(O, \Delta) = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} (N).$$

- Với $x_0 = 1 - \sqrt{3}$ thì phương trình tiếp tuyến là

$$\Delta: y = -x + 3 - 2\sqrt{3} \Rightarrow d(O, \Delta) = \frac{-3 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} (L).$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

- $IA = IB \Rightarrow$

$$cx_M + d = \pm\sqrt{|ad-bc|} \Rightarrow x_M - 1 = \pm\sqrt{|-2-1|} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 + \sqrt{3} \Rightarrow y = 2 + \sqrt{3} \\ x_M = 1 - \sqrt{3} \Rightarrow y = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow d(O, \Delta) = \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}(N).$$

Câu 59. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận.

Tiếp tuyến Δ của (C) tại M cắt các đường tiệm cận tại A và B sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích nhỏ nhất. Khi đó tiếp tuyến Δ của (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích lớn nhất thuộc khoảng nào ?

- A. (27; 28). B. (28; 29). C. (26; 27). D. (29; 30).

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

- Gọi $M\left(x_0; \frac{2x_0-1}{x_0-2}\right) \in (C), (x_0 \neq 2)$. Phương trình tiếp tuyến tại M có dạng:

$$\Delta: y = -\frac{3}{(x_0-2)^2}(x-x_0) + \frac{2x_0-1}{x_0-2}.$$

- Giao điểm của Δ với tiệm cận đứng là: $A\left(2; \frac{2x_0+2}{x_0-2}\right)$.

- Giao điểm của Δ với tiệm cận ngang là: $B(2x_0-2; 2)$.

- Xét $\begin{cases} x_A + x_B = 2 + 2x_0 - 2 = 2x_0 \\ y_A + y_B = \frac{2x_0+2}{x_0-2} + 2 = 2 \cdot \frac{2x_0-1}{x_0-2} = 2y_0 \end{cases} \Rightarrow M$ là trung điểm của AB .

- ΔIAB vuông tại I nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB .

$$\Rightarrow S = \pi R^2 = \pi IM^2 = \pi \left[(x_0-2)^2 + \left(\frac{2x_0-1}{x_0-2} - 2 \right)^2 \right] = \pi \left[(x_0-2)^2 + \frac{9}{(x_0-2)^2} \right] \geq 6\pi$$

- Dấu "=" xảy ra khi $(x_0-2)^2 = \frac{9}{(x_0-2)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \sqrt{3} + 2 \Rightarrow y_0 = \sqrt{3} + 2 \\ x_0 = -\sqrt{3} + 2 \Rightarrow y_0 = -\sqrt{3} + 2 \end{cases}$.

- Với $x_0 = \sqrt{3} + 2 \Rightarrow \Delta: y = -x + 2\sqrt{3} + 4$ cắt 2 trục tọa độ tại

$$E(0; 2\sqrt{3} + 4), F(2\sqrt{3} + 4; 0) \Rightarrow S_{OEF} = \frac{1}{2} OE \cdot OF = 14 + 8\sqrt{3} \approx 27,8564$$

- Với $x_0 = -\sqrt{3} + 2 \Rightarrow \Delta: y = -x - 2\sqrt{3} + 4$ cắt 2 trục tọa độ tại

$$E(0; -2\sqrt{3} + 4), F(-2\sqrt{3} + 4; 0) \Rightarrow S_{OEF} = \frac{1}{2} OE \cdot OF = 14 - 8\sqrt{3} \approx 0,1435$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

- IM lớn nhất $\Leftrightarrow IM \perp \Delta \Rightarrow cx_0 + d = \pm \sqrt{|ad - bc|} \Rightarrow x_0 - 2 = \pm \sqrt{|-4 + 1|}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \sqrt{3} + 2 \Rightarrow y_0 = \sqrt{3} + 2 \\ x_0 = -\sqrt{3} + 2 \Rightarrow y_0 = -\sqrt{3} + 2 \end{cases} \text{ . Giải tương tự như trên.}$$

hoc360.net