

**Câu : Giải các phương trình sau:**

1).  $\frac{1 - \cos x}{\tan x} + \sin x = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{7\pi}{4}\right)$

2).  $\frac{(4 \sin^2 x + 1) \cos x + 2 \sin x (2 \cos x - \sqrt{3}) - \sqrt{3}}{2 \sin x + 1} + 2\sqrt{3} \sin^2 x = \cos x$

3).  $\frac{2 \sin x}{1 + \tan x \cdot \tan \frac{x}{2}} = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{7\pi}{4}\right) + 1$

4).  $\frac{\tan x \cdot \cos 3x + 2 \cos 2x - 1}{1 - 2 \sin x} = \sqrt{3}(\sin 2x + \cos x)$

5).  $\frac{2(1 + \cot 2x \cdot \cot x)}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^4 x} = 48$

6).  $\frac{\sin 3x - \cos x}{\cos 2x} = \sqrt{2} \left( \frac{\tan^2 x + 2 \tan x - 1}{1 - \tan^2 x} \right)$

7).  $\frac{\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x - \sqrt{3} \sin x - \cos x + \sqrt{3}}{2 \sin x - 1} = 1$

8).  $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x} + \cot x = 2$

9).  $\frac{\sin 2x - \cos 2x + 4\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 3 \cos x}{\cos x - 1} = 1$

10).  $\frac{1 - 2 \sin x}{1 + 2 \sin x} = \frac{1 - \sin x}{\sqrt{3} \cos x}$

**LỜI GIẢI**

1).  $\frac{1 - \cos x}{\tan x} + \sin x = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{7\pi}{4}\right) \quad (1)$

Điều kiện  $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \tan x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k\pi \end{cases}$

Ta có :  $\sin\left(2x + \frac{7\pi}{4}\right) = \sin\left(2x + 2\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{(1 - \cos x) \cdot \cos x}{\sin x} + \sin x = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

Có  $\sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin 2x - \cos 2x$ , và quy đồng mẫu được:

$$\Leftrightarrow (1 - \cos x) \cdot \cos x + \sin^2 x = (\sin 2x - \cos 2x) \cdot \sin x$$

$$\Leftrightarrow \cos x - \cos^2 x + \sin^2 x = \sin 2x \cdot \sin x - \cos 2x \cdot \sin x$$

Biến đổi  $-\cos^2 x + \sin^2 x = -\cos 2x$  và  $\sin 2x \cdot \sin x = 2 \sin^2 x \cdot \cos x$  được:

$$\Leftrightarrow \cos x - \cos 2x = 2 \sin^2 x \cdot \cos x - \cos 2x \cdot \sin x$$

$$\Leftrightarrow (\cos x - 2 \sin^2 x \cdot \cos x) - \cos 2x + \cos 2x \cdot \sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x(1 - 2 \sin^2 x) - \cos 2x + \cos 2x \cdot \sin x = 0$$

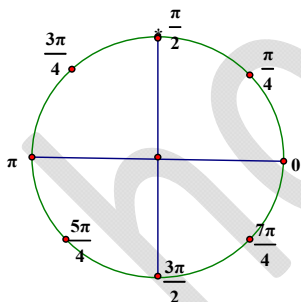
$$\Leftrightarrow \cos x \cdot \cos 2x - \cos 2x + \cos 2x \cdot \sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x(\cos x + \sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos x + \sin x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$* \text{ Với } \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$* \text{ Với } \cos x + \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \text{ hoặc } x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

Biểu diễn nghiệm :



Nghiệm  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$  được biểu diễn hai đầu mút là  $\frac{\pi}{2}$  và  $\frac{3\pi}{2}$ .

Nghiệm  $x = k\pi$  được biểu diễn hai đầu mút là 0 và  $\pi$ .

Vậy ta phải bỏ 4 đầu mút  $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ .

Nghiệm  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$  được biểu diễn 1 đầu mút là  $\frac{\pi}{2}$ .

Nghiệm  $x = k2\pi$  được biểu diễn 1 đầu mút là 0.

Nghiệm  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$  được biểu diễn 4 đầu mút là:  $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ .

So với điều kiện hai nghiệm  $x = k2\pi$  và  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$  loại.

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

$$2). \frac{(4 \sin^2 x + 1) \cos x + 2 \sin x (2 \cos x - \sqrt{3}) - \sqrt{3}}{2 \sin x + 1} + 2\sqrt{3} \sin^2 x = \cos x$$

$$\Leftrightarrow \frac{4 \sin^2 x \cdot \cos x + \cos x + 4 \sin x \cos x - 2\sqrt{3} \sin x - \sqrt{3}}{2 \sin x + 1} + 2\sqrt{3} \sin^2 x = \cos x$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos x (4 \sin^2 x + 4 \sin x + 1) - \sqrt{3} (2 \sin x + 1)}{2 \sin x + 1} + 2\sqrt{3} \sin^2 x = \cos x$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos x (2 \sin x + 1)^2 - \sqrt{3} (2 \sin x + 1)}{2 \sin x + 1} + 2\sqrt{3} \sin^2 x = \cos x$$

$$\Leftrightarrow \cos x (2 \sin x + 1) - \sqrt{3} + 2\sqrt{3} \sin^2 x = \cos x$$

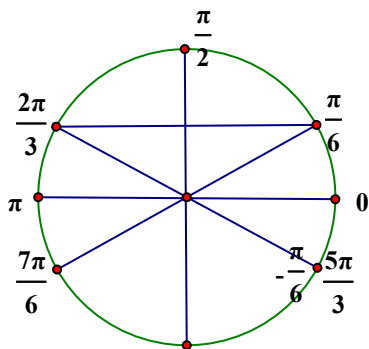
$$\Leftrightarrow 2 \sin x \cos x + \cos x - \sqrt{3} (1 - 2 \sin^2 2x) = \cos x$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin \left( 2x - \frac{\pi}{3} \right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Điều kiện: } 2 \sin x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x \neq \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Biểu diễn nghiệm trên vòng tròn lượng lượng giác:



Nghiệm  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}$  được biểu diễn 4 đầu mút  $\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}, \frac{5\pi}{3}$ .

Ta có đầu mút  $-\frac{\pi}{6}$  và  $\frac{5\pi}{3}$  trùng nhau.

So với điều kiện ta chọn 2 đầu mút  $\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}$ .

Vậy nghiệm của phương trình  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

$$3). \frac{2 \sin x}{1 + \tan x \cdot \tan \frac{x}{2}} = \sqrt{2} \sin \left( x - \frac{7\pi}{4} \right) + 1 \quad (1)$$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos \frac{x}{2} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \pi + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Ta có: } \sqrt{2} \sin \left( x - \frac{7\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \sin \left( x - 2\pi + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = \sin x + \cos x.$$

$$\text{Và } 1 + \tan x \cdot \tan \frac{x}{2} = 1 + \frac{\sin \frac{x}{2} \cdot \sin x}{\cos \frac{x}{2} \cdot \cos x} = \frac{\cos x \cdot \cos \frac{x}{2} + \sin x \cdot \sin \frac{x}{2}}{\cos x \cdot \cos \frac{x}{2}} = \frac{\cos \left( \frac{x}{2} \right)}{\cos x \cdot \cos \frac{x}{2}} = \frac{1}{\cos x}$$

$$(1) \Leftrightarrow 2 \sin x \cdot \cos x = \sin x + \cos x + 1 \quad (1')$$

$$\text{Đặt } t = \sin x + \cos x \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}. \text{ Điều kiện } |t| \leq \sqrt{2}$$

$$(1') \Leftrightarrow t^2 - 1 = t + 1 \Leftrightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \vee t = 2 \text{ (loại)}.$$

$$* \text{ Với } t = -1 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

So với điều kiện hai nghiệm này đều không thỏa.

Vậy phương trình vô nghiệm.

$$4). \frac{\tan x \cdot \cos 3x + 2 \cos 2x - 1}{1 - 2 \sin x} = \sqrt{3}(\sin 2x + \cos x) \quad (1)$$

$$\text{Điều kiện : } 1 - 2 \sin x \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x \neq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

Ý tưởng quy đồng mẫu, sau đó đổi  $\tan x$  bằng  $\frac{\sin x}{\cos x}$  rồi quy đồng mẫu...

$$\Leftrightarrow \tan x \cdot \cos 3x + 2 \cos 2x - 1 = \sqrt{3}(2 \sin x \cdot \cos x + \cos x)(1 - 2 \sin x)$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot \cos 3x + 2 \cos 2x \cdot \cos x - \cos x = \sqrt{3} \cos x(2 \sin x + 1)(1 - 2 \sin x)$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot \cos 3x + 2 \cos 2x \cdot \cos x - \cos x = \sqrt{3} \cos^2 x(1 - 4 \sin^2 x)$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot \cos 3x + 2 \cos 2x \cdot \cos x - \cos x = \sqrt{3} \cos^2 x(4 \cos^2 x - 3)$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot \cos 3x + 2 \cos 2x \cdot \cos x - \cos x = \sqrt{3} \cos x(4 \cos^3 x - 3 \cos x)$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot \cos 3x + \cos 3x + \cos x - \cos x = \sqrt{3} \cos x \cdot \cos 3x$$

$$\Leftrightarrow \cos 3x(\sin x + 1 - \sqrt{3} \cos x) = 0$$

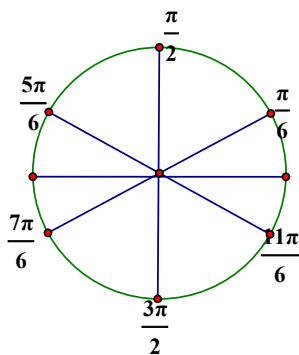
$$\Leftrightarrow \cos 3x = 0 \vee \sin x - \sqrt{3} \cos x = -1$$

$$* \text{ Với } \cos 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$* \text{ Với } \sin x - \sqrt{3} \cos x = -1 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

Biểu diễn nghiệm trên vòng tròn lượng giác:



Nghiệm  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$  có 6 đầu mút  $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$ .

Vì sao biết có 6 đầu mút?

Ta lấy  $k2\pi : \left(\frac{k\pi}{3}\right) = 6$ , sau đó chọn  $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$  thay vào nghiệm  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$

Nghiệm  $\frac{\pi}{6} + k2\pi$  có 1 đầu mút  $\frac{\pi}{6}$ .

Nghiệm  $\frac{5\pi}{6} + k2\pi$  có 1 đầu mút  $\frac{5\pi}{6}$ .

So với điều kiện bỏ hai đầu mút  $\frac{\pi}{6}$  và  $\frac{5\pi}{6}$ .

Vậy nghiệm của phương trình  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

$$5). \frac{2(1 + \cot 2x \cdot \cot x)}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^4 x} = 48 \quad (1)$$

Điều kiện  $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}$

Bước đầu tiên rút gọn  $1 + \cot 2x \cdot \cot x$ . Ta có:  $1 + \cot 2x \cdot \cot x =$

$$= 1 + \frac{\cos 2x}{\sin 2x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\cos 2x \cdot \cos x + \sin 2x \cdot \sin x}{\sin 2x \cdot \sin x} = \frac{\cos x}{\sin 2x \cdot \sin x} = \frac{1}{2 \sin^2 x}$$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{1}{\sin^4 x} + \frac{1}{\cos^4 x} = 48 \quad \Leftrightarrow \sin^4 x + \cos^4 x = 48 \cdot \sin^4 x \cdot \cos^4 x$$

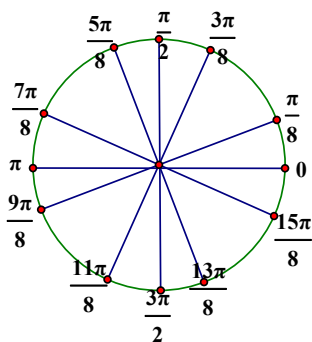
$$\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = 48 \cdot (\sin x \cdot \cos x)^4 \quad \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = 48 \cdot \left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^4$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = 3 \sin^4 2x. \text{ Đặt } t = \sin^2 2x \text{ Điều kiện } 0 \leq t \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 3t^2 + \frac{1}{2}t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \vee t = -\frac{2}{3} \text{ (loại)}$$

$$\text{* Với } t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin^2 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 4x = 0 \Leftrightarrow 4x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}$$

Biểu diễn nghiệm trên vòng tròn lượng giác:



Nghiệm  $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}$  được biểu diễn 8 đầu mút  $\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}, \frac{11\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}, \frac{15\pi}{8}$ .

Nghiệm  $x = \frac{k\pi}{2}$  được biểu diễn 4 đầu mút là  $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ .

Ta thấy các đầu mút của hai nghiệm này không trùng nhau.

Kết luận nghiệm của phương trình :  $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}$

$$6). \frac{\sin 3x - \cos x}{\cos 2x} = \sqrt{2} \left( \frac{\tan^2 x + 2 \tan x - 1}{1 - \tan^2 x} \right) \quad (1)$$

$$\text{Điều kiện : } \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos 2x \neq 0 \\ 1 - \tan^2 x \neq 0 \end{cases}$$

Ý tưởng: Biến đổi tan thành sin chia cos ở mẫu của vế phải rồi quy đồng được  $\cos 2x$

$$\text{Ta có: } A = \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + 2 \frac{\sin x}{\cos x} - 1}{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{\sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{\sin 2x - \cos 2x}{\cos 2x} \quad (1) \Leftrightarrow$$

$$\frac{\sin 3x - \cos x}{\cos 2x} = \sqrt{2} \cdot \frac{\sin 2x - \cos 2x}{\cos 2x}$$

$$\Leftrightarrow \sin 3x - \cos x = \sqrt{2}(\sin 2x - \cos 2x) \Leftrightarrow \sin 3x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \left[ \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 \right] = 0 \Leftrightarrow 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \vee \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0$$

$$\text{* Với } \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{* Với } \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

So với điều kiện thì  $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$  không thỏa điều kiện  $\cos 2x \neq 0$

Kết luận phương trình có nghiệm :  $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$

$$7). \frac{\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x - \sqrt{3} \sin x - \cos x + \sqrt{3}}{2 \sin x - 1} = 1 \quad (*)$$

$$\text{Điều kiện } 2 \sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k2\pi, x \neq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (1)$$

$$(*) \Leftrightarrow \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x - \sqrt{3} \sin x - \cos x + \sqrt{3} = 2 \sin x - 1$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x - \sqrt{3}(1 - 2 \sin^2 x) - \sqrt{3} \sin x - \cos x + \sqrt{3} - 2 \sin x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x(2 \sin x - 1) + \sqrt{3} \sin x(2 \sin x - 1) - (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2 \sin x - 1)(\cos x + \sqrt{3} \sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \cos x + \sqrt{3} \sin x - 1 = 0 \quad (\text{do } 2 \sin x - 1 \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \text{ hoặc } x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có hai họ nghiệm  $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, x = k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .



$$8). \frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x} + \cot x = 2 \quad (*)$$

Điều kiện  $\cos x \neq \pm 1, \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

$$(*) \Leftrightarrow \frac{\sin x - \sin x \cos x + 1 + \cos x}{\sin^2 x} + \frac{\cos x}{\sin x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \sin x + \cos x + 1 = 2 \sin^2 x \Leftrightarrow \sin x + \cos x + \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(1 + \cos x - \sin x) = 0 \Leftrightarrow \sin x + \cos x = 0 \text{ hoặc } 1 + \cos x - \sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \text{ hoặc } x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \text{ hoặc } x = \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

Đối chiếu với điều kiện nghiệm của phương trình  $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

$$9). \frac{\sin 2x - \cos 2x + 4\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 3 \cos x}{\cos x - 1} = 1. \quad (*)$$

Điều kiện:  $\cos x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$(*) \Leftrightarrow \sin 2x - \cos 2x + 4(\sin x + \cos x) - 4 \cos x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x + (1 - \cos 2x) + 4 \sin x = 0 \Leftrightarrow 2 \sin x \cos x + 2 \sin^2 x + 4 \sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x (\cos x + \sin x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x + \sin x + 4 = 0 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow x = k\pi.$$

So với điều kiện ban đầu, suy ra  $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  là nghiệm phương trình.

$$10). \frac{1 - 2 \sin x}{1 + 2 \sin x} = \frac{1 - \sin x}{\sqrt{3} \cos x} \quad (*)$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x \neq \frac{7\pi}{6} + k2\pi. \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow \sqrt{3} \cos x (1 - 2 \sin x) = (1 - \sin x)(1 + 2 \sin x) \Leftrightarrow \sqrt{3} (\cos x - \sin 2x) = \sin x + \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \cos x - \sin x = \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \text{ hoặc } x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

Kết hợp với điều kiện, ta có nghiệm của phương trình là  $x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}$ .

hoc360.net