

Câu 4: Tìm các giới hạn sau:

a). $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{x^4 - 8x^2 - 9}$ b). $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^4 + 8x^3 + 7x^2 - 4x - 4}{3x^3 + 14x^2 + 20x + 8}$
 c). $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2}$ d). $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x - 5}{x^2 - 1}$ e). $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^6 - 5x^5 + x}{(1-x)^2}$

LỜI GIẢI

a). $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{x^4 - 8x^2 - 9}$

Phân tích $x^3 - 5x^2 + 3x + 9$ thành nhân tử bằng Hoocner:

	1	-5	3	9
3	1	-2	-3	0

$\Rightarrow x^3 - 5x^2 + 3x + 9 = (x-3)(x^2 - 2x + 3)$

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x^2 - 2x + 3)}{(x^2 + 1)(x^2 - 9)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x^2 - 2x - 3)}{(x^2 + 1)(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{(x^2 + 1)(x+3)} = 0$

b). $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^4 + 8x^3 + 7x^2 - 4x - 4}{3x^3 + 14x^2 + 20x + 8}$

Phân tích $2x^4 + 8x^3 + 7x^2 - 4x - 4$ thành nhân tử bằng Hoocner:

	2	8	7	-4	-4
-2	2	4	-1	-2	0

$\Rightarrow 2x^4 + 8x^3 + 7x^2 - 4x - 4 = (x+2)(2x^3 + 4x^2 - x - 2)$

Phân tích $3x^3 + 14x^2 + 20x + 8$ thành nhân tử bằng Hoocner:

	3	14	20	8
-2	3	8	4	0

$\Rightarrow 3x^3 + 14x^2 + 20x + 8 = (x+2)(3x^2 + 8x + 4)$

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(2x^3 + 4x^2 - x - 2)}{(x+2)(3x^2 + 8x + 4)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3 + 4x^2 - x - 2}{3x^2 + 8x + 4}$ (Khi $x \rightarrow -2$ ta thấy cả tử và mẫu đều dần về 0, nên

vẫn còn vô định. Do đó ta phân tích thành nhân tử cả tử và mẫu tiếp để khử dạng vô định).

Phân tích $2x^3 + 4x^2 - x - 2$ thành nhân tử bằng Hoocner:

	2	4	-1	-2
-2	2	0	-1	0

$\Rightarrow 2x^3 + 4x^2 - x - 2 = (x+2)(2x^2 - 1)$

Phân tích $3x^2 + 8x + 4$ thành nhân tử bằng Hoocner:

	3	8	4
-2	3	2	0

$\Rightarrow 3x^2 + 8x + 4 = (x+2)(3x+2)$

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(2x^2 - 1)}{(x+2)(3x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - 1}{3x+2} = -\frac{7}{4}$

c). $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2}$

Phân tích $x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2$ thành nhân tử bằng Hoocner:

	1	-5	9	-7	2
1	1	-4	5	-2	0

$\Rightarrow x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2 = (x-1)(x^3 - 4x^2 + 5x - 2)$

Phân tích $x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2$ thành nhân tử bằng Hoocner:

	1	-3	1	3	-2
1	1	-2	-1	2	0

$\Rightarrow x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2 = (x-1)(x^3 - 2x^2 - x + 2)$

$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^3 - 4x^2 + 5x - 2)}{(x-1)(x^3 - 2x^2 - x + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$ (Khi $x \rightarrow 1$ ta thấy cả tử và mẫu đều dần về 0, nên

vẫn còn vô định. Do đó ta phân tích thành nhân tử cả tử và mẫu tiếp để khử dạng vô định).

Phân tích $x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ thành nhân tử bằng Hoocner:

	1	-4	5	-2
1	1	-3	2	0

$\Rightarrow x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = (x-1)(x^2 - 3x + 2)$

Phân tích $x^3 - 2x^2 - x + 2$ thành nhân tử bằng Hoocner:

	1	-2	-1	2
1	1	-1	-2	0

$\Rightarrow x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x-1)(x^2 - x - 2)$

$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 - 3x + 2)}{(x-1)(x^2 - x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 2} = 0$

d). $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x - 5}{x^2 - 1}$

Phân tích $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x - 5$ thành nhân tử bằng Hoocner:

	1	1	1	1	1	1	-5
1	1	2	3	4	5	0	0

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5}{x+1} = \frac{15}{2}$

e). $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^6 - 5x^5 + x}{(1-x)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(4x^5 - 5x^4 + 1)}{(x-1)^2}$

Phân tích $4x^5 - 5x^4 + 1$ thành nhân tử bằng Hoocner:

	4	-5	0	0	0	1
1	4	-1	-1	-1	-1	0

$$\Rightarrow 4x^5 - 5x^4 + 1 = (x-1)(4x^4 - x^3 - x^2 - x - 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)(4x^4 - x^3 - x^2 - x - 1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(4x^4 - x^3 - x^2 - x - 1)}{(x-1)}$$

Phân tích $4x^4 - x^3 - x^2 - x - 1$ thành nhân tử bằng Hoocner:

	4	-1	-1	-1	-1
1	4	3	2	1	0

$$\Rightarrow 4x^4 - x^3 - x^2 - x - 1 = (x-1)(4x^3 + 3x^2 + 2x + 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)(4x^3 + 3x^2 + 2x + 1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} x(4x^3 + 3x^2 + 2x + 1) = 10.$$

Câu 5: Tìm các giới hạn sau:

a). $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$ b). $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-3x+2} \right)$
 c). $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{2x-3}{x+2} - \frac{x-26}{4-x^2} \right)$ d). $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x^2+x-2} - \frac{1}{x^3-1} \right)$

LỜI GIẢI

a). $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{(x-1)(x+1)} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1-2}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}$

b). $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-3x+2} \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{(x-2)(x-3)} + \frac{1}{(x-1)(x-3)} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-1+x-3}{(x-2)(x-3)(x-1)} \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)}{(x-2)(x-3)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{(x-3)(x-1)} = -2.$

c). $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{2x-3}{x+2} - \frac{x-26}{4-x^2} \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{2x-3}{x+2} + \frac{x-26}{(x-2)(x+2)} \right) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(2x-3)(x-2) + x-26}{(x-2)(x+2)}$
 $= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - 6x - 20}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2(x+2)(x-5)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2(x-5)}{x-2} = \frac{7}{2}.$

d). $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x^2+x-2} - \frac{1}{x^3-1} \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{(x-1)(x+2)} - \frac{1}{(x-1)(x^2+x+1)} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x+1-x-2}{(x-1)(x+2)(x^2+x+1)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{(x-1)(x+2)(x^2+x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)(x^2+x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x+2)(x^2+x+1)} = \frac{1}{9}$

Câu 6: Tính các giới hạn sau:

a). $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{9x-x^2}$ b). $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x+3}-3}{x-6}$ c). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3+1}-1}{x^2+x}$

$$\text{d). } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-x^2}-1}{x^2-x} \quad \text{e). } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5}-3}{x^2-3x-4} \quad \text{f). } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$$

LỜI GIẢI

$$\text{a). } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{9x-x^2} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{-x(x-9)(\sqrt{x}+3)} \lim_{x \rightarrow 9} \frac{1}{-x(\sqrt{x}+3)} = -\frac{5}{4}$$

$$\text{b). } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x+3}-3}{x-6} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{(x+3-9)}{(x-6)(\sqrt{x+3}+3)} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{(x-6)(\sqrt{x+3}+3)} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{1}{\sqrt{x+3}+3} = \frac{1}{6}$$

$$\text{c). } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3+1}-1}{x^2+x} \\ = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3+1-1}{(x^2+x)(\sqrt{x^3+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{x(x+1)(\sqrt{x^3+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{(x+1)(\sqrt{x^3+1}+1)} = 0$$

$$\text{d). } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-x^2}-1}{x^2-x} \\ = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-x^2-1}{(x^2-x)(\sqrt{2x-x^2}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)^2}{x(x-1)(\sqrt{2x-x^2}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)}{x(\sqrt{2x-x^2}+1)} = 0$$

$$\text{e). } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5}-3}{x^2-3x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+5-9}{(x^2-3x-4)(\sqrt{x+5}+3)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{(x+1)(x-4)(\sqrt{x+5}+3)} \\ = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+5}+3)} = \frac{1}{30}$$

$$\text{f). } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2-9)(\sqrt{x+1}+2)}{x+1-4} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)(x-3)(\sqrt{x+1}+2)}{x-3} \\ = \lim_{x \rightarrow 3} (x+3)(\sqrt{x+1}+2) = 24.$$