Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=1-2t\\y=2-2t,\ t\in R\\z=1-t\end{cases}$

Phương trình chính tắc của $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

3. Ta có $\vec{n}=(1;2;-2)$ là VTPT của (P)

Vì $d\perp(P)$ nên d nhận $\vec{n}=(1;2;-2)$ làm VTCP

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=-2+t\\y=1+2t,\ t\in R.\\z=-2t\end{cases}$

Phương trình chính tắc của $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{-2}$.

4. Đường thẳng Δ có $\vec{u}=(2;-2;-1)$ là VTCP

Vì $d//\Delta$ nên d nhận $\vec{u}=(2;-2;-1)$ làm VTCP.

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=-1+4t\\y=2-7t\ ,\ t\in R.\\z=-3-3t\end{cases}$

Phương trình chính tắc của $d:\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y-2}{-7}=\dfrac{z+3}{-3}$.

5. Tọa độ điểm I của Δ với (P) thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases}\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}\\x+2y-3z+4=0\end{cases}\Rightarrow I\left(-3;1;1\right).$$

Ta có $\vec{n}=\left(1;2;-3\right)$ là VTPT của (P); $\vec{u}=\left(1;1;-1\right)$ là VTCP của Δ.

Đường thẳng d cần tìm qua I và có $\vec{v}=\left[\vec{n},\vec{u}\right]=\left(1;-2;-1\right)$ là VTCP.

Phương trình tham số của $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Bài 2

1. Gọi d là giao tuyến của hai mp (P) và (Q)

Suy ra $\overrightarrow{u_d} = [\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}] = (-1; 9; -24)$ là VTCP của d

Vì $\begin{cases} \Delta // (P) \\ \Delta // (Q) \end{cases} \Rightarrow \Delta // d \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = \overrightarrow{u_d} = (-1; 9; -24)$

Vậy phương trình của $\Delta : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4 + 9t \\ z = -2 - 24t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$.

2. Gọi A, B lần lượt là giao điểm của (P) với d_1, d_2. Ta có :

$A(1; 0; 0), B(6; -2; 1)$

Vì Δ nằm trong (P) đồng thời Δ cắt d_1, d_2 nên Δ đi qua A, B

Suy ra Δ nhận $\overrightarrow{AB} = (5; -2; 1)$ làm VTCP.

Vậy phương trình của đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

3. Ta có d_1 đi qua $M_1(-1; -3; 2)$ và VTCP $\overrightarrow{u_1} = (3; -2; -1)$

Đường thẳng d_2 đi qua $M_2(2; -1; 1)$ và VTCP $\overrightarrow{u_2} = (2; 3; -5)$

Gọi (P) là mp đi qua M và chứa đường thẳng d_1.

Khi đó (P) có $\overrightarrow{n_P} = [\overrightarrow{MM_1}, \overrightarrow{u_1}] = (-4; 0; -12)$ là VTPT

Tương tự gọi (Q) là mp đi qua M và đường thẳng d_2, suy ra

$\overrightarrow{n_Q} = (7; -13; -5)$ là VTPT của (Q).

Vì Δ đi qua M và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 nên Δ là giao tuyến của (P) và (Q)

suy ra $\overrightarrow{u_d} = \left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}\right] = -52(3; 2; -1)$

Phương trình $\Delta : \begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = -5 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$.

Bài 3

1. Ta có $\overrightarrow{AB} = \left(-4; 3; -5\right)$ là một VTCP của đường thẳng Δ

Suy ra phương trình tham số của đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

2. Đường thẳng d có $\vec{u} = (2;1;-1)$ là một VTCP

Do $\Delta // d$, suy ra $\vec{u} = (2;1;-1)$ cũng là VTCP của Δ

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

3. Gọi $I = d \cap \Delta$, suy ra $\begin{cases} I \in d \\ I \in (\alpha) \end{cases} \Rightarrow I = d \cap (\alpha)$, do đó tọa độ của I là nghiệm của hệ $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z}{-1} \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases}$, giải hệ này ta được:

$x = 5, y = 0, z = -2$ hay $I(5;0;-2)$

Vì $\begin{cases} \Delta \subset (\alpha) \\ \Delta // d \end{cases}$, suy ra $\vec{v} = \left[\vec{u}, \overrightarrow{n_1}\right] = (2;-3;1)$ là VTCP của Δ

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = -3t \\ z = -2 + t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

Bài 4

Đường thẳng d có $\vec{u} = (2;3;-4)$ là VTCP

1. Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d, suy ra $H(-1+2t;-1+3t;7-4t)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2t-6;3t-6;-4t+7)$

Vì $AH \perp d \Rightarrow \overrightarrow{AH}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-6) + 3(3t-6) + 4(4t-7) = 0 \Leftrightarrow t = 2$

$\Rightarrow H(3;5;-1)$

Do H là trung điểm của AA' nên $A'(1;5;-2)$.

2. Vì tam giác ABC vuông tại C nên $AC \perp d \Rightarrow C \equiv H$ hay $C(3;5;-1)$

$B \in d \Rightarrow B(-1+2t;-1+3t;7-4t) \Rightarrow \overrightarrow{CB} = (2t-4;3t-6;-4t+8)$

Do đó $BC = \sqrt{29} \Leftrightarrow (2t-4)^2 + (3t-6)^2 + (4t-8)^2 = 29 \Leftrightarrow t = 3, t = 1$

Suy ra $B(1;2;3)$ hoặc $B(5;8;-5)$.

Bài 5

1. Ta có $M \in \Delta \Rightarrow M\left(1+2t;-1-3t;2-t\right)$ nên $\overrightarrow{AM} = \left(2t-3;-3t-4;-t\right)$

Do đó $AM = \sqrt{105} \Leftrightarrow AM^2 = 105 \Leftrightarrow (2t-3)^2 + (3t+4)^2 + t^2 = 105$

$\Leftrightarrow 7t^2 + 6t - 40 = 0 \Leftrightarrow t = 2, t = -\dfrac{20}{7}$

Từ đó ta tìm được hai điểm $M(5;-7;;0)$ hoặc $M(-\dfrac{33}{7};\dfrac{53}{7};\dfrac{34}{7})$.

2. Gọi H là hình chiếu của A lên Δ, suy ra $H\left(1+2t;-1-3t;2-t\right)$,

$\overrightarrow{AH} = \left(2t-3;-3t-4;-t\right)$

Vì $AH \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{AH}.\vec{u} = 0$, trong đó $\vec{u} = (2;-3;-1)$ là VTCP của Δ

Do đó : $2(2t-3) - 3(-3t-4) + t = 0 \Leftrightarrow 14t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = -\dfrac{3}{7}$. Suy ra

$H\left(\dfrac{1}{7};\dfrac{2}{7};\dfrac{17}{7}\right)$

Vì H là trung điểm của AA' nên

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -\dfrac{26}{7} \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -\dfrac{17}{7} \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = \dfrac{20}{7} \end{cases} \Rightarrow A'\left(-\dfrac{26}{7};\dfrac{-17}{7};\dfrac{20}{7}\right).$$

3. Ta có $D \in \Delta$ nên $D\left(1+2t;-1-3t;2-t\right)$

Suy ra $d\left(D,(\alpha)\right) = \dfrac{\left|(1+2t)+2(1+3t)+2(2-t)+2\right|}{3} = \left|2t+3\right|$

Do đó $d\left(D,(\alpha)\right) = 1 \Leftrightarrow \left|2t+3\right| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \Rightarrow D(-1;2;3) \\ t=-2 \Rightarrow D(-3;5;4) \end{array}\right.$

Bài 6