Một nhóm có 7 người, trong đó gồm có 4 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 người. Gọi X là số nữ được chọn. a). Hãy lập bảng phân bố xác suất của X. b). Tính kỳ vọng $E(X)$ và phương sai $V(X)$.

LỜI GIẢI

Gọi X là số nữ được chọn $\Rightarrow X=\{0,1,2,3\}$

Biến cố $X=0$ có nghĩa là, 3 người được chọn đều nam. Vậy $P(X=0)=\frac{C_4^3}{C_7^3}=\frac{4}{35}$.

Biến cố $X=1$ có nghĩa là: chọn được 1 nữ và 2 nam. Vậy $P(X=1)=\frac{C_3^1C_4^2}{C_7^3}=\frac{18}{35}$.

Biến cố $X=2$ có nghĩa là: chọn được 2 nữ và 1 nam. Vậy $P(X=2)=\frac{C_3^2C_4^1}{C_7^3}=\frac{12}{35}$.

Biến cố $X=3$ có nghĩa là chọn được 3 bạn đều nữ. Vậy $P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_7^3}=\frac{1}{35}$.

Bảng phân phối xác suất của X:

X	0	1	2	3
P	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

Kì vọng: $E(X)=\sum_{i=1}^{5}x_ip_i=0.\frac{4}{35}+1.\frac{18}{35}+2.\frac{12}{35}+3.\frac{1}{35}=\frac{9}{7}$

Phương sai: $V(X)=\sum_{i=1}^{n}x_i^2p_i-\left(E(X)\right)^2=0^2.\frac{4}{35}+1^2.\frac{18}{35}+2^2.\frac{12}{35}+3^2.\frac{1}{35}-\left(\frac{9}{7}\right)^2=\frac{24}{49}$

4. Một tổ gồm 6 nam và 4 nữ. Chọn 4 em đi lao động. Gọi X là số nữ: a). Lập bảng phân phối của X. b). Tính E(X).

LỜI GIẢI

a). Không gian mẫu chọn 4 bạn bất kỳ trong 10 bạn có $n(\Omega)=C_{10}^4$ cách chọn.

Tập các giá trị của X là {0, 1, 2, 3, 4} và giá trị của X là ngẫu nhiên không đoán trước được nên X là một biến ngẫu nhiên rời rạc.

Để lập bảng phân phối xác suất của X, ta lần lượt tính các xác suất $P(X=0)$, $P(X=1)$, $P(X=2)$, $P(X=3)$, $P(X=4)$.

$P(X=0)$ là xác suất trong 4 bạn được chọn không có bạn nào là nữ, tức 4 bạn được chọn đều là nam: $P(X=0)=\frac{C_6^4}{C_{10}^4}=\frac{1}{14}$

$P(X=1)$ là xác suất trong 4 bạn được chọn có 1 bạn nữ và 3 bạn nam: $P(X=1)=\frac{C_4^1C_6^3}{C_{10}^4}=\frac{8}{21}$.

Tương tự: $P(X=2)=\frac{C_4^2C_6^2}{C_{10}^4}=\frac{3}{7}$, $P(X=3)=\frac{C_4^3C_6^1}{C_{10}^4}=\frac{4}{35}$, $P(X=4)=\frac{C_4^4}{C_{10}^4}=\frac{1}{210}$.

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{14}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{1}{210}$

b). Tính Kì vọng:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{5}x_ip_i=0\cdot\frac{1}{14}+1\cdot\frac{8}{21}+2.\frac{3}{7}+3.\frac{4}{35}+4.\frac{1}{210}=\frac{8}{5}$$

Bài 3: Một nhóm trẻ gồm 6 bé trai và 4 bé gái. Chọn ngẫu nhiên 3 bé. Gọi X là số bé gái trong 3 bé được chọn.
a). Lập bảng phân phối xác suất của biến X.
b). Tính kỳ vọng $E(X)$ và phương sai $V(X)$.

LỜI GIẢI

Gọi X là số bé gái $\Rightarrow X=\{0,1,2,3\}$

Biến cố $X=0$ có nghĩa là trong 3 bé được chọn không có bé gái nào (chọn được cả 3 bé đều là bé trai).

Vậy $P(X=0)=\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{6}$.

Biến cố $X=1$ có nghĩa là trong 3 bé được chọn, có 1 bé gái và 2 bé trai. Vậy $P(X=1)=\frac{C_4^1C_6^2}{C_{10}^3}=\frac{1}{2}$.

Biến cố $X=2$ có nghĩa là trong 3 bé được chọn, có 2 bé gái và 1 bé trai. Vậy $P(X=2)=\frac{C_4^2C_6^1}{C_{10}^3}=\frac{3}{10}$.

Biến cố $X=3$ có nghĩa là trong 3 bé được chọn đều là bé gái. Vậy $P(X=3)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{30}$.

Bảng phân phối xác suất của X:

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

Kì vọng: $E(X)=\sum_{i=1}^{5}x_ip_i=0.\frac{1}{6}+1.\frac{1}{2}+2.\frac{3}{10}+3.\frac{1}{30}=\frac{6}{5}$

Phương sai: $V(X)=\sum_{i=1}^{n}x_i^2p_i-(E(X))^2=0^2.\frac{1}{6}+1^2.\frac{1}{2}+2^2.\frac{3}{10}+3^2.\frac{1}{30}-\left(\frac{6}{5}\right)^2=\frac{14}{25}$