

CHỦ ĐỀ 2.1: SỰ TƯƠNG GIAO

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

- Câu 1. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục Ox là:
- A. 2 B. 1 C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^4 + 2x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vậy số giao điểm là 2.

- Câu 2. Số giao điểm của $(C): y = (x+3)(x^2 + 3x + 2)$ với trục Ox là
- A. 3 B. 1 C. 0 D. 2

Hướng dẫn giải

Giải phương trình $(x+3)(x^2 + 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$

Vậy số giao điểm là 3.

- Câu 3. Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x - 12$ với trục Ox là
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Hướng dẫn giải: Lập phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 2x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

ta tìm được $x = 3$ là nghiệm duy nhất.

Vậy chọn 1

- Câu 4. Đường thẳng $(d): y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại các điểm có tọa độ là
- A. $(0;-1), (2;1)$ B. $(-1;0), (2;1)$ C. $(0;2)$ D. $(1;2)$

Hướng dẫn giải

Lập phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x-1}{x+1} = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$.

Thể vào phương trình (d) được tung độ tương ứng $\begin{cases} y = -1 \\ y = 1 \end{cases}$.

Vậy chọn $(0; -1), (2; 1)$

Câu 5. Đồ thị $(C): y = \frac{2x-1}{x+1}$ cắt đường thẳng $(d): y = 2x - 3$ tại các giao điểm có tọa độ là:

- A. $(2; 1)$ và $\left(-\frac{1}{2}; -4\right)$ B. $(2; -1)$ và $\left(-\frac{1}{2}; -2\right)$ C. $(-1; -5)$ và $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ D. $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x-1}{x+1} = 2x - 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$

Thế vào phương trình (d) được tung độ tương ứng $\begin{cases} y=1 \\ y=-4 \end{cases}$.

Vậy chọn $(2; 1)$ và $\left(-\frac{1}{2}; -4\right)$.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = 2x^4 + x^3 + x^2$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 0 .

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x^4 + x^3 + x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(2x^2 + x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 2x^2 + x + 1 = 0(VN) \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại một điểm.

Câu 7. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y = x - 1$. Số giao điểm của (C) và (d) là:

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x^3 - 3x^2 + 1 = x - 1 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(2x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{1 \pm \sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

Vậy số giao điểm là 3

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x + 2}$ (C). Số giao điểm của (C) và trục Ox là:

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 0

Hướng dẫn giải.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } \frac{x^2 - 4x + 3}{x + 2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy số giao điểm là 2.

Câu 9. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x-1)(x^2 - 3x + 2)$ với trục Ox là:

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 0

Hướng dẫn giải

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } (x-1)(x^2 - 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy số giao điểm là 2.

Câu 10. Tọa độ giao điểm giữa đồ thị (C): $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$ và đường thẳng (d): $y = x + 1$ là:

- A. $A(-1; 0)$ B. $A(0; -1)$ C. $A(-1; 2)$ D. $A(2; -1)$

Hướng dẫn giải.

$$\text{Lập phương trình hoành độ giao điểm } \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1} = x + 1 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 0.$$

Vậy chọn $(-1; 0)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 2$ có đồ thị (C) và đồ thị (P): $y = 1 - x^2$. Số giao điểm của (P) và đồ thị (C) là.

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^4 - 4x^2 - 2 = -x^2 + 1 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{3 + \sqrt{21}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{3 + \sqrt{21}}{2}} \\ x^2 = \frac{3 - \sqrt{21}}{2} (l) \end{cases}$$

Vậy số giao điểm là 2

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d): $y = 2x - 3$. Số giao điểm của (C) và (d) là:

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 0

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x - 3 (x \neq -1) \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy số giao điểm là 2

Câu 13. Tọa độ giao điểm giữa đồ thị (C): $y = \frac{2x-1}{x+2}$ và đường thẳng (d): $y = x - 2$ là:

- A. $A(-1; -3), B(3; 1)$ B. $A(1; -1); B(0; -2)$
C. $A(-1; -3), B(0; -2)$ D. $A(1; -1), B(3; 1)$

Hướng dẫn giải.

Lập phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x-1}{x+2} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 1 \\ x = -1 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$.

Vậy chọn $A(-1; -3), B(3; 1)$

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d): $y = 2x - 3$. Đường thẳng (d) cắt (C) tại hai điểm A và B. Khi đó hoành độ trung điểm I của AB bằng:

- A. $x_I = \frac{3}{4}$ B. $x_I = -\frac{3}{4}$ C. $x_I = \frac{4}{3}$ D. $x_I = -\frac{4}{3}$

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x - 3 (x \neq -1) \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 - \cancel{1}/2}{2} = \frac{3}{4}$$

Vậy chọn A.

Câu 15. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN với M, N là giao điểm của đường thẳng (d):

$$y = x + 1 \text{ và đồ thị hàm số } (C): y = \frac{2x+2}{x-1} \text{ là:}$$

A. $I(1;2)$

B. $I(-1;2)$

C. $I(1;-2)$

D.

$I(-1;-2)$

Hướng dẫn giải.

$$\text{Lập phương trình hoành độ giao điểm } \frac{2x+2}{x-1} = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \Rightarrow y=4 \\ x=-1 \Rightarrow y=0 \end{cases} \Rightarrow I(1;2)$$

Vậy chọn $I(1;2)$

Câu 16. Gọi M, N là hai giao điểm của đường thẳng $d: y = x + 1$ và $(C): y = \frac{2x+4}{x-1}$. Hoành độ trung điểm I của MN là:

A. 1

B. 2

C. $\frac{5}{2}$

D. $-\frac{5}{2}$

Hướng dẫn giải.

Lập phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x+4}{x-1} = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+\sqrt{6} \\ x=1-\sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow x_I = \frac{1+\sqrt{6}+1-\sqrt{6}}{2} = 1$$

Vậy chọn 1

Câu 17. Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - x^2 + 2$ cắt đường thẳng $y = 6$ tại bao nhiêu điểm?

A. 2

B. 0

C. 4

D. 3

Hướng dẫn giải.

Lập phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x^4 - x^2 + 2 = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{1+\sqrt{33}}{4} \\ x^2 = \frac{1-\sqrt{33}}{4} \end{cases} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1+\sqrt{33}}{4}}$$

Vậy số giao điểm là 2.

Câu 18. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $(C'): y = \frac{x+2}{x+1}$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = 2x^4 - x^2$ tại điểm

A. $(1;1), (-1;1)$

B. $(1;1)$

C. $(-1;1)$

D. $(0;1)$

Hướng dẫn giải

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (C') là $y = 1$

Phương trình hoành độ giao điểm $2x^4 - x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1 \Rightarrow y = 1$

Vậy chọn $(1;1), (-1;1)$

Câu 19. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt khi giá trị tham số m thỏa :

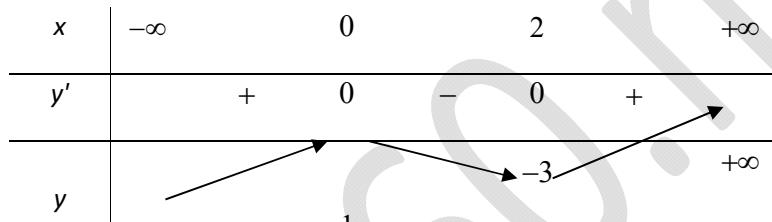
- A. $-3 < m < 1$ B. $-3 \leq m \leq 1$ C. $m > 1$ D. $m < -3$

Hướng dẫn giải

Lập phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x^2 + 1 = m$

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$

Bảng biến thiên:



Do đó, đồ thị cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt khi $-3 < m < 1$.

Vậy chọn $-3 < m < 1$.

Câu 20. Đường thẳng $y = m$ **không** cắt đồ thị hàm số: $y = -2x^4 + 4x^2 + 2$ khi tham số m thỏa :

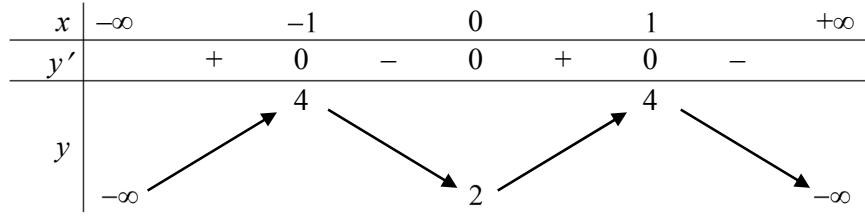
- A. $m > 4$. B. $m \geq 4$. C. $m \leq 2$. D. $2 < m < 4$.

Hướng dẫn giải

Lập phương trình hoành độ giao điểm: $-2x^4 + 4x^2 + 2 = m$

Ta có: $y' = -8x^3 + 8x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm 1$

Bảng biến thiên:



Do đó, đường thẳng $y = m$ **không** cắt đồ thị hàm số khi $m > 4$.

Vậy chọn $m > 4$.

Câu 21. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 2x^2 = m + 3$ có 4 nghiệm phân biệt.

- A. $m \in (-4; -3)$ B. $m = -3 \vee m = -4$ C. $m \in (-3; +\infty)$ D.
 $m \in (-\infty; -4)$

Hướng dẫn giải

Ta khảo sát hàm số $(C): y = x^4 - 2x^2$ tìm được $y_{CT} = -1, y_{CD} = 0$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -1 < m + 3 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < -3$.

Vậy chọn $m \in (-4; -3)$

Câu 22. Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $x^3 - 3x - m + 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

- A. $-1 < m < 3$ B. $-1 \leq m \leq 3$ C. $m = 1$ D.
 $m < -1 \vee m > 3$

Hướng dẫn giải.

Phương pháp tự luận:

Ta khảo sát hàm số $(C): y = x^3 - 3x + 1$ tìm được $y_{CD} = 3, y_{CT} = -1$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -1 < m < 3$. Vậy chọn $-1 < m < 3$

Phương pháp trắc nghiệm: Ta kiểm tra trực tiếp đáp án

+Với $m = 2$, giải phương trình $x^3 - 3x - 1 = 0$ ta bấm máy được ba nghiệm \Rightarrow loại C, D.

+Với $m = -1$, giải phương trình $x^3 - 3x + 2 = 0$ ta bấm máy được hai nghiệm \Rightarrow loại B.

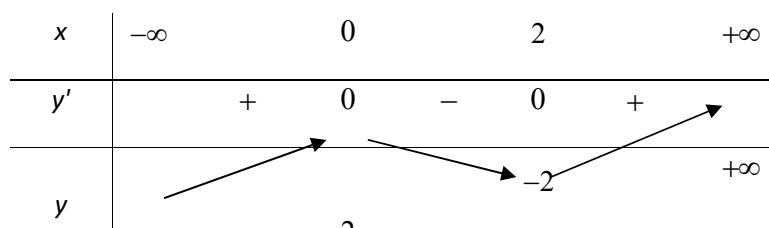
Vậy chọn $-1 < m < 3$

Câu 23. Tất cả giá trị tham số m để đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2 + 2$ cắt đường thẳng $d: y = m$ tại ba điểm phân biệt là:

- A. $-2 < m < 2$ B. $-2 < m < 0$ C. $0 < m < 1$ D. $1 < m < 2$

Hướng dẫn giải

Bảng biến thiên



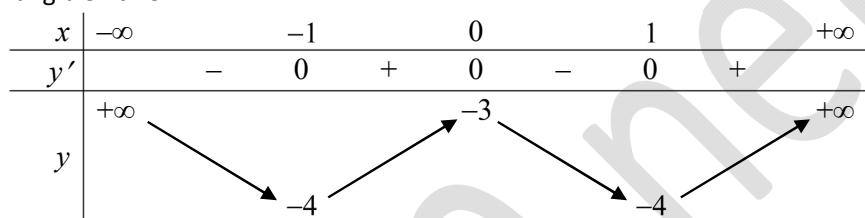
Đường thẳng $d : y = m$ cắt (C) tại ba điểm phân biệt khi: $-2 < m < 2$.

Vậy chọn $-2 < m < 2$.

- Câu 24.** Tất cả giá trị tham số m để đồ thị $(C) : y = x^4 - 2x^2 - 3$ cắt đường thẳng $d : y = m$ tại bốn điểm phân biệt là
- A. $-4 < m < -3$ B. $m < -4$ C. $m > -3$ D. $-4 < m < -\frac{7}{2}$

Hướng dẫn giải

Bảng biến thiên



Đường thẳng $d : y = m$ cắt (C) tại bốn điểm phân biệt khi $-4 < m < -3$.

Vậy chọn $-4 < m < -3$

- Câu 25.** Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 2$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d) : y = m$. Điều kiện của m để (d) cắt (C) tại bốn điểm phân biệt là
- A. $-6 < m < -2$ B. $2 < m < 6$ C. $-6 \leq m \leq -2$ D. $2 \leq m \leq 6$

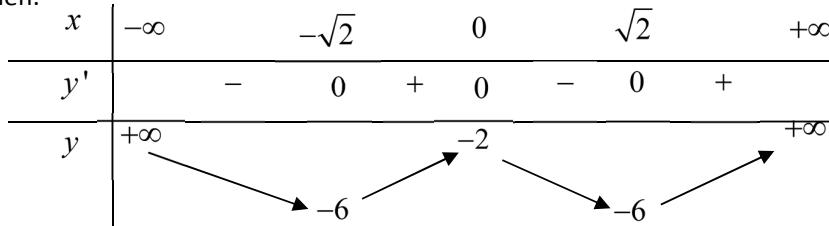
Hướng dẫn giải

Xét hàm số: $y = x^4 - 4x^2 - 2$

Tính $y' = 4x^3 - 8x$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -2 \\ x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow y = -6 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên suy ra $-6 < m < -2$.

Vậy chọn $-6 < m < -2$.

Câu 26. Giá trị m để phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt là

A. $0 < m < \frac{9}{4}$

B. $1 < m < \frac{13}{4}$

C. $-\frac{9}{4} < m < 0$

D.

$$-1 < m < \frac{13}{4}$$

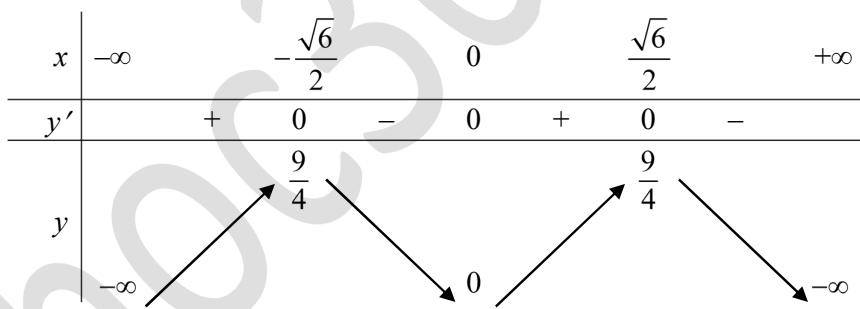
Hướng dẫn giải

Phương trình $\Leftrightarrow m = -x^4 + 3x^2$. Đặt $(C): y = -x^4 + 3x^2$ và $(d): y = m$

Xét hàm số: $y = -x^4 + 3x^2$

$$\text{Ta có: } y' = -4x^3 + 6x ; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Bảng biến thiên:



Phương trình có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (d)$ cắt (C) tại bốn điểm phân biệt \Leftrightarrow

$$0 < m < \frac{9}{4}$$

Vậy chọn $0 < m < \frac{9}{4}$.

Câu 27. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 2x^2 = m + 3$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m \in (-4; -3)$

B. $m = -3 \vee m = -4$

C. $m \in (-3; +\infty)$

D.

$$m \in (-\infty; -4)$$

Hướng dẫn giải

Tương tự ta khảo sát hàm số $(C): y = x^4 - 2x^2$ tìm được $y_{CT} = -1, y_{CD} = 0$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -1 < m + 3 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < -3$.

Vậy chọn $m \in (-4; -3)$.

- Câu 28.** Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + m$. Giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ít nhất ba điểm phân biệt là:
- A. $-1 < m \leq 0$ B. $0 < m < 1$ C. $-1 < m < 0$ D. $-1 \leq m < 0$

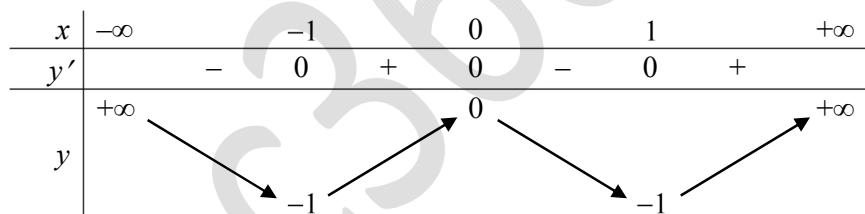
Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^4 + 2x^2 + m = 0 \Leftrightarrow m = x^4 - 2x^2$. Đặt $(C): y = x^4 - 2x^2$ và $(d): y = m$

Xét hàm số: $y = x^4 - 2x^2$

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm 1$

Bảng biến thiên:



Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ít nhất ba điểm phân biệt khi $-1 < m \leq 0$.

Vậy chọn $-1 < m \leq 0$.

- Câu 29.** Cho hàm số $y = (x-2)(x^2+mx+m^2-3)$. Giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt là:

- A. $\begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq -1 \end{cases}$ B. $-2 < m < -1$ C. $-1 < m < 2$ D. $\begin{cases} -1 < m < 2 \\ m \neq 1 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $(x-2)(x^2+mx+m^2-3)=0$ (1) \Leftrightarrow

$$\begin{cases} x=2 \\ x^2+mx+m^2-3=0 \end{cases}$$
 (2)

Để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 2 \Leftrightarrow

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ 4+2m+m^2-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2+12 > 0 \\ m^2+2m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq -1 \end{cases}. \text{Vậy chọn } \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq -1 \end{cases}.$$

- Câu 30.** Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $x^4 - 2x^2 - m + 3 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt?
- A. $2 < m < 3$ B. $2 \leq m \leq 3$ C. $m \geq 2$ D. $m > 2$

Hướng dẫn giải:

Tương tự ta khảo sát hàm số (C): $y = x^4 - 2x^2 + 3$ ta tìm được $y_{CT} = 2, y_{CD} = 3$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2 < m < 3$. Vậy chọn $2 < m < 3$.

- Câu 31.** Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $x^4 - 2x^2 - m + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?
- A. $m = 2 \vee m > 3$ B. $m \geq 3$ C. $m > 3$ D.
 $m = 2 \vee m = 3$

Hướng dẫn giải:

Phương pháp tự luận:

Tương tự ta khảo sát hàm số (C): $y = x^4 - 2x^2 + 3$ ta tìm được $y_{CT} = 2, y_{CD} = 3$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m = 2 \vee m > 3$. Vậy chọn $m = 2 \vee m > 3$

Phương pháp trắc nghiệm:

+Với $m = 3$, ta giải phương trình $x^4 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow$ loại B, D.

+Với $m = 2$, ta giải phương trình $x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \Rightarrow$ loại C.

- Câu 32.** Tìm tất cả giá trị của m để đồ thị hàm số (C): $y = -2x^4 + 2x^2 + 1$ cắt đường thẳng $y = 3m$ tại ba điểm phân biệt?

A. $m = \frac{1}{3}$ B. $m = \frac{1}{2}$ C. $m \leq \frac{1}{3}$ D.
 $\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải:

Phương pháp tự luận:

Khảo sát hàm số (C) : $y = -2x^4 + 2x^2 + 1$ tìm được $y_{CT} = 1, y_{CD} = \frac{3}{2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 3m = 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$. Vậy chọn $m = \frac{1}{3}$

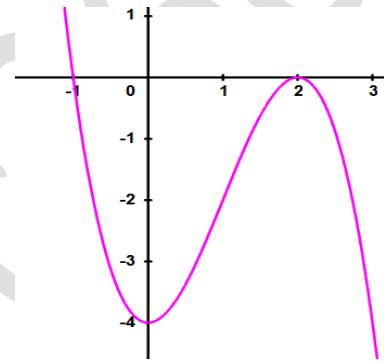
Phương pháp trắc nghiệm:

+ Với $m = \frac{1}{2}$, ta giải phương trình $-2x^4 + 2x^2 - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ \Rightarrow loại B, D.

+ Với $m = 0$, ta giải phương trình $-2x^4 + 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}}$
 \Rightarrow loại C.

Vậy chọn $m = \frac{1}{3}$

- Câu 33.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^3 - 3x^2 + 4 + m = 0$ có nghiệm duy nhất lớn hơn 2. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ là hình bên dưới.



- A. $m < -4$
 $m \leq -4; m \geq 0$

- B. $m \leq -4$

- C. $m > 0$

- D.

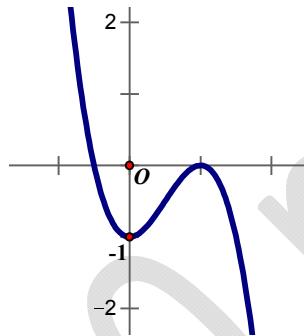
Hướng dẫn giải

$x^3 - 3x^2 + 4 + m = 0$ (*). Coi (*) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $(C): y = -x^3 + 3x^2 - 4$ và đường thẳng $(d): y = m$. Số giao điểm của (C) và (d) là số nghiệm của (*). Dựa vào đồ thị hàm số, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m < -4$. Vậy chọn $m < -4$.

CHỦ ĐỀ 2.1: SỰ TƯƠNG GIAO

VẬN DỤNG THẤP

Câu 1. Cho hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Dùng đồ thị (C) suy ra tất cả giá trị tham số m để phương trình $2x^3 - 3x^2 + 2m = 0$ (1) có ba nghiệm phân biệt là:



- A. $0 < m < \frac{1}{2}$. B. $-1 < m < 0$. C. $0 \leq m \leq -1$. D. $-1 \leq m \leq 0$.

Hướng dẫn giải:

Phương pháp tự luận:

Phương trình (1) $\Leftrightarrow -2x^3 + 3x^2 - 1 = 2m - 1$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và $d: y = 2m - 1$ (là đường thẳng song song hoặc trùng với Ox).

Phương trình có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (C)$ cắt d tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow -1 < 2m - 1 < 0$
 $\Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}$. Vậy chọn $0 < m < \frac{1}{2}$.

Câu 2. Tìm tất cả giá trị của m để đồ thị hàm số (C): $y = -2x^3 + 3x^2 + 2m - 1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

- A. $0 < m < \frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4} \leq m < \frac{1}{2}$ D. $0 \leq m \leq \frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải:

Phương pháp tự luận:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục Ox $-2x^3 + 3x^2 + 2m - 1 = 0$. Ta khảo sát hàm số (C'): $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ và cũng chỉ là tìm y_{CD}, y_{CT} . Cụ thể $y_{CD} = 1, y_{CT} = 0$. Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 0 < 2m < 1 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}$. Vậy chọn $0 < m < \frac{1}{2}$

Phương pháp trắc nghiệm:

+ Với $m = 0$, ta có phương trình $-2x^3 + 3x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{2} \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow$ loại B, D.

+ Với $m = 0.1$, ta có phương trình $-2x^3 + 3x^2 - 0.8 = 0$ có 3 nghiệm \Rightarrow loại C.

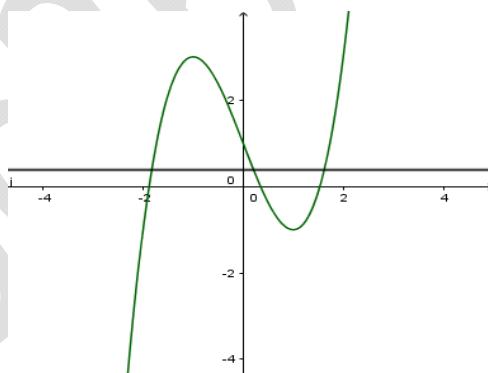
Câu 3. Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $x^3 - 3x - m + 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt, trong đó có hai nghiệm dương?

- A. $-1 < m < 1$ B. $-1 < m \leq 1$ C. $-1 < m < 3$ D. $-1 \leq m \leq 1$

Hướng dẫn giải:

Phương pháp tự luận:

Ta có đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$



Dựa vào đồ thị ta tìm được kết quả để đồ thị cắt hàm số tại ba điểm phân biệt là $-1 < m < 3$

Với $x = 0 \Rightarrow y = 1$ nên yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -1 < m < 1$. Vậy chọn $-1 < m < 1$

Phương pháp trắc nghiệm: Xét $m = 1$, ta được phương trình $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$

không đủ hai nghiệm dương \Rightarrow loại B, C, D. Vậy chọn $-1 < m < 1$

Câu 4. Cho phương trình $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$ (1). Điều kiện của tham số m để (1) có ba nghiệm phân biệt thỏa $x_1 < 1 < x_2 < x_3$ khi:

- A. $-3 < m < -1$ B. $-1 < m < 3$ C. $m = -1$ D. Đáp án khác

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

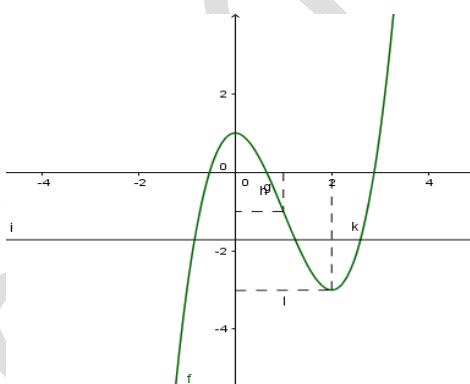
Ta có $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$ là phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ và $y = m$ (là đường thẳng song song hoặc trùng với Ox).

Xét $y = x^3 - 3x^2 + 1$

Tập xác định $D = R$

Tính $y' = 3x^2 - 6x$

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=1 \\ x=2 \Rightarrow y=-3 \end{cases}$. Ta có $x=1 \Rightarrow y=-1$



Dựa vào đồ thị, số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị $y = x^3 - 3x^2 + 1$ và đường thẳng $y = m$.

Do đó, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -3 < m < -1$.

Phương pháp trắc nghiệm

Chọn $m = 2$ thay vào (1) tìm nghiệm bằng Casio. Ta nhận thấy (1) chỉ có một nghiệm. Suy ra loại được đáp án B.

Tiếp tục thử $m = -1$ thay vào (1) tìm nghiệm bằng Casio. Ta nhận thấy (1) có ba nghiệm nhưng có một nghiệm bằng 1. Suy ra loại C.

Tiếp tục thử $m = -2$ thay vào (1) tìm nghiệm bằng Casio. Ta nhận thấy (1) có ba nghiệm thỏa yêu cầu bài toán. Suy ra loại D.

Vậy A là đáp án cần tìm.

Câu 5. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d): $y = x - 1$. Giao điểm của (C) và (d) lần lượt là $A(1; 0)$, B và C. Khi đó khoảng cách giữa B và C là:

- A. $BC = \frac{\sqrt{34}}{2}$ B. $BC = \frac{\sqrt{30}}{2}$ C. $BC = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $BC = \frac{\sqrt{14}}{2}$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d)

$$2x^3 - 3x^2 + 1 = x - 1 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(2x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 2x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Khi đó ta có $A(1; 0)$, $B(x_1; x_1 - 1)$ và $C(x_2; x_2 - 1)$ (x_1, x_2 là nghiệm của (1))

Ta có $\overline{BC}(x_2 - x_1; x_2 - x_1)$

Suy ra

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2((x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2)} = \sqrt{2(\frac{1}{4} + 4)} = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

Vậy chọn A.

Phương pháp trắc nghiệm

Phương trình hoành độ giao điểm

$$2x^3 - 3x^2 + 1 = x - 1 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0$$

- Nhập máy tính tìm nghiệm phương trình bậc ba.
- Gán hai nghiệm khác 1 vào B và C.
- Nhập máy X - 1. Dùng lệnh CALC tìm tung độ của điểm B và C gán vào hai biến D và E

Khi đó $BC = \sqrt{(C-B)^2 + (E-D)^2} = \frac{\sqrt{34}}{2}$. Vậy chọn A.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d): $y = 2x - 3$. Đường thẳng (d) cắt (C) tại hai điểm A và B. Khoảng cách giữa A và B là:

- A. $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ B. $AB = \frac{5}{2}$ C. $AB = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $AB = \frac{2}{5}$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d)

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x - 3 \quad (x \neq -1) \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(2;1) \\ x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -4 \Rightarrow B(-\frac{1}{2}; -4) \end{cases}$$

Ta có $\overrightarrow{AB} = \left(-\frac{5}{2}; -5\right)$. Suy ra $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$. Vậy chọn $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$

Phương pháp trắc nghiệm

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x-1}{x+1} = 2x - 3 \quad (x \neq -1)$

Dùng lệnh CALC của CASIO ta tìm được hai nghiệm của phương trình lần lượt $x = 2; x = -\frac{1}{2}$.

suy ra $A(2;1)$ và $B(-\frac{1}{2}; -4)$. Dùng CASIO tính được $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Vậy chọn $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d): $y = 2x - m$. Đường thẳng (d) cắt (C) tại hai điểm A và B khi giá trị của m thỏa:

A. $m < -4 - 2\sqrt{6} \vee m > -4 + 2\sqrt{6}$ B. $m \leq -4 - 2\sqrt{6} \vee m \geq -4 + 2\sqrt{6}$

C. $-4 - 2\sqrt{6} < m < -4 + 2\sqrt{6}$

D. $-4 - 2\sqrt{6} \leq m \leq -4 + 2\sqrt{6}$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d):

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x - m \quad (x \neq -1) \Leftrightarrow 2x^2 - mx + 1 - m = 0 \quad (1)$$

Yêu cầu bài toán \Leftrightarrow (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 8(1-m) > 0 \\ 2+m+1-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -4 - 2\sqrt{6} \vee m > -4 + 2\sqrt{6}.$$

Vậy chọn $m < -4 - 2\sqrt{6} \vee m > -4 + 2\sqrt{6}$

Phương pháp trắc nghiệm

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d):

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x-m \quad (x \neq -1) \Leftrightarrow 2x^2 - mx + 1 - m = 0 \quad (1)$$

Chọn $m = 0$ thay vào (1) tìm nghiệm bằng Casio, ta nhận thấy (1) vô nghiệm. Suy ra loại được C và D.

Tiếp tục chọn $m = -4 + 2\sqrt{6}$ thay vào (1) tìm nghiệm bằng Casio, ta nhận thấy (1) có một nghiệm kép. Suy ra loại B.

Vậy chọn $m < -4 - 2\sqrt{6} \vee m > -4 + 2\sqrt{6}$

Câu 8. Cho hàm số (C): $y = \frac{x}{x-1}$ và đường thẳng (d): $y = x + m$. Với giá trị nào của m thì (C) và (d) cắt nhau tại hai điểm?

- A. $\forall m$ B. $m > 2 \vee m < -2$ C. $-2 < m < 2$ D. Đáp án khác.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận: Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d) :

$$\frac{x}{x-1} = x + m \Leftrightarrow x^2 + (m-2)x - m = 0 \quad (1)$$

(C) cắt (d) tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow (1) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4 > 0$ (đúng với mọi m). Vậy chọn $\forall m$

Phương pháp trắc nghiệm: Đối với những câu có đối với những câu này thì ta nên tính toán mọi thứ ra.

Câu 9. Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng (d): $y = x + m^2$ cắt đồ thị hàm số (C): $y = -x^3 + 4x$ tại ba điểm phân biệt?

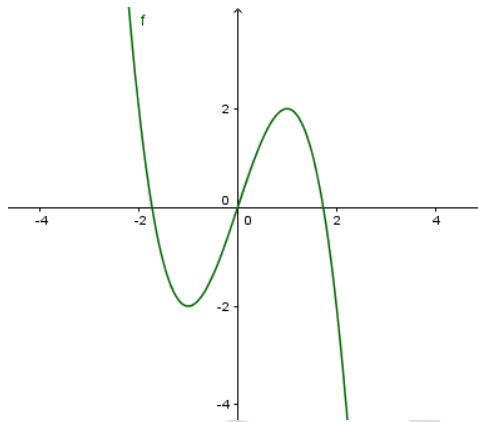
- A. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$ B. $m \leq 1$ C. $m \in R$ D. $-1 < m < 1$

Hướng dẫn giải.

Phương pháp tự luận: Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d): $-x^3 + 4x = x + m^2 \Leftrightarrow -x^3 + 3x = m^2$

Ta khảo sát hàm số (C): $y = -x^3 + 3x$

Có đồ thị sau:



Tìm được $y_{CT} = -2, y_{CD} = 2$ nên $y_{CT} \Leftrightarrow -2 < m^2 < 2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. Vậy chọn $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$

Phương pháp trắc nghiệm:

+Với $m = -3$, ta có phương trình $-x^3 + 3x - 9 = 0$, bấm máy tính ta chỉ tìm được một nghiệm \Rightarrow loại B, C.

+Với $m = 1.4$, ta có phương trình $-x^3 + 3x - 1.4^2 = 0$, bấm máy tính ta ra được ba nghiệm \Rightarrow loại D.

Vậy chọn $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$

Câu 10. Tất cả giá trị tham số m để đồ thị (C): $y = x^4$ cắt (P): $y = (3m+4)x^2 - m^2$ tại bốn điểm phân biệt là

- | | | | |
|---|---|---|---------------|
| A. $\begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}$ | B. $\begin{cases} m > -1 \\ m \neq 0 \end{cases}$ | C. $\begin{cases} m < -4 \vee m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}$ | D. $m \neq 0$ |
|---|---|---|---------------|

Hướng dẫn giải

[**Phương pháp tự luận**]

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là: $x^4 = (3m+4)x^2 - m^2 \Leftrightarrow x^4 - (3m+4)x^2 + m^2 = 0$ (1).

(C) cắt (P) tại bốn điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt \Leftrightarrow

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m^2 + 24m + 16 > 0 \\ m^2 > 0 \\ 3m + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \vee m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \\ m > -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}$$

Vậy chọn $\begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}$

Câu 11. Cho đồ thị (C): $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$. Gọi (d) là đường thẳng qua $A(0; -1)$ có hệ số góc bằng k . Tất cả giá trị k để (C) cắt (d) tại ba điểm phân biệt là:

- A. $\begin{cases} k > -\frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} k < \frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} k < -\frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} k > \frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

[**Phương pháp tự luận**]

Phương trình đường thẳng (d): $y = kx - 1$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d):

$$2x^3 - 3x^2 - 1 = kx - 1 \Leftrightarrow x(2x^2 - 3x - k) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (1) \\ 2x^2 - 3x - k = 0 & (2) \end{cases}$$

(C) cắt (d) tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 0 \Leftrightarrow

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ 0 - k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > -\frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases} . \text{Vậy chọn } \begin{cases} k > -\frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$$

Câu 12. Cho hàm số đồ thị (C): $y = x^3 - 3x^2 + 4$. Gọi (d) là đường thẳng qua $I(1; 2)$ với hệ số góc k . Với giá trị nào của k thì (d) cắt (C) tại ba điểm phân biệt I, A, B thỏa I là trung điểm AB .

- A. $k > -3$ B. $\forall k$ C. $k = -3$ D. $k = 0$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận: Phương trình (d): $y = k(x - 1) + 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d):

$$x^3 - 3x^2 + 4 = kx - k + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - kx + k + 2 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - k - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ g(x)=x^2 - 2x - k - 2 = 0(*) \end{cases}$$

(d) cắt (C) tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_g' > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k+3 > 0 \\ -3-k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow k > -3$$

Hơn nữa theo Vi-ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 = 2x_I \\ y_1 + y_2 = k(x_1 + x_2) - 2k + 4 = 4 = 2y_I \end{cases}$ nên I là trung điểm AB .

Vậy chọn $k > -3$

Phương pháp trắc nghiệm: Ta tính toán đến phương trình (1)

+Với $k = -2$, ta giải phương trình $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$ thu được $x_1 = 2, x_2 = 0, x_I = 1$.

Hơn nữa $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 = 2x_I \\ y_1 + y_2 = 4 = 2y_I \end{cases}$ nên I là trung điểm $AB \Rightarrow$ loại C, D từ đó ta loại được B.

Vậy chọn $k > -3$

Câu 13. Với những giá trị nào của tham số m thì

$(C_m): y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 2(m^2 + 4m + 1)x - 4m(m+1)$ cắt trực hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1?

- A. $\frac{1}{2} < m \neq 1$ B. $m > \frac{1}{2}$ C. $m \geq \frac{1}{2}$ D. Đáp án khác

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận: Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trực Ox :

$$x^3 - 3(m+1)x^2 + 2(m^2 + 4m + 1)x - 4m(m+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x^2 - (3m+1)x + 2m^2 + 2m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x^2 - (3m+1)x + 2m^2 + 2m = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=2m \\ x=m+1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Yêu cầu bài toán} &\Leftrightarrow \begin{cases} 1 < 2m \neq 2 \\ 1 < m+1 \neq 2 \\ 2m \neq m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m \neq 1 \\ 0 < m \neq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m \neq 1 \\ m \neq 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy chọn $\frac{1}{2} < m \neq 1$

Phương pháp trắc nghiệm: Câu này có đáp án khác nên ta phải tính toán để có được đáp số cuối cùng. Nhưng nếu không có đáp án khác ta có thể kiểm tra trực tiếp từng kết quả. Việc kiểm tra tương tự những câu trên.

Câu 14. Cho đồ thị $(C): y = 4x^3 - 3x + 1$ và đường thẳng $(d): y = m(x-1) + 2$. Tất cả giá trị tham số m để (C) cắt (d) tại một điểm là:

- A. $m < 0$ B. $m \leq 0$ C. $m \leq 0 \vee m = 9$ D. $m = 9$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm (C) và (d) là $4x^3 - 3x + 1 = m(x-1) + 2 \Leftrightarrow$

$$4x^3 - (m+3)x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 4x^2 + 4x - m + 1 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

(C) cắt (d) tại một điểm \Leftrightarrow Phương trình (1) vô nghiệm hay phương trình (1) có một nghiệm bằng 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \\ \Delta' = 0 \\ 4 + 4 - m + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m < 0 \\ 4m = 0 \Leftrightarrow m < 0 . \text{ Vậy chọn } m < 0 \\ m = 9 \end{cases}$$

VẬN DỤNG CAO (tối thiểu 10 câu)

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y = x + m$. Giá trị m để (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \sqrt{10}$ là:

- A. $m = 0 \vee m = 6$ B. $m = 0$ C. $m = 6$ D. Kết quả khác

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d)

$$\frac{2x+1}{x+1} = x+m \quad (x \neq -1) \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + m - 1 = 0 \quad (1)$$

Khi đó (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình (1) có hai

$$\text{nghiệm phân biệt khác } -1 \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - 4(m-1) > 0 \\ (-1)^2 - (m-1) + m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1 \vee m > 5 \quad (*)$$

Khi đó ta lại có

$$A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; x_2 - x_1) \Rightarrow AB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2}|x_2 - x_1|$$

Mà $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$

Mặt khác:

$$AB = \sqrt{10} \Leftrightarrow |x_2 - x_1| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x_2 + x_1)^2 - 4x_1 x_2 = 5 \Leftrightarrow (1-m)^2 - 4(m-1) = 5 \Leftrightarrow m^2 - 6m = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 6 \end{cases} \quad (\text{thỏa } *)$$

Vậy chọn $m = 0 \vee m = 6$.

Phương pháp trắc nghiệm

Chọn $m = 0$ thay vào (d). Ta được $\frac{2x+1}{x+1} = x \quad (x \neq -1)$. Dùng lệnh CALC tìm được

$$\begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } A\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right), B\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB}(-\sqrt{5}, -\sqrt{5}) \Rightarrow AB = \sqrt{10}$$

Nhận thấy $m = 0$ thỏa yêu cầu

Tương tự chọn $m = 6$ kiểm tra tương tự $m = 0$ nhận thấy $m = 6$ thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy chọn $m = 0 \vee m = 6$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C) và $y = x + m$ (d). Giá trị m để (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tiếp tuyến tại A và B song song với nhau.

- A. Không tồn tại B. $m = 0$ C. $m = -3$ D. $m = 3$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d)

$$\frac{2x+1}{x+1} = x+m \quad (x \neq -1) \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + m - 1 = 0 \quad (1)$$

Khi đó (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - 4(m-1) > 0 \\ 1^2 - (m-1) + m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \vee m > 5 \\ \forall m \in R \end{cases} \Leftrightarrow m < 1 \vee m > 5$$

Ta có: $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$

Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ trong đó x_1, x_2 là nghiệm của (1) (nên ta có $x_1 + x_2 = 1 - m$)

Suy ra: $k_A = \frac{1}{(x_1+1)^2}, k_B = \frac{1}{(x_2+1)^2}$

Tiếp tuyến tại A và B song song khi và chỉ khi

$$\frac{1}{(x_1+1)^2} = \frac{1}{(x_2+1)^2} \Leftrightarrow x_1 + 1 = -x_2 - 1 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2 = 0 \Leftrightarrow 1 - m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 3 \quad (l)$$

Vậy chọn không tồn tại.

Câu 3. Cho $(P): y = x^2 - 2x - m^2$, $(\Delta): y = 2x + 1$. Giả sử (P) cắt (Δ) tại hai điểm phân biệt A, B thì tọa độ trung điểm I của AB là:

- A. $I(2; 5)$. B. $I(1; -m^2 - 1)$. C. $I(1; 3)$. D. $I(2; -m^2)$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d):

$$x^2 - 2x - m^2 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x - m^2 - 1 = 0 \quad (1)$$

(P) cắt (Δ) tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow m^2 + 5 > 0 \quad (\forall m)$$

Hoành độ của điểm A, B là nghiệm x_1, x_2 của phương trình (1) và tung độ trung điểm I

thỏa phương trình (Δ), nên tọa độ trung điểm $I: \begin{cases} x_I = \frac{x_1 + x_2}{2} = 2 \\ y_I = 2x_I + 1 = 5 \end{cases}$. Vậy $I(2; 5)$.

Vậy chọn $I(2; 5)$

Câu 4. Định m để $(C_m): y = (m-1)x^3 + x^2 - m$ chỉ có một điểm chung với trục hoành.

- A. $m < 0 \vee m > \frac{4}{3}$ B. $m = 1$ C. $m < 0$ D. $m > \frac{4}{3}$

Hướng dẫn giải

[**Phương pháp tự luận**]: Xét $m = 1$, phương trình $x^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm (loại).

+ $m \neq 1$ khi đó:

$$y' = 3(m-1)x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -m \\ x = \frac{-2}{3(m-1)} \Rightarrow y = \frac{-27m^3 + 54m^2 - 27m + 4}{27(m-1)^2} \end{cases}$$

$$(C_m) \text{ có 1 điểm chung với } Ox \Leftrightarrow y_{CD} \cdot y_{CT} > 0 \Leftrightarrow \frac{m(27m^3 - 54m^2 + 27m - 4)}{27(m-1)^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow m < 0 \vee m > \frac{4}{3}. \text{ Vậy chọn } m < 0 \vee m > \frac{4}{3}$$

Phương pháp trắc nghiệm: Ta kiểm tra trực tiếp các đáp án của đề bài

+ Với $m = -1$, phương trình $-2x^3 + x^2 + 1 = 0$ thu được $x = 1$ là nghiệm duy nhất \Rightarrow loại B, D.

+ Với $m = 2$, phương trình $x^3 + x^2 - 2 = 0$ thu được $x = 1$ là nghiệm duy nhất \Rightarrow loại C.

Vậy chọn $m < 0 \vee m > \frac{4}{3}$

Câu 5. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m - 1$ có đồ thị (C) . Giá trị m để đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt lập thành cấp số cộng là:

- A. $m = -3$ B. $m = 3$ C. $m = 0$ D. Kết quả khác

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

Đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm phân biệt tạo thành cấp số cộng khi và chỉ khi

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 1 = m \text{ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.}$$

Suy ra đường thẳng $y = m$ đi qua điểm uốn của đồ thị $y = x^3 - 3x^2 - 1$

(Do đồ thị (C) nhận điểm uốn làm tâm đối xứng)

Mà điểm uốn của $y = x^3 - 3x^2 - 1$ là $I(1; -3)$. Suy ra $m = -3$. Vậy chọn $m = -3$

Phương pháp trắc nghiệm

Chọn $m = -3$ thay vào phương trình $x^3 - 3x^2 - m - 1 = 0$

Ta được $x^3 - 3x^2 + 2 = 0$. Dùng chức năng tìm nghiệm phương trình bậc ba ta được ba nghiệm $x = 1 - \sqrt{3}$, $x = 1$, $x = 1 + \sqrt{3}$ thỏa cấp số cộng.

Vậy chọn $m = -3$

- Câu 6.** Cho hàm số: $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y = x + m$. Đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại hai điểm A và B . Với $C(-2; 5)$, giá trị m để tam giác ABC đều là
- A. $m = 1 \vee m = 5$ B. $m = 1$ C. $m = 5$ D. Đáp án khác

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng (d) :

$$\frac{2x+1}{x-1} = x + m \quad (x \neq 1) \Leftrightarrow x^2 + (m-3)x - m - 1 = 0 \quad (1)$$

Khi đó (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt A , B khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 + 4(m+1) > 0 \\ 1^2 + (m-3) - m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 13 > 0 \\ \forall m \in R \end{cases} \Leftrightarrow \forall m \in R$

Gọi $A(x_1; x_1 + m)$, $B(x_2; x_2 + m)$ trong đó x_1, x_2 là nghiệm của (1)

Nên theo Vi – et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 - m \\ x_1 x_2 = -m - 1 \end{cases}$

Gọi $I\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{x_1 + x_2 + 2m}{2}\right)$ là trung điểm của AB .

Suy ra $I\left(\frac{3-m}{2}; \frac{3+m}{2}\right)$, suy ra $\overline{CI}\left(-2 - \frac{3-m}{2}; 5 - \frac{3+m}{2}\right) \Rightarrow CI = \frac{1}{2}\sqrt{(m-7)^2 + (7-m)^2}$

Mặt khác $\overline{AB} = (x_2 - x_1; x_2 - x_1) \Rightarrow AB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(m^2 - 2m + 13)}$

Tam giác ABC đều khi và chỉ khi $CI = \frac{\sqrt{3}}{2} AB \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sqrt{2(m-7)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{2(m^2 - 2m + 13)}$

$$\Leftrightarrow (m-7)^2 = 3(m^2 - 2m + 13) \Leftrightarrow 2m^2 + 8m - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-5 \end{cases}$$

Vậy chọn $m=1 \vee m=-5$.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^4 - (2m-1)x^2 + 2m$ có đồ thị (C) . Giá trị m để đường thẳng (d) :

$y = 2$ cắt đồ thị (C) tại bốn điểm phân biệt đều có hoành độ lớn hơn 3 là:

- A. $\begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ 1 < m < \frac{11}{2} \end{cases}$ B. $\begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ 1 < m < 2 \end{cases}$ C. $1 < m < \frac{11}{2}$ D. Kết quả khác

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng (d) :

$$x^4 - (2m-1)x^2 + 2m = 2 \Leftrightarrow x^4 - (2m-1)x^2 + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 2m-2 \end{cases} \quad (1)$$

Đường thẳng (d) cắt (C) tại bốn điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 3 khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn 3.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-2 \neq 1 \\ 0 < 2m-2 < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ 1 < m < \frac{11}{2} \end{cases}. \text{ Vậy chọn } \begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ 1 < m < \frac{11}{2} \end{cases}$$

Câu 8. Cho hàm số: $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2$ có đồ thị (C) . Đường thẳng (d) : $y = -x + 2$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt $A(0; -2), B$ và C . Với $M(3; 1)$, giá trị của m để tam giác MBC có diện tích bằng $2\sqrt{7}$ là:

- A. $m = -1 \vee m = 4$ B. $m = -1$ C. $m = 4$ D. Kết quả khác

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned}x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2 &= -x + 2 \Leftrightarrow x(x^2 + 2mx + 3(m-1)) = 0 \\&\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 2mx + 3(m-1) = 0 \end{cases} \quad (1)\end{aligned}$$

Đường thẳng (d) cắt (C) tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai

$$\text{nghiệm phân biệt khác } 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 3 > 0 \\ m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall m \in R \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1$$

Khi đó ta có: $C(x_1; -x_1 + 2), B(x_2; -x_2 + 2)$ trong đó x_1, x_2 là nghiệm của (1)

$$\text{Nên theo Vi-et ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = 3m - 3 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } \vec{CB} = (x_2 - x_1; -x_2 + x_1) \Rightarrow CB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{8(m^2 - 3m + 3)}$$

$$d(M; (d)) = \frac{|-3 - 1 + 2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

Diện tích tam giác MBC bằng $2\sqrt{7}$ khi và chỉ khi

$$\frac{1}{2} \sqrt{8(m^2 - 3m + 3)} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{7} \Leftrightarrow m^2 - 3m + 3 = 7 \Leftrightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 4 \end{cases} \text{ (thỏa} \\ \text{m} \neq 1\text{)}$$

Vậy chọn $m = -1 \vee m = 4$

Câu 9. Cho $(C_m): y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$. Tất cả giá trị tham số m để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$ là:

- A. $m = 1$ B. $\begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 0 \end{cases}$ C. $m = 2$ D. $m \neq 0$

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và trục hoành là $x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0 \Leftrightarrow$

$$(x-1)(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - x - m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

(C_m) cắt trực hoành tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\text{khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 - 1 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 0 \end{cases} (*)$$

Gọi $x_3 = 1$ còn x_1, x_2 là nghiệm phương trình (1) nên theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$

Hệ thức: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 1 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa $(*)$)

Vậy chọn $m = 1$.

Câu 10. Cho hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3}$ có đồ thị (C_m) . Giá trị của m để (C_m) cắt trực

Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15$ là

- A. $m > 1 \vee m < -1$ B. $m < -1$ C. $m > 0$ D. $m > 1$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng (d) :

$$\frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3} = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + (-3m+1)x - 3m - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ g(x) = x^2 + (-3m+1)x - 3m - 2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

(C_m) cắt Ox tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 + 6m + 9 > 0 \\ -6m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0$$

Gọi $x_1 = 1$ còn x_2, x_3 là nghiệm phương trình (1) nên theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_2 + x_3 = 3m - 1 \\ x_2 x_3 = -3m - 2 \end{cases}$

Hệ thức: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15 \Leftrightarrow 1 + (x_2 + x_3)^2 - 2x_2 x_3 > 15$

$$\Leftrightarrow (3m-1)^2 + 2(3m+2) - 14 > 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 9 > 0$$

$$\Leftrightarrow m > 1 \vee m < -1$$

Vậy chọn $m > 1 \vee m < -1$

Phương pháp trắc nghiệm: Ta kiểm tra ngay trên đáp án

+Với $m = -2$, ta giải phương trình bậc ba: $\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x - \frac{4}{3} = 0$ thu được 3 nghiệm

$x_1 = -6.37\dots, x_2 = 1, x_3 = -0.62\dots$. Ta chọn những giá trị nhỏ hơn các nghiệm này và kiểm tra điều kiện của bài toán. Cụ thể ta tính $(-6.4)^2 + 1^2 + (-0.63)^2 = 42.3569 > 15 \Rightarrow$ loại C, D.

+Với $m = 2$, ta làm tương tự thu được 3 nghiệm $x_1 = 6.27\dots, x_2 = 1, x_3 = -1.27\dots$

Tính $6.2^2 + 1^2 + (-1.3)^2 = 41.13 > 15 \Rightarrow$ loại B.

Vậy chọn $m > 1 \vee m < -1$

Câu 11. Cho đồ thị $(C): y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ và đường thẳng $(d): y = m$. Giá trị tham số m để (C) cắt (d) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \sqrt{2}$ là:

- A. $m = 1 \pm \sqrt{6}$ B. $m = 1 + \sqrt{6}$ C. $m = 1 - \sqrt{6}$ D. $m < 1 \vee m > 3$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm (C) và (d) là $\frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = m \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - (m+1)x + m + 1 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

(C) cắt (d) tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1 \Leftrightarrow

$$\begin{cases} \Delta = (m+1)(m-3) > 0 \\ 1 - m - 1 + m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1 \vee m > 3 (*)$$

Hoành độ giao điểm x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1) nên theo Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 1 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases}. \text{ Khi đó: } A(x_1; m), B(x_2; m). \text{ Do đó: } AB = \sqrt{2} \Leftrightarrow AB^2 = 2 \Leftrightarrow$$

$$(x_2 - x_1)^2 = 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 = 2 + \sqrt{6} \\ m + 1 = 2 - \sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 + \sqrt{6} \\ m = 1 - \sqrt{6} \end{cases} \text{ (thỏa (*))}$$

Vậy chọn $m = 1 \pm \sqrt{6}$.

Câu 12. Cho đồ thị $(H): y = \frac{2x+1}{x+1}$ và đường thẳng $(d): y = kx + 2k + 1$. Giá trị k để (H) cắt (d) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách từ A và từ B đến trực hoành bằng nhau là

A. $k = -3$

B. $k = \frac{1}{3}$

C. $k = 0$

D. $k = -\frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng (d):

$$\frac{2x+1}{x+1} = kx + 2k + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ kx^2 + (3k-1)x + 2k = 0 \end{cases} \quad (1)$$

(H) cắt (d) tại hai điểm phân biệt $A, B \Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác

$$-1 \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ k(-1)^2 + (3k-1)(-1) + 2k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k^2 - 6k + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\begin{cases} k \neq 0 \\ k < 3 - 2\sqrt{2} \vee k > 3 + 2\sqrt{2} \end{cases} \quad (*)$$

Hoành độ A, B là nghiệm x_1, x_2 của phương trình (1) nên theo Vi-ết ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1-3k}{k} \\ x_1 x_2 = 2 \end{cases}.$$

và tung độ A, B thỏa phương trình đường thẳng (d) do đó khoảng cách từ A và từ B đến

trục hoành bằng nhau $\Leftrightarrow |y_A| = |y_B| \Leftrightarrow |kx_1 + 2k + 1| = |kx_2 + 2k + 1| \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} kx_1 + 2k + 1 = kx_2 + 2k + 1 \\ kx_1 + 2k + 1 = -kx_2 - 2k - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \text{ (loại)} \\ k(x_1 + x_2) + 4k + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow k = -3 \text{ (thỏa (*))}$$

Vậy chọn $k = -3$.

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

hoc360.net