BÀI GIẢI

Câu 1:

a) Giải phương trình: $\frac{x+1}{4}=2+\frac{1-2x}{5}$ (1)

Giải:

$$(1)\Leftrightarrow \frac{5(x+1)}{20}=\frac{40}{20}+\frac{4(1-2x)}{20}$$
$$\Leftrightarrow 5(x+1)=40+4(1-2x)$$
$$\Leftrightarrow 5x+5=40+4-8x$$
$$\Leftrightarrow 5x+8x=40+4-5$$
$$\Leftrightarrow 13x=39$$
$$\Leftrightarrow x=3$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là: $S=\{3\}$

b) Bạn Nam đem 20 tờ tiền giấy gồm hai loại 2.000 đồng và 5.000 đồng đến siêu thị mua một món quà có giá trị là 78.000 đồng và được thối lại 1.000 đồng. Hỏi có bao nhiêu tờ tiền mỗi loại?

Giải:

Gọi x, y lần lượt là số tờ tiền 2.000 đồng và 5.000 đồng (x > 0, y > 0)

Theo đề bài, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=20 \\ 2000x+5000y=78000+1000 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=20 \\ 2x+5y=79 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5x-5y=-100 \\ 2x+5y=79 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x=-21 \\ 2x+5y=79 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ 14+5y=79 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=13 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Vậy có 7 tờ tiền 2.000 đồng và 13 tờ tiền 5.000 đồng

Câu 2:

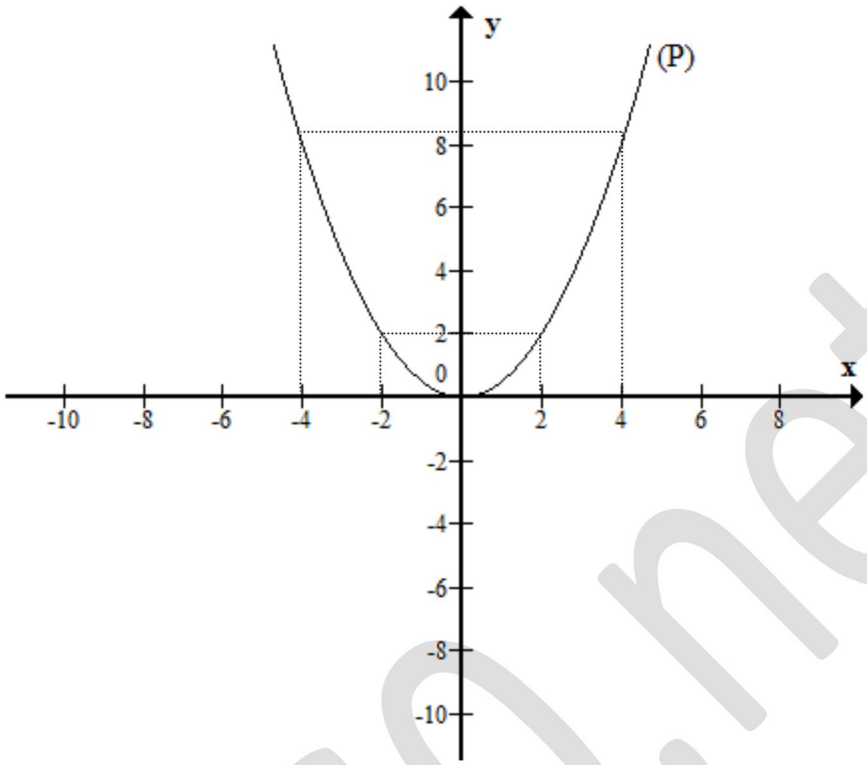
a) Trong mặt phẳng Oxy, vẽ đồ thị (P) của hàm số $y=\frac{x^2}{2}$

Giải:

Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
$y=\frac{x^2}{2}$	8	2	0	2	8

Đồ thị



b) Gọi A là điểm thuộc (P) có hoành độ bằng 2. Viết phương trình đường thẳng OA

Giải:

Thay x = 2 vào (P) ta được: $y=\frac{2^2}{2}=2\Rightarrow A(2;2)$

Gọi đường thẳng (OA) có dạng: $y=ax+b\ (a\neq 0)$

Ta có $O(0;0)\in(OA)\Rightarrow 0=a.0+b\Rightarrow b=0\Rightarrow(OA): y=ax$

Mà $A(2;2)\in(OA)\Rightarrow 2=2.a\Rightarrow a=1$ (nhận)

Vậy (OA): y = x là đường thẳng cần tìm

Câu 3:

a) Thu gọn biểu thức: $A=\frac{1}{2\sqrt{2}}-\frac{2}{\sqrt{2}+1}-\frac{7}{2\sqrt{2}+4}$

Giải:

Ta có $A=\frac{1}{2\sqrt{2}}-\frac{2}{\sqrt{2}+1}-\frac{7}{2\sqrt{2}+4}$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}.\sqrt{2}}-\frac{2(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}-\frac{7(2\sqrt{2}-4)}{(2\sqrt{2}+4)(2\sqrt{2}-4)}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{4}-\frac{2(\sqrt{2}-1)}{2-1}-\frac{7(2\sqrt{2}-4)}{8-16}=\frac{\sqrt{2}}{4}-2(\sqrt{2}-1)+\frac{7(2\sqrt{2}-4)}{8}$$

$$=\frac{2\sqrt{2}}{8}-\frac{16(\sqrt{2}-1)}{8}+\frac{7(2\sqrt{2}-4)}{8}=\frac{2\sqrt{2}-16\sqrt{2}+16+14\sqrt{2}-28}{8}$$

$$=\frac{-12}{8}=\frac{-3}{2}$$

b) Một người gửi tiết kiệm 200 triệu VNĐ vào tài khoản tại ngân hàng Nam Á. Có 2 sự lựa chọn: người gửi có thể nhận được lãi suất 7% một năm hoặc nhận tiền thưởng ngay là 3 triệu VNĐ với lãi suất 6% một năm. Lựa chọn nào tốt hơn sau một năm? Sau hai năm?

Giải:

Số tiền cả vốn lẫn lãi sau 1 năm với lãi suất 7% là:

$200000000.(1+7\%)=214000000$ (đồng)

Số tiền cả vốn lẫn lãi sau 1 năm với lãi suất 6% và được thưởng 3 triệu đồng là:

$200000000.(1+6\%)+3000000=215000000$ (đồng)

Vậy sau 1 năm ta nên lựa chọn thứ hai là lãi suất 6% và được thưởng 3 triệu đồng (vì 215000000 đồng > 214000000 đồng)

Số tiền cả vốn lẫn lãi sau 2 năm với lãi suất 7% là:

$214000000(1+7\%)^2=228980000$ (đồng)

Số tiền cả vốn lẫn lãi sau 2 năm với lãi suất 6% và được thưởng 3 triệu đồng là:

$200000000.(1+6\%)^2+3000000=227720000$ (đồng)

Vậy sau 2 năm ta nên lựa chọn thứ nhất là lãi suất 7% (vì 228980000 đồng > 227720000 đồng)

Câu 4: Cho phương trình: $x^2-mx-1=0$ (1) (x là ẩn số)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm trái dấu

Giải:

Ta có $\Delta=(-m)^2-1.(-1)=m^2+1>0,\forall m$ nên phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt thỏa hệ thức Vi-ét:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{-m}{1}=m \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{-1}{1}=-1 \end{cases}$$

Do $x_1x_2=-1<0$ nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm trái dấu

b) Gọi x_1,x_2 là các nghiệm của phương trình (1).

Tính giá trị của biểu thức: $P=\dfrac{x_1^2+x_1-1}{x_1}-\dfrac{x_2^2+x_2-1}{x_2}$

Giải:

Ta có $P=\dfrac{x_1^2+x_1-1}{x_1}-\dfrac{x_2^2+x_2-1}{x_2}$

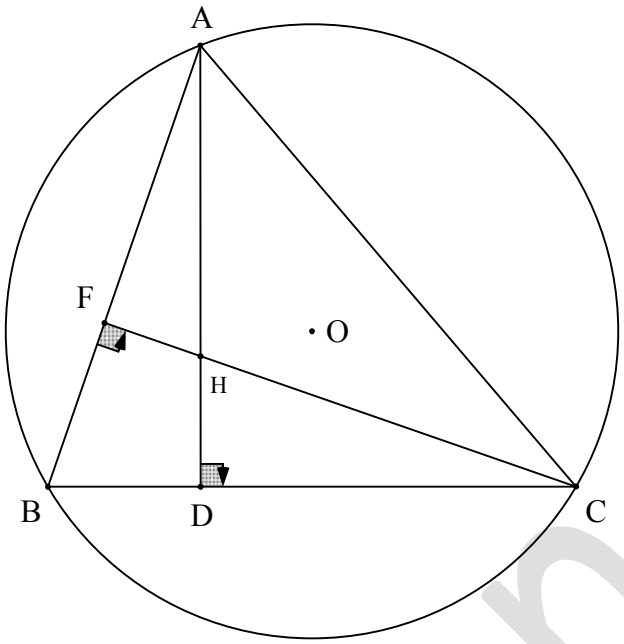
$=\dfrac{x_1^2+x_1+x_1x_2}{x_1}-\dfrac{x_2^2+x_2+x_1x_2}{x_2}$ (do $x_1x_2=-1$: hệ thức Vi-ét)

$=x_1+1+x_2-(x_2+1+x_1)=x_1+1+x_2-x_2-1-x_1=0$

Câu 5: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O (AB < AC). Các đường cao AD và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H

a) Chứng minh tứ giác BFHD nội tiếp. Suy ra $A\hat{H}C=180^0-A\hat{B}C$

Giải:



Xét tứ giác BFHD có:

$\widehat{BFH} + \widehat{BDH} = 90^0 + 90^0 = 180^0$ (vì AD $\perp$ BC, CF $\perp$ AB)

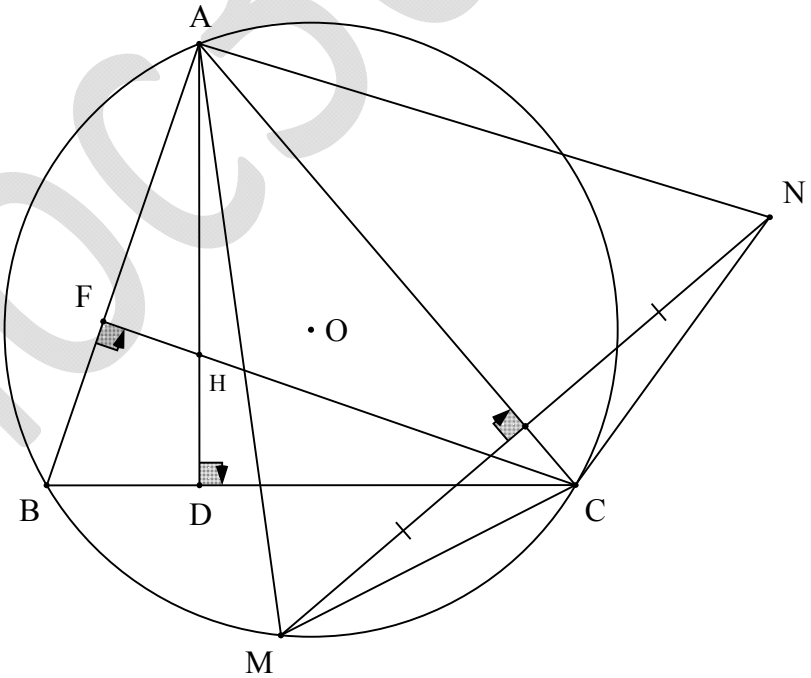
$\Rightarrow$ Tứ giác BFHD nội tiếp (tổng 2 góc đối bằng 180^0)

Ta có $\widehat{AHC} = \widehat{DHF}$ (2 góc đối đỉnh)

$= 180^0 - \widehat{ABC}$ (tổng 2 góc đối của tứ giác BFHD nội tiếp)

b) Gọi M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) (M khác B và C) và N là điểm đối xứng của M qua AC. Chứng minh tứ giác AHCN nội tiếp

Giải:



Ta có AC $\perp$ MN tại trung điểm của MN (vì N đối xứng với M qua AC)

$\Rightarrow$ AC là đường trung trực của đoạn MN

$\Rightarrow$ AM = AN, CM = CN

Xét ΔANC và ΔAMC có:

AM = AN (do trên)

CM = CN (do trên)

AC: chung

$\Rightarrow$ ΔANC = ΔAMC (c.c.c)

$\Rightarrow \widehat{ANC} = \widehat{AMC}$ (2 góc tương ứng)

$= \widehat{ABC}$ (cùng chắn cung AC của đường tròn (O))

$= 180^0 - \widehat{AHC}$ (vì $\widehat{AHC} = 180^0 - \widehat{ABC}$)

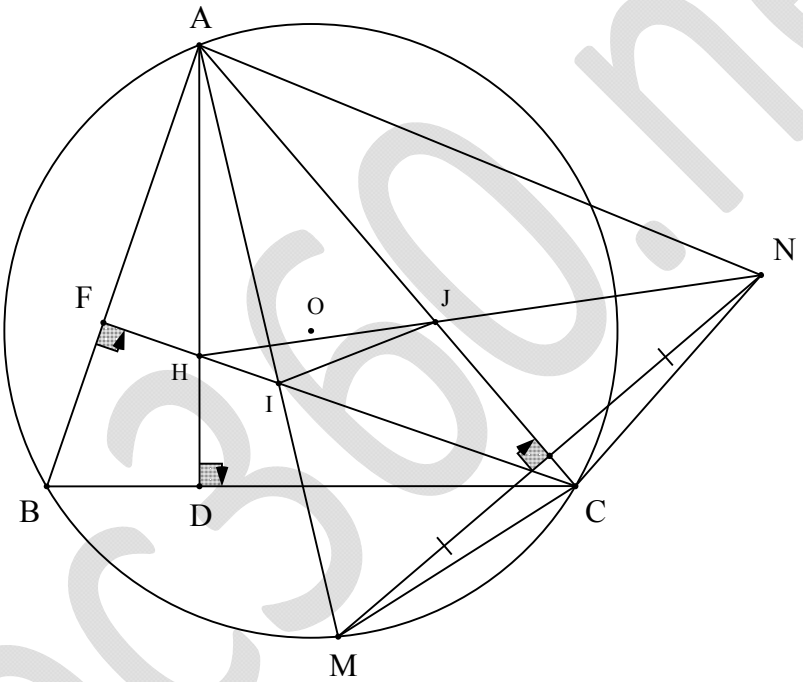
$\Rightarrow \widehat{ANC} + \widehat{AHC} = 180^0$

Xét tứ giác AHCN có: $\widehat{ANC} + \widehat{AHC} = 180^0$ (do trên)

$\Rightarrow$ Tứ giác AHCN nội tiếp (tổng 2 góc đối bằng 180^0)

c) Gọi I là giao điểm của AM và HC; J là giao điểm của AC và HN. Chứng minh $\widehat{AJI} = \widehat{ANC}$

Giải:



Ta có $\widehat{MAC} = \widehat{NAC}$ (vì ΔANC = ΔAMC nên 2 góc tương ứng bằng nhau)

$= \widehat{NHC}$ (cùng chắn cung NC của tứ giác AHCN nội tiếp)

Hay $\widehat{IAJ} = \widehat{IHJ}$

Xét tứ giác AHIJ có: $\widehat{IAJ} = \widehat{IHJ}$ (do trên)

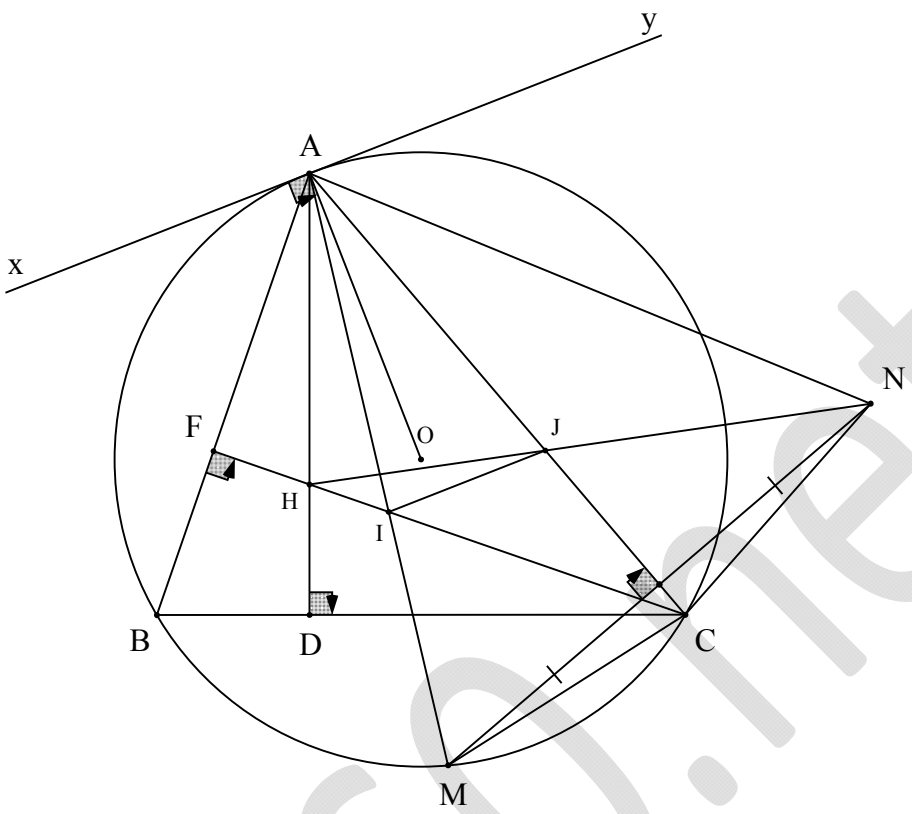
$\Rightarrow$ Tứ giác AHIJ nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh A, H liên tiếp cùng nhìn cạnh IJ dưới một góc bằng nhau)

$\Rightarrow \widehat{AJI} = 180^0 - \widehat{AHC}$ (tổng 2 góc đối bằng 180^0)

$= \widehat{ANC}$ (do trên)

d) Chứng minh rằng: OA vuông góc với IJ

Giải:



Vẽ tiếp tuyến xy của đường tròn (O) tại A

$\Rightarrow$ OA $\perp$ xy (1) (tính chất tiếp tuyến)

Ta có $\widehat{AJI} = \widehat{ANC}$ (do trên)

$= \widehat{AMC}$ (vì $\Delta ANC = \Delta AMC$ nên 2 góc tương ứng bằng nhau)

$= \widehat{yAC}$ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

$\Rightarrow$ IJ//xy (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ OA $\perp$ IJ (quan hệ giữa tính vuông góc và tính song song)