

BÀI GIẢI

Câu 1: (2 điểm)

a) Giải phương trình: $x(x-2)+12=3(x+4)$ (1)

Giải:

$$\begin{aligned}(1) &\Leftrightarrow x^2 - 2x + 12 = 3x + 12 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 2x + 12 - 3x - 12 = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 5x = 0 \\ &\Leftrightarrow x(x-5) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là: $S = \{0; 5\}$

b) Một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 10m và có chu vi 180m. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật

Giải:

Gọi x, y (m) lần lượt là chiều rộng, chiều dài của hình chữ nhật ($y > x > 0$)

Theo đề bài, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} y - x = 10 \\ 2(x + y) = 180 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x + y = 10 \\ x + y = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + y = 10 \\ 2y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 50 = 10 \\ y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 50 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Vậy hình chữ nhật có chiều rộng 40m và chiều dài 50m

Câu 2: (1,5 điểm)

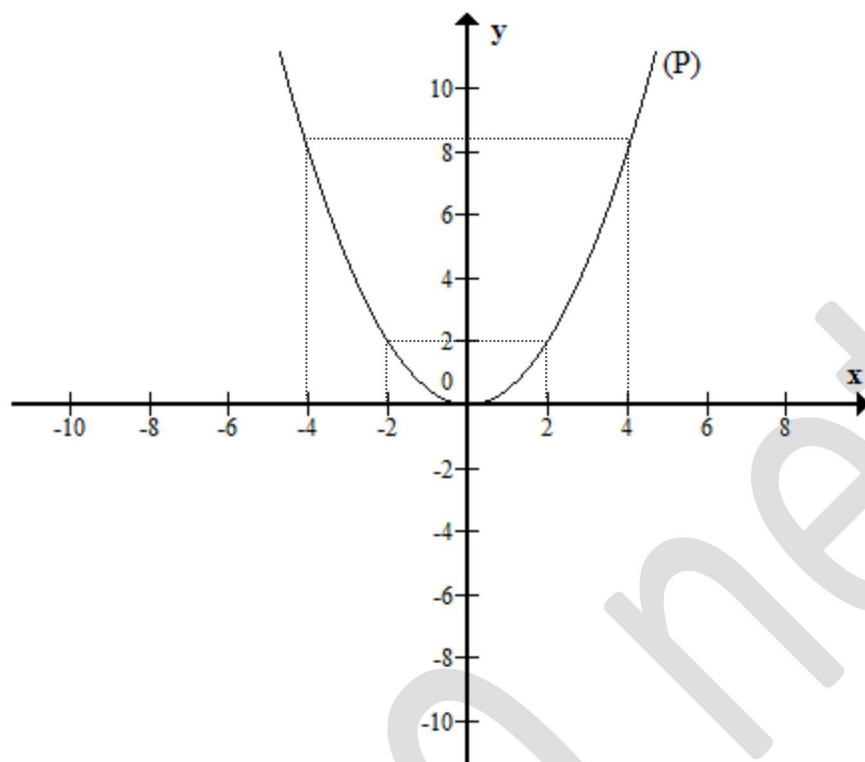
a) Vẽ (P): $y = \frac{x^2}{2}$

Giải:

Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{x^2}{2}$	8	2	0	2	8

Đồ thị



b) Tìm m biết đường thẳng (d): $y = mx + m - 1$ cắt (P) tại điểm có hoành độ là 2

Giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) có dạng: $\frac{x^2}{2} = mx + m - 1$ (*)

Vì (d) cắt (P) tại điểm có hoành độ là 2 nên $x = 2$ là nghiệm của (*)

$$\Rightarrow \frac{2^2}{2} = 2m + m - 1 \Leftrightarrow 3m - 1 = 2 \Leftrightarrow 3m = 3 \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm

Câu 3: (1,5 điểm)

a) Rút gọn: $A = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$

Giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}} = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{(2\sqrt{5} - 3)^2}}} = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - |2\sqrt{5} - 3|}} \\ &= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - (2\sqrt{5} - 3)}} = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}} = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}} = \sqrt{\sqrt{5} - |\sqrt{5} - 1|} \\ &= \sqrt{\sqrt{5} - (\sqrt{5} - 1)} = \sqrt{1} = 1 \end{aligned}$$

b) 1) Chú Hoàng muốn mua một cái máy giặt, thấy trên bảng báo giá là 4.500.000 đồng và khuyến mãi giảm 10% trên giá niêm yết. Hỏi nếu lấy cái máy giặt này chú Hoàng phải trả bao nhiêu tiền?

Giải:

Số tiền mà chú Hoàng phải trả là: $(90 - 10)\% \cdot 4500000 = 4050000$ (đồng)

2) Hôm nay khi ra mua máy giặt lúc tính tiền cửa hàng chỉ thu 3.807.000 đồng. Thấy lạ chú hỏi thì biết hôm nay là dịp kỷ niệm 10 năm thành lập cửa hàng nên được giảm thêm trên giá đã khuyến mãi. Vậy cửa hàng đã giảm thêm bao nhiêu phần trăm?

Giải:

Gọi $x\%$ là phần trăm mà cửa hàng giảm giá thêm ($x > 0$)

Theo đề bài, ta có phương trình: $(100 - x)\% \cdot 4050000 = 3807000 \Leftrightarrow x = 6$ (nhận)

Vậy cửa hàng giảm giá thêm 6%

Câu 4: (1,5 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 2mx + 2m - 5 = 0$

a) Chứng tỏ phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

Giải:

Ta có $\Delta' = (-m)^2 - 1 \cdot (2m - 5) = m^2 - 2m + 5 = (m^2 - 2m + 1) + 4 = (m - 1)^2 + 4 \geq 4 > 0, \forall m$ (vì $(m - 1)^2 \geq 0, \forall m$)

Do $\Delta' > 0, \forall m$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{5} + 4m$

Giải:

Theo câu a, với mọi m phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa hệ thức Vi-ét:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-2m}{1} = 2m \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2m - 5}{1} = 2m - 5 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta có:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{5} + 4m$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{x_1 + x_2}{5} + 4m$$

$$\Leftrightarrow \frac{2m}{2m - 5} = \frac{2m}{5} + 4m \text{ (do hệ thức Vi-ét)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{10m}{5(2m - 5)} = \frac{2m(2m - 5)}{5(2m - 5)} + \frac{4m \cdot 5(2m - 5)}{5(2m - 5)}$$

$$\Leftrightarrow 10m = 4m^2 - 10m + 40m - 100m \quad \left(m \neq \frac{5}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 80m = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m(m - 20) = 0$$

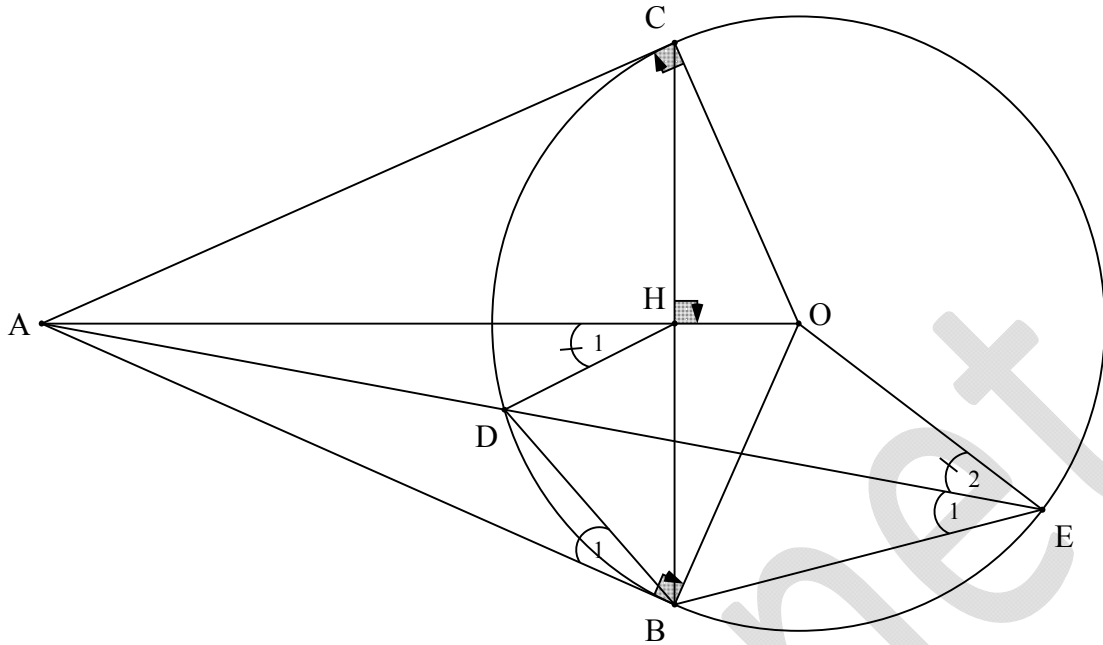
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m = 0 \\ m - 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 20 \end{cases} \text{ (thỏa)}$$

Vậy $m = 0$ hoặc $m = 20$ là các giá trị cần tìm

Câu 5: (3,5 điểm) Từ điểm A ở ngoài (O; R) kẻ 2 tiếp tuyến AB và AC đến (O) (B, C là các tiếp điểm) và cát tuyến ADE sao cho D và C nằm ở 2 nửa mặt phẳng đối nhau có bờ chứa tia OA. Gọi H là giao điểm của OA và BC

a) Chứng minh: $AB^2 = AD \cdot AE$. Từ đó suy ra tứ giác OHDE nội tiếp

Giải:



Xét $\triangle ABD$ và $\triangle AEB$ có:

\widehat{BAD} : chung

$\widehat{A}_1 = \widehat{E}_1$ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle AEB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AB} \Leftrightarrow AB^2 = AD \cdot AE \quad (1)$$

Ta có $AB = AC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$OB = OC$ ($= R$)

$\Rightarrow AO$ là đường trung trực của đoạn thẳng BC

$\Rightarrow AO \perp BC$

Ta có $\triangle ACO$ vuông tại C và có CH là đường cao

$$\Rightarrow AC^2 = AH \cdot AO \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AD \cdot AE = AH \cdot AO$ (3)

Xét $\triangle AHD$ và $\triangle AEO$ có:

\widehat{DAH} : chung

$$\frac{AD}{AO} = \frac{AH}{AE} \quad (\text{do (3)})$$

$\Rightarrow \triangle AHD \sim \triangle AEO$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{H}_1 = \widehat{E}_2$ (4) (2 góc tương ứng)

Xét tứ giác $OHDE$ có: $\widehat{H}_1 = \widehat{E}_2$ (do (4))

\Rightarrow Tứ giác $OHDE$ nội tiếp (góc trong bằng góc đối ngoài)

b) Tia AO cắt đường tròn (O) tại P và G (G nằm giữa A và P). Chứng minh rằng: $GA \cdot PH = GH \cdot PA$

Giải:

c) Vẽ đường kính BK và DM của (O). Tia AO cắt EK tại N . Chứng minh rằng: M, N, B thẳng hàng

d) MK cắt BC tại L . Gọi S là trung điểm của BL . Chứng minh rằng: $NS \parallel AB$