

## BÀI GIẢI

**Câu 1:** (2 điểm)

a) Giải các phương trình sau:

1)  $x^2 - (\sqrt{5} + \sqrt{3})x + \sqrt{15} = 0$  (1)

**Giải:**

Ta có  $\Delta = [-(\sqrt{5} + \sqrt{3})]^2 - 4.1.\sqrt{15} = 5 + 2\sqrt{15} + 3 - 4\sqrt{15} = 5 - 2\sqrt{15} + 3 = (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 > 0$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2} = |\sqrt{5} - \sqrt{3}| = \sqrt{5} - \sqrt{3}$  (vì  $\sqrt{5} - \sqrt{3} > 0$ )

Do  $\Delta > 0$  nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3}}{2.1} = \sqrt{5}; x_2 = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - (\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2.1} = \sqrt{3}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là:  $S = \{\sqrt{5}; \sqrt{3}\}$

2)  $x^4 - 3x^2 - 54 = 0$  (2)

**Giải:**

Đặt  $t = x^2$  ( $t \geq 0$ )

Phương trình (2) trở thành:  $t^2 - 3t - 54 = 0$  (\*)

Ta có  $\Delta = (-3)^2 - 4.1.(-54) = 9 + 216 = 225 > 0; \sqrt{\Delta} = \sqrt{225} = 15$

Do  $\Delta > 0$  nên phương trình (\*) có 2 nghiệm phân biệt:

$$t_1 = \frac{3+15}{2.1} = 9 \text{ (nhận)}; t_2 = \frac{3-15}{2.1} = -6 \text{ (loại)}$$

Với  $t_1 = 9 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$

Vậy tập nghiệm của phương trình (2) là:  $S = \{3; -3\}$

b) Ba năm trước tuổi cha bằng 7 lần tuổi con trừ bớt 1. Năm nay, tuổi cha bằng 4 lần tuổi con cộng thêm 5. Hỏi năm nay, mỗi người bao nhiêu tuổi?

**Giải:**

Gọi  $x, y$  (tuổi) lần lượt là tuổi cha, tuổi con năm nay ( $x > y > 0$ )

Theo đề bài, ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x - 3 = 7(y - 3) - 1 \\ x = 4y + 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 7y = -19 \\ -x + 4y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 7y = -19 \\ -3y = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 56 = -19 \\ y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 37 \\ y = 8 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Vậy năm nay cha 37 tuổi, con 8 tuổi

**Câu 2:** (1,5 điểm) Cho hàm số  $y = -2x^2$  (P)

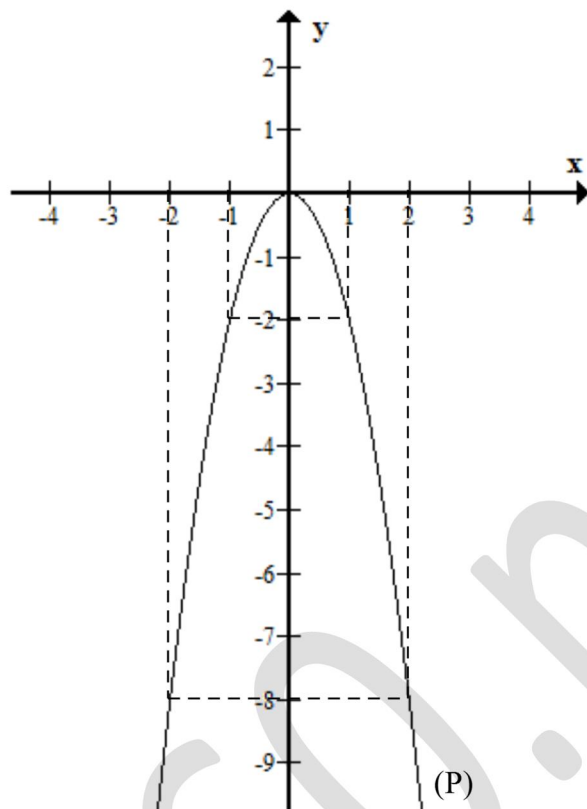
a) Vẽ đồ thị hàm số (P) lên mặt phẳng tọa độ Oxy

**Giải:**

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8

Đồ thị



b) Tìm các điểm thuộc (P) có tung độ là  $-4$

**Giải:**

Gọi  $M(x_0; y_0)$  là điểm thuộc (P)

Vì M có tung độ là  $-4$  nên  $y_0 = -4 \Rightarrow M(x_0; -4)$

Ta có  $M(x_0; -4) \in (P): y = -2x^2 \Rightarrow -2x_0^2 = -4 \Leftrightarrow x_0^2 = 2 \Leftrightarrow x_0 = \pm\sqrt{2}$

Vậy  $M_1(\sqrt{2}; -4), M_2(-\sqrt{2}; -4)$  là các điểm cần tìm

**Câu 3:** (1,5 điểm)

a) Thu gọn: 
$$\frac{2\sqrt{4 + \sqrt{5 - \sqrt{21 - \sqrt{80}}}}}{\sqrt{10} + \sqrt{2}}$$

**Giải:**

$$\begin{aligned} \frac{2\sqrt{4+\sqrt{5-\sqrt{21-\sqrt{80}}}}}{\sqrt{10+\sqrt{2}}} &= \frac{2\sqrt{4+\sqrt{5-\sqrt{21-4\sqrt{5}}}}}{\sqrt{10+\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{4+\sqrt{5-\sqrt{(2\sqrt{5}-1)^2}}}}{\sqrt{10+\sqrt{2}}} \\ &= \frac{2\sqrt{4+\sqrt{5-|2\sqrt{5}-1|}}}{\sqrt{10+\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{4+\sqrt{5-(2\sqrt{5}-1)}}}{\sqrt{10+\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{4+\sqrt{6-2\sqrt{5}}}}{\sqrt{10+\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{4+\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}}{\sqrt{10+\sqrt{2}}} \\ &= \frac{2\sqrt{4+|\sqrt{5}-1|}}{\sqrt{10+\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{4+\sqrt{5}-1}}{\sqrt{10+\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{10+\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{2}(\sqrt{5}+1)} = \frac{\sqrt{6+2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}}{\sqrt{5}+1} \\ &= \frac{|\sqrt{5}+1|}{\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = 1 \end{aligned}$$

- b) Tỷ lệ tăng dân số hằng năm của 1 nước là 1,5%. Năm 2008, dân số nước này là 212.942.000 người. Hỏi dân số nước này vào năm 2016 là bao nhiêu?

**Giải:**

Từ năm 2008 đến năm 2016 có 8 năm

Số dân nước này vào năm 2016 là:  $21294200(1+1,5\%)^8 = 239877484$  (người)

**Câu 4:** (1,5 điểm) Cho phương trình:  $x^2 + (m-2)x - m + 1 = 0$  (m là tham số)

- a) Chứng tỏ phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị m

**Giải:**

Ta có  $\Delta = (m-2)^2 - 4.1.(-m+1) = m^2 - 4m + 4 + 4m - 4 = m^2 \geq 0, \forall m$

Do  $\Delta \geq 0, \forall m$  nên phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị m

- b) Tìm m để 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn:  $x_1^2x_2 + x_2^2x_1 - 4x_1x_2 = -2$

**Giải:**

Theo câu a, với mọi m phương trình có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa hệ thức Vi-ét:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{m-2}{1} = 2-m \\ x_1x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-m+1}{1} = 1-m \end{cases}$$

Theo đề bài, ta có:  $x_1^2x_2 + x_2^2x_1 - 4x_1x_2 = -2$

$$\Leftrightarrow x_1x_2(x_1 + x_2 - 4) + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-m)(2-m-4) + 2 = 0 \text{ (do hệ thức Vi-ét)}$$

$$\Leftrightarrow (1-m)(-m-2) + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -m-2+m^2+2m+2=0$$

$$\Leftrightarrow m^2+m=0$$

$$\Leftrightarrow m(m+1)=0$$

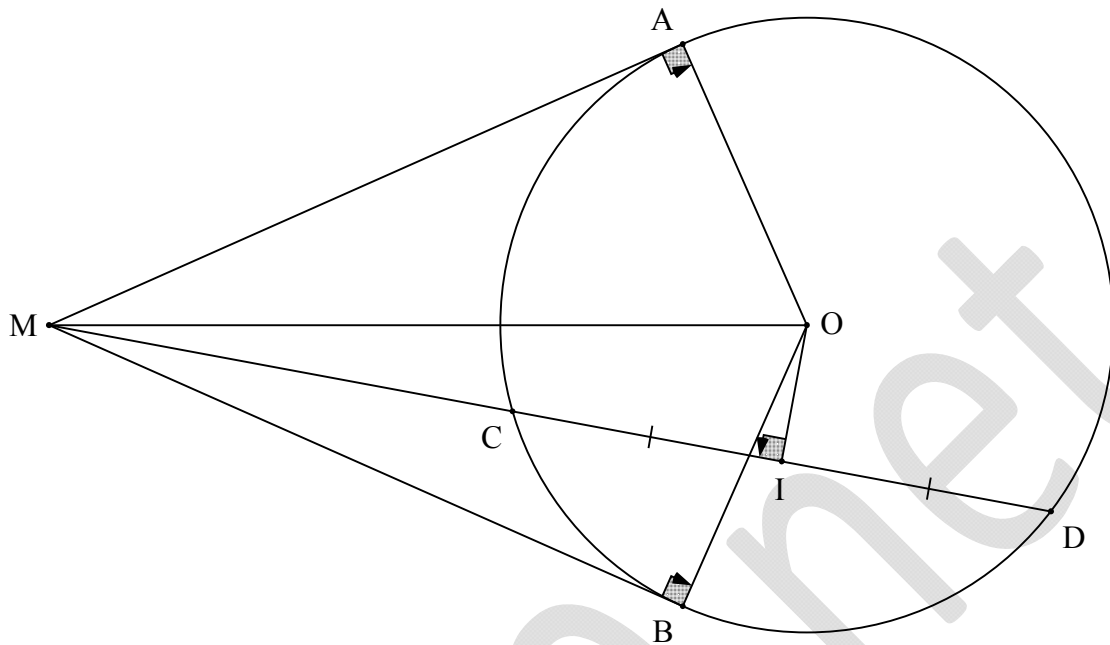
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=-1 \end{cases}$$

Vậy  $m=0; m=-1$  là các giá trị cần tìm

**Câu 5:** (3,5 điểm) Cho đường tròn tâm O và điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Vẽ Tiếp tuyến MA và MB và cát tuyến MCD đến đường tròn (O) (A và B là 2 tiếp điểm, C nằm giữa M và D), gọi I là trung điểm CD

- a) Chứng tỏ 5 điểm O, I, A, M, B cùng thuộc 1 đường tròn

**Giải:**



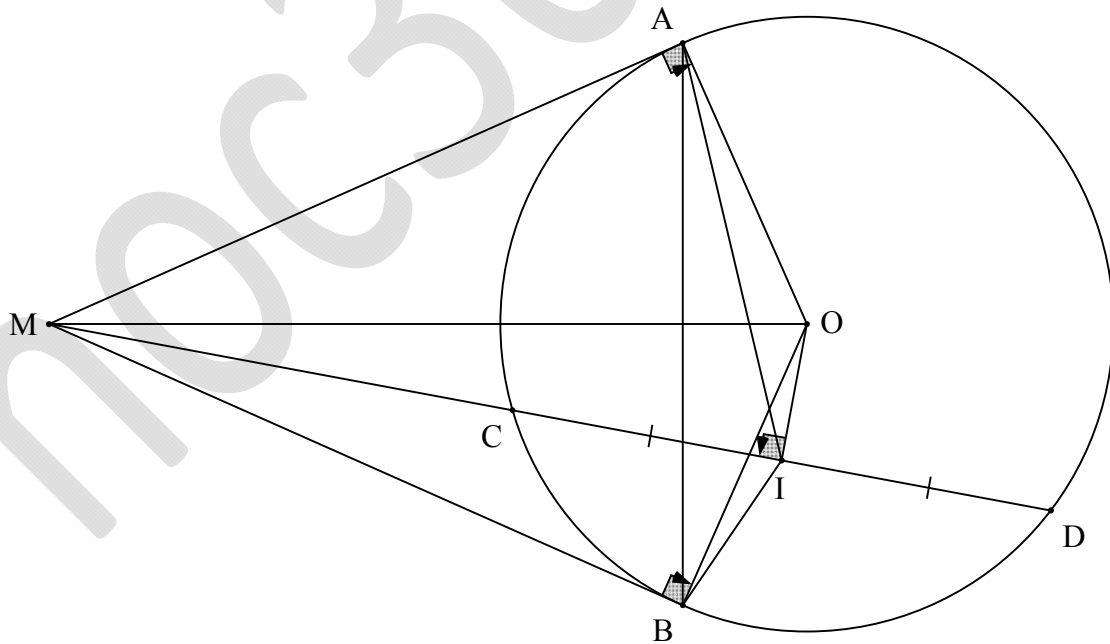
Ta có I là trung điểm của CD và dây CD không qua tâm O  
 $\Rightarrow OI \perp CD$  (liên hệ giữa đường kính và dây cung)

Ta có  $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = \widehat{MIO} = 90^\circ$  (tính chất tiếp tuyến;  $OI \perp CD$ )

$\Rightarrow$  5 điểm O, I, A, M, B cùng thuộc 1 đường tròn đường kính MO

b) Chứng minh IM là phân giác góc AIB

**Giải:**



Ta có  $\widehat{MIB} = \widehat{MOB}$  (cùng chắn cung MB của đường tròn đường kính MO)

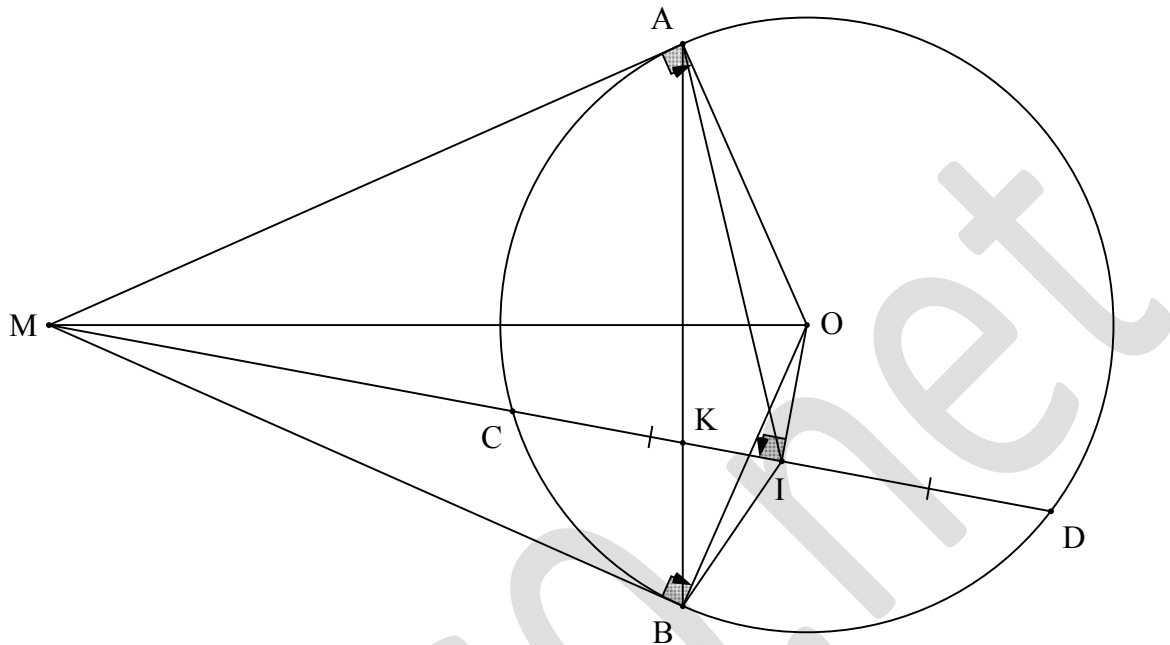
$= \widehat{MOA}$  (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$= \widehat{MIA}$  (1) (cùng chắn cung MA của đường tròn đường kính MO)

$\Rightarrow$  IM là phân giác góc AIB

c) Gọi K là giao điểm của AB và CD. Chứng minh:  $AM^2 = MK \cdot MI$

**Giải:**



Ta có  $\widehat{MAB} = \widehat{MIB}$  (cùng chắn cung MB của đường tròn đường kính MO)

$= \widehat{MIA}$  (2) (do (1))

Xét  $\triangle MAK$  và  $\triangle MIA$  có:

$\widehat{AMK}$ : chung

$\widehat{MAB} = \widehat{MIA}$  (do (2))

$\Rightarrow \triangle MAK \sim \triangle MIA$  (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MA}{MI} = \frac{MK}{MA} \Leftrightarrow MA^2 = MK \cdot MI$$

d) Kẻ AI cắt đường tròn (O) tại N. Chứng minh: DM song song NB

**Giải:**

