

BÀI GIẢI

Câu 1:

a) Giải phương trình: $(x - 2)^2 = 4(x - 1)$ (1)

Giải:

$$(1) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 4x - 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 - 4x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 8 = 0$$

$$\text{Ta có } \Delta' = (-4)^2 - 1 \cdot 8 = 16 - 8 = 8 > 0; \sqrt{\Delta'} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Do $\Delta' > 0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{1} = 4 + 2\sqrt{2}; x_2 = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{1} = 4 - 2\sqrt{2}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là: $S = \{4 + 2\sqrt{2}; 4 - 2\sqrt{2}\}$

b) Lớp 9A có 50 học sinh, số học sinh nam bằng $\frac{2}{3}$ số học sinh nữ. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh nam và bao nhiêu học sinh nữ?

Giải:

Gọi x, y lần lượt là số học sinh nam và nữ của lớp 9A ($x > 0; y > 0$)

Theo đề bài, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 50 \\ x = \frac{2}{3}y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 50 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 100 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 100 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ 60 - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Vậy lớp 9A có 20 học sinh nam và 30 học sinh nữ

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ có đồ thị (P)

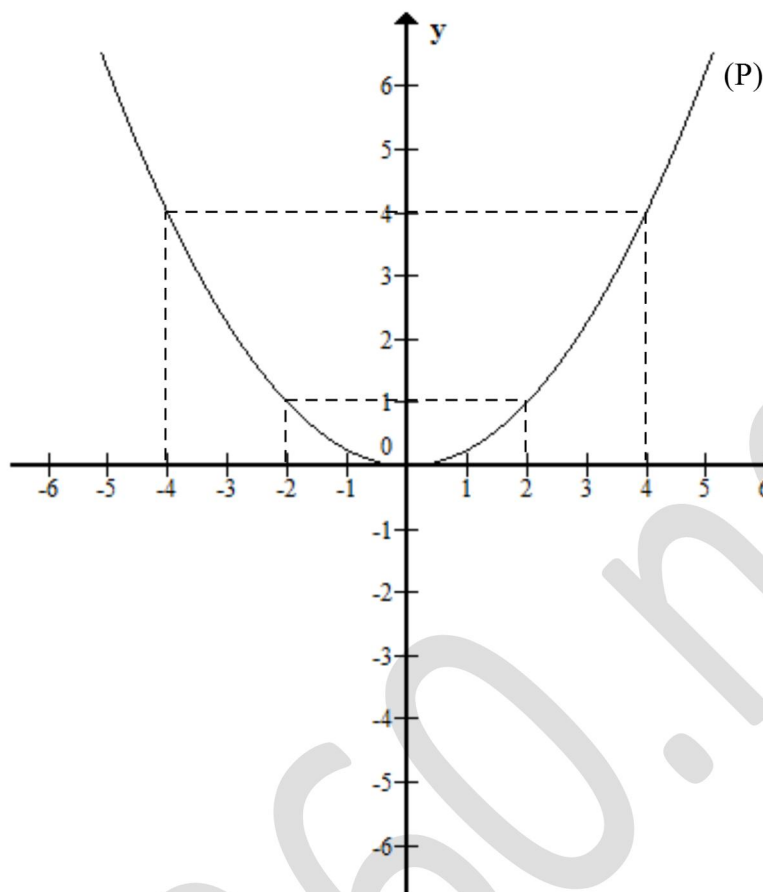
a) Vẽ (P)

Giải:

Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{x^2}{4}$	4	1	0	1	4

Đồ thị



- b) Gọi A và B là 2 điểm trên (P) có hoành độ lần lượt là -2 và 4 . Viết phương trình đường thẳng (AB)

Giải:

Gọi $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$

Theo đề bài, ta có: $x_A = -2; x_B = 4 \Rightarrow A(-2; y_A), B(4; y_B)$

Vì A, B thuộc (P) nên $y_A = \frac{1}{4} \cdot (-2)^2 = 1; y_B = \frac{1}{4} \cdot 4^2 = 4 \Rightarrow A(-2; 1), B(4; 4)$

Gọi phương trình đường thẳng (AB) có dạng: $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

Vì A, B thuộc (AB) nên ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} -2a + b = 1 \\ 4a + b = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = -1 \\ 4a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a = 3 \\ 4a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ 2 + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Vậy phương trình đường thẳng (AB) là: $y = \frac{1}{2}x + 2$

Câu 3:

a) Rút gọn: $A = \frac{1}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}$

Giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= \frac{1}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}} = \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}} = \frac{1}{|\sqrt{3}-1|} + \frac{1}{|\sqrt{3}+1|} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{2\sqrt{3}}{3-1} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

- b) Tại cửa hàng kim khí điện máy. Người ta giảm giá bán 1 chiếc tivi 10%, sau đó 1 tuần người ta lại giảm thêm 10% nữa nên giá chiếc tivi chỉ còn 8.100.000 đồng, Hỏi giá bán chiếc tivi ban đầu là bao nhiêu?

Giải:

Gọi x (đồng) là giá bán chiếc tivi ban đầu ($x > 0$)

Giá tiền của chiếc tivi giảm giá 10% lần thứ nhất là: $(100-10)\%x = \frac{9}{10}x$ (đồng)

Giá tiền của chiếc tìve giảm giá 10% lần thứ hai là: $(100-10)\% \cdot \frac{9}{10}x = \frac{81}{100}x$ (đồng)

Theo đề bài, ta có phương trình: $\frac{81}{100}x = 8100000 \Leftrightarrow x = 10000000$ (nhận)

Vậy chiếc tivi giá bán ban đầu là: 10.000.000 (đồng)

Câu 4: Cho phương trình: $x^2 - (2m-1)x + m-3 = 0$ (x là ẩn)

- a) Chứng minh phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

Giải:

Ta có $\Delta = [-(2m-1)]^2 - 4.1.(m-3) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m + 12 = 4m^2 - 8m + 13 = (4m^2 - 8m + 4) + 7$
 $= (2m-2)^2 + 7 \geq 7 > 0, \forall m$ (vì $(2m-2)^2 \geq 0, \forall m$)

Do $\Delta > 0, \forall m$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

- b) Tìm m để $A = x_1(x_1 - x_2) + x_2(x_2 - 2x_1)$ đạt giá trị nhỏ nhất

Giải:

Theo câu a, với mọi m phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa hệ thức Vi-ét:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-(2m-1)}{1} = 2m-1 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m-3}{1} = m-3 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta có: $A = x_1(x_1 - x_2) + x_2(x_2 - 2x_1)$

$$= x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2 - 2x_1 x_2$$

$$= (x_1 + x_2)^2 - 5x_1 x_2$$

$$= (2m-1)^2 - 5(m-3) \text{ (do hệ thức Vi-ét)}$$

$$= 4m^2 - 4m + 1 - 5m + 15$$

$$= 4m^2 - 9m + 16$$

$$= (2m)^2 - 2 \cdot (2m) \cdot \frac{9}{4} + \left(\frac{9}{4}\right)^2 - \left(\frac{9}{4}\right)^2 + 16$$

$$= \left(2m - \frac{9}{4}\right)^2 + \frac{175}{16} \geq \frac{175}{16}, \forall m \text{ (vì } \left(2m - \frac{9}{4}\right)^2 \geq 0, \forall m)$$

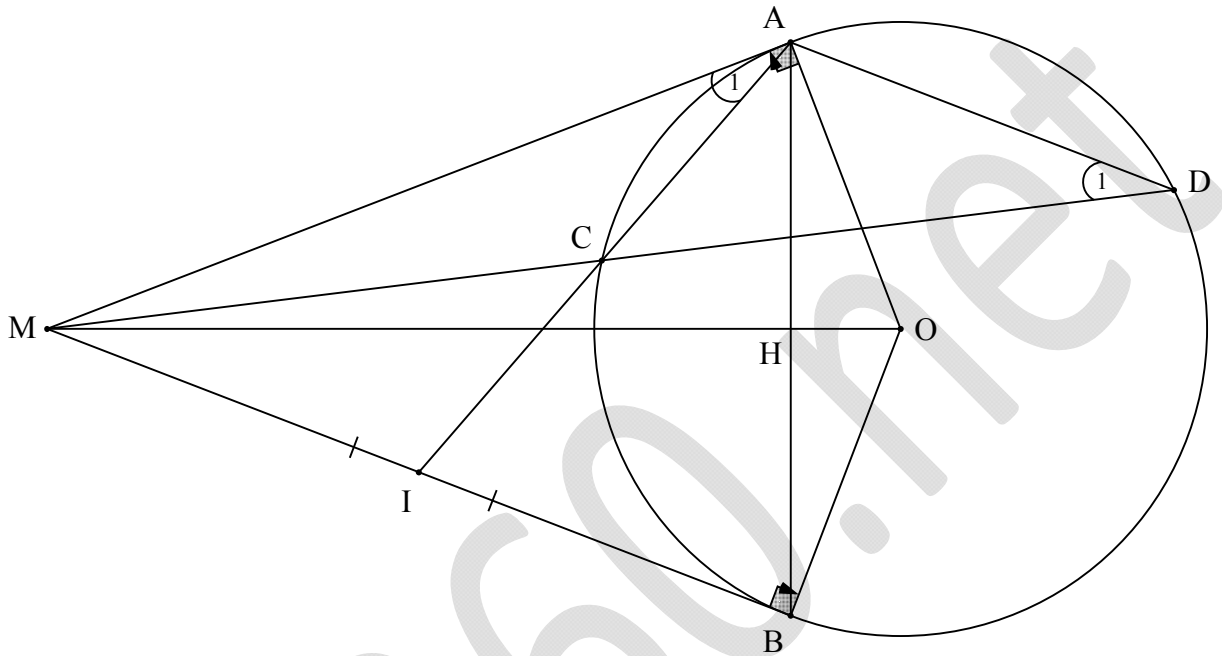
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $2m - \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow 2m = \frac{9}{4} \Leftrightarrow m = \frac{9}{8}$

Vậy $m = \frac{9}{8}$ thì biểu thức A đạt giá trị nhỏ nhất là $\text{Min}A = \frac{175}{16}$

Câu 5: Từ 1 điểm M nằm ngoài (O) vẽ 2 tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là 2 tiếp điểm). Gọi I là trung điểm của MB. AI cắt (O) tại C, MC cắt (O) tại D ($D \neq C$). Gọi H là giao điểm AB và OM

a) Chứng minh: $MA \cdot MB = MC \cdot MD$

Giải:



Xét ΔMAC và ΔMDA có:

$\hat{M}C$: chung

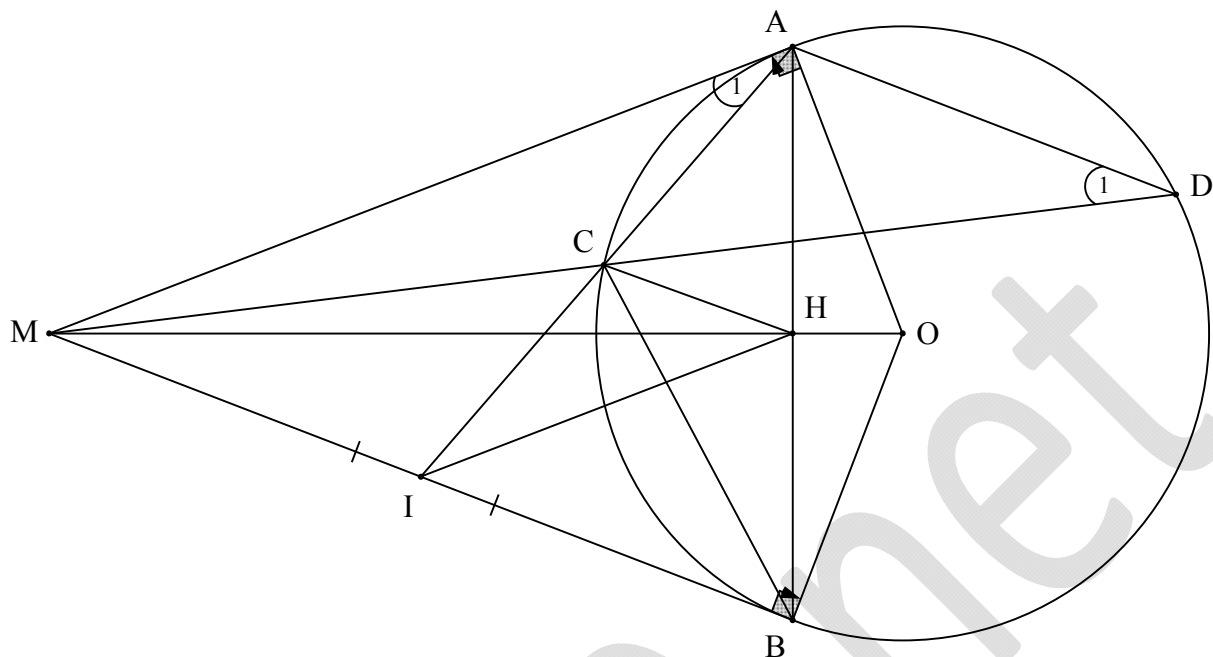
$\hat{A}_1 = \hat{D}_1$ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

$\Rightarrow \Delta MAC \sim \Delta MDA$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Leftrightarrow MA \cdot MA = MC \cdot MD \Leftrightarrow MA \cdot MB = MC \cdot MD$ (vì $MA = MB$: tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

b) Chứng minh: tứ giác BHCI nội tiếp

Giải:



Ta có $MA = MB$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$OA = OB$ (bằng bán kính đường tròn (O))

$\Rightarrow MO$ là đường trung trực của đoạn thẳng AB

$\Rightarrow MO \perp AB$ tại H là trung điểm của AB

Xét $\triangle MAB$ có: I là trung điểm của MB và H là trung điểm của AB

$\Rightarrow IH$ là đường trung bình của $\triangle MAB$

$\Rightarrow IH \parallel MA$

$\Rightarrow \widehat{MAB} = \widehat{IHB}$ (1) (2 góc ở vị trí đồng vị)

Xét $\triangle IBC$ và $\triangle IAB$ có:

\widehat{BIC} : chung

$\widehat{IBC} = \widehat{IAB}$ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

$\Rightarrow \triangle IBC \sim \triangle IAB$ (g.g)

$\Rightarrow \widehat{ICB} = \widehat{IBA}$ (2 góc tương ứng)

$= \widehat{MBA}$

$= \widehat{MAB}$ (2) (vì $MA = MB$: tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau nên $\triangle MAB$ cân tại M)

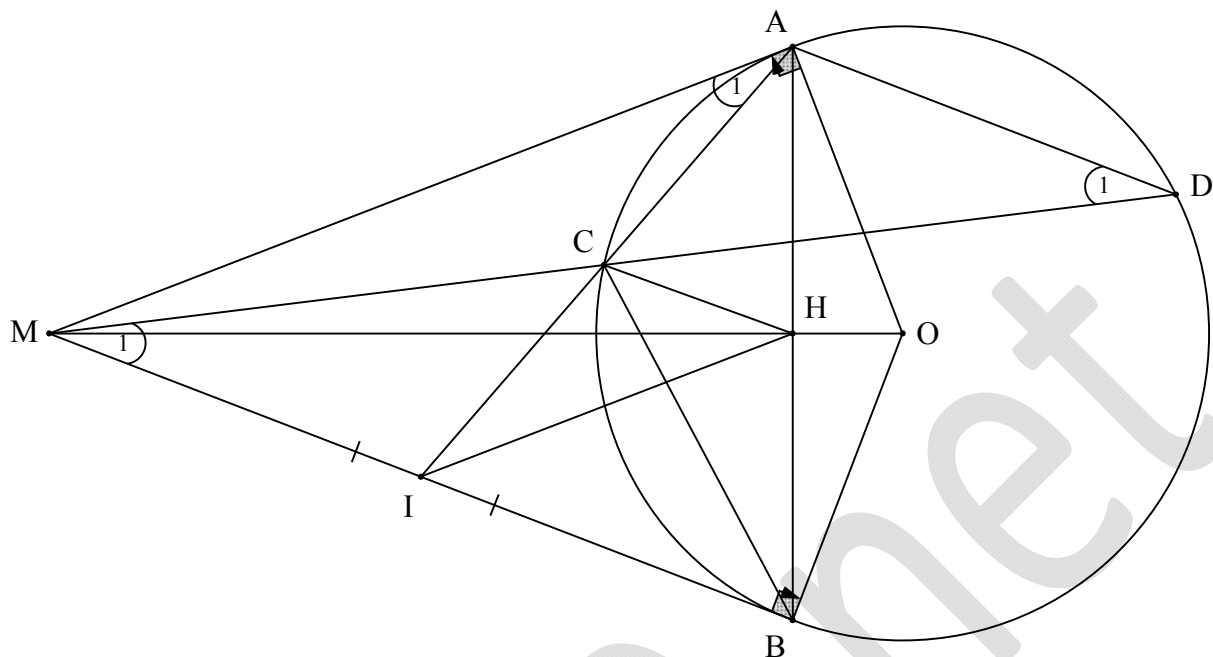
Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{IHB} = \widehat{ICB}$ (3)

Xét tứ giác $BHCI$ có: $\widehat{IHB} = \widehat{ICB}$ (do (3))

\Rightarrow Tứ giác $BHCI$ nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh H, C liên tiếp cùng nhìn cạnh IB dưới 1 góc bằng nhau)

c) Chứng minh: AD song song MB

Giải:



Ta có $\triangle IBC \sim \triangle IAB$ (do trên)

$$\Rightarrow \frac{IB}{IA} = \frac{IC}{IB} \Leftrightarrow IB^2 = IA \cdot IC \Leftrightarrow IM^2 = IA \cdot IC \quad (4) \text{ (vì I là trung điểm của MB nên } IB = IM)$$

Xét $\triangle IMC$ và $\triangle IAM$ có:

\widehat{MIC} : chung

$$\frac{IM}{IA} = \frac{IC}{IM} \text{ (do (4))}$$

$\Rightarrow \triangle IMC \sim \triangle IAM$ (c.g.c)

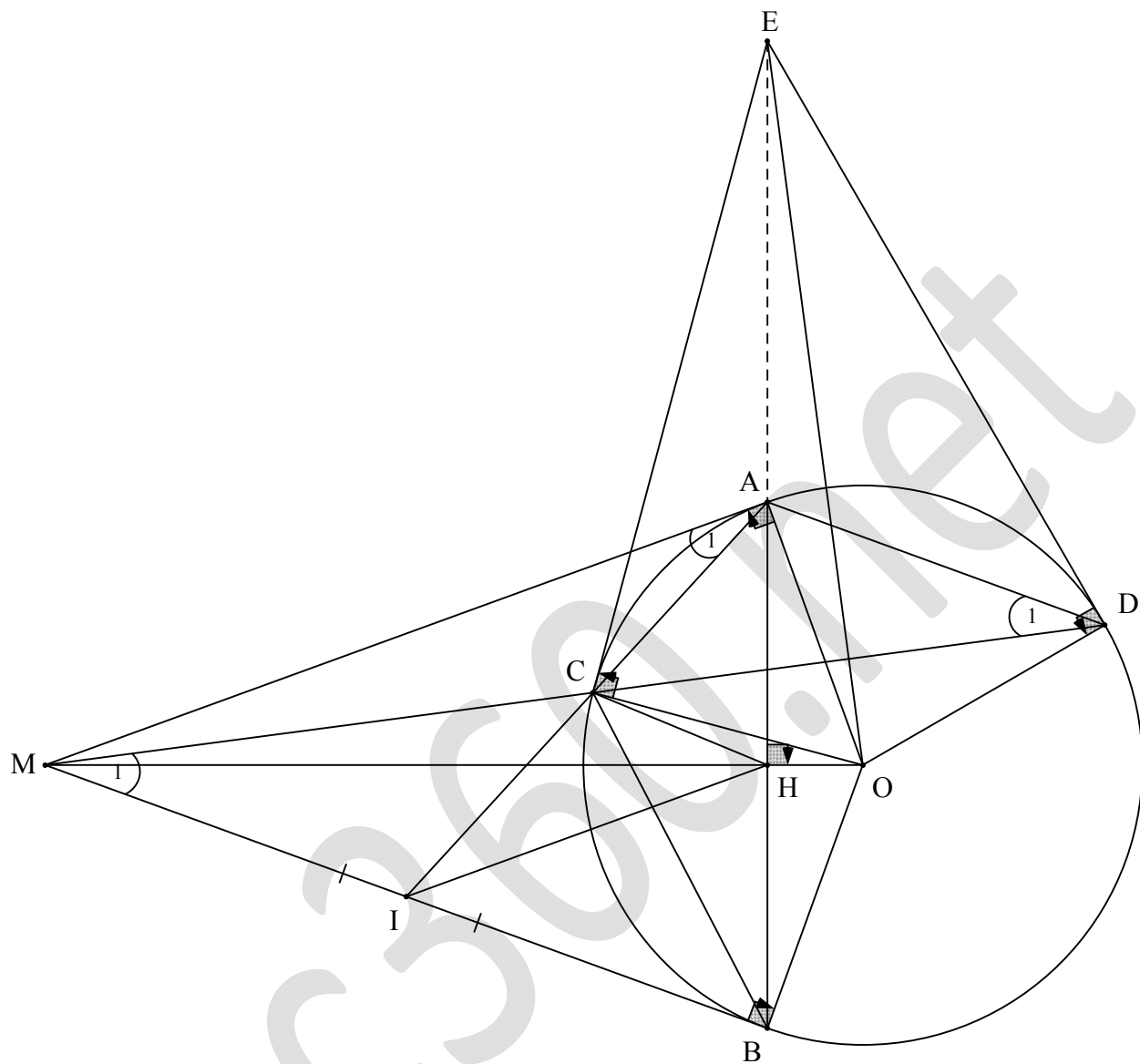
$\Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{A}_1$ (2 góc tương ứng)

$= \widehat{D}_1$ (do trên)

$\Rightarrow AD \parallel MB$ (2 góc bằng nhau và ở vị trí so le trong: dấu hiệu nhận biết 2 đường thẳng song song)

d) Tiếp tuyến tại C và tại D của (O) cắt nhau tại E. Chứng minh E, A, B thẳng hàng

Giải:



Ta có $\triangle MAC \sim \triangle MDA$ (cmt)

$$\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Leftrightarrow MA^2 = MC \cdot MD \quad (5)$$

Ta có $\triangle MAO$ vuông tại A và có AH là đường cao

$$\Rightarrow MA^2 = MH \cdot MO \quad (6) \text{ (hệ thức lượng)}$$

$$\text{Từ (5) và (6)} \Rightarrow MC \cdot MD = MH \cdot MO \quad (7)$$

Xét $\triangle MHC$ và $\triangle MDO$ có:

\widehat{MHC} : chung

$$\frac{MC}{MO} = \frac{MH}{MD} \quad (\text{do (7)})$$

$$\Rightarrow \triangle MHC \sim \triangle MDO \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{MHC} = \widehat{MDO} \text{ (2 góc tương ứng)}$$

$$= \widehat{CDO} \quad (8)$$

Xét tứ giác OHCD có: $\widehat{MHC} = \widehat{CDO}$ (do (8))

\Rightarrow Tứ giác OHCD nội tiếp (*) (góc trong bằng góc đối ngoài)

Xét tứ giác ECOD có:

$$\widehat{ECO} + \widehat{EDO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \text{ (tính chất tiếp tuyến)}$$

⇒ Tứ giác ECOD nội tiếp (**) (tổng 2 góc đối bằng 180°)

Từ (*) và (**) ⇒ 5 điểm O, H, C, E, D cùng thuộc đường tròn (OCD)

⇒ $\widehat{EHO} = \widehat{ECO} = 90^\circ$ (cùng chắn cung EO)

⇒ $EH \perp MO$ tại H

Mà $AB \perp MO$ tại H

⇒ 3 điểm E, A, B thẳng hàng