

### BÀI GIẢI

**Câu 1:** (2 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $8x^2 - 5x + 3 = 4 - 3x$  (1)

**Giải:**

$$(1) \Leftrightarrow 8x^2 - 5x + 3 - 4 + 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow 8x^2 - 2x - 1 = 0$$

Ta có  $\Delta' = (-1)^2 - 8 \cdot (-1) = 1 + 8 = 9 > 0$ ;  $\sqrt{\Delta'} = \sqrt{9} = 3$

Do  $\Delta' > 0$  nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{1+3}{8} = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{1-3}{8} = -\frac{1}{4}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là:  $S = \left\{ \frac{1}{2}; -\frac{1}{4} \right\}$

b)  $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$  (2)

**Giải:**

Đặt  $t = x^2$  ( $t \geq 0$ )

Phương trình (2) trở thành:  $t^2 - 2t - 3 = 0$  (\*)

Ta có  $a - b + c = 1 - (-2) + (-3) = 0$  nên phương trình (2) có 2 nghiệm:

$$t_1 = -1 \text{ (loại); } t_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{-3}{1} = 3 \text{ (nhận)}$$

Với  $t_2 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$

Vậy tập nghiệm của phương trình (2) là:  $S = \{\sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$

c)  $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$  (3)

**Giải:**

Ta có  $\Delta' = (-\sqrt{6})^2 - 3 \cdot 2 = 6 - 6 = 0$

Do  $\Delta' = 0$  nên phương trình (3) có nghiệm kép:  $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2\sqrt{6}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

Vậy tập nghiệm của phương trình (3) là:  $S = \left\{ \frac{\sqrt{6}}{3} \right\}$

d) Hai người góp vốn kinh doanh theo tỉ lệ 3:5. Sau một năm số tiền lợi nhuận thu được là 40.000.000đ. Hỏi mỗi người thu được bao nhiêu lợi nhuận

**Giải:**

Lợi nhuận của người thứ nhất là:  $\frac{3 \cdot 40000000}{3+5} = 15000000$  (đồng)

Lợi nhuận của người thứ hai là:  $\frac{5 \cdot 40000000}{3+5} = 25000000$  (đồng)

**Câu 2:** (1,5 điểm) Cho hàm số  $y = ax^2$  (P)

a) Xác định hệ số a biết (P) cắt đường thẳng (D):  $y = -2x + 3$  tại điểm A có hoành độ là 1

**Giải:**

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D) có dạng:  $ax^2 = -2x + 3$  (\*)

Do (P) cắt (D) tại điểm có hoành độ là 1 nên  $x = 1$  là nghiệm của phương trình (\*)

$$\Rightarrow a \cdot 1^2 = -2 \cdot 1 + 3 \Leftrightarrow a = 1$$

Vậy  $a = 1$

b) Vẽ (P) và (D) trên cùng hệ trục tọa độ với a vừa tìm được

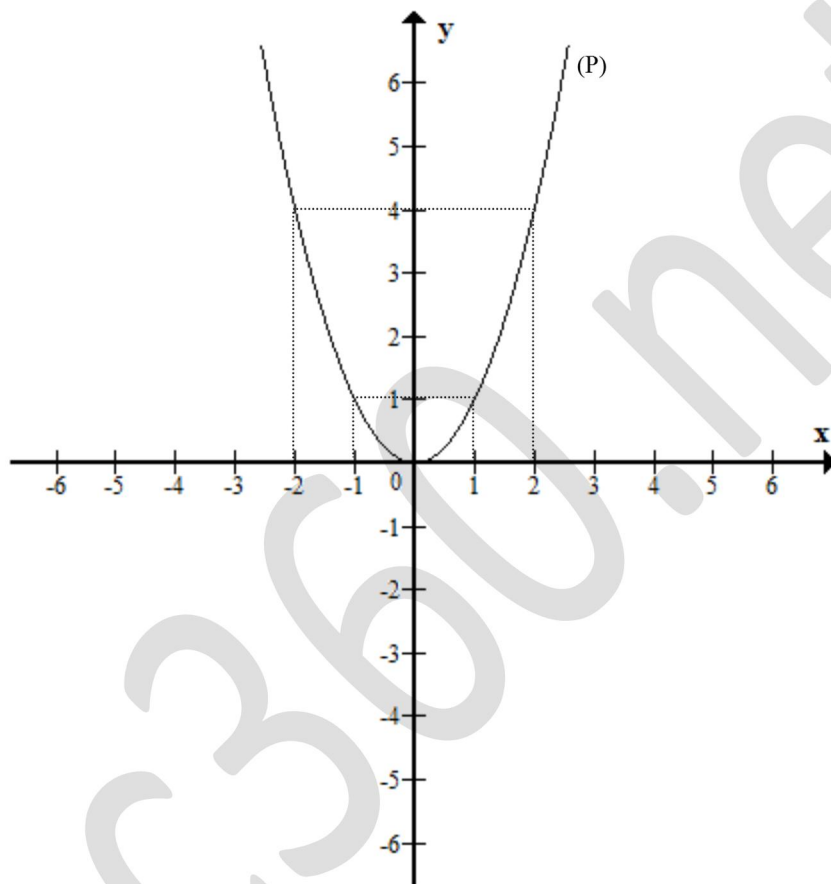
**Giải:**

Với  $a = 1$  ta có  $y = x^2$  (P)

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Vẽ đồ thị



c) Xác định tọa độ giao điểm thứ hai của (P) và (D)

**Giải:**

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D) có dạng:  $x^2 = -2x + 3$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 (**)$$

Ta có  $a + b + c = 1 + 2 + (-3) = 0$  nên phương trình (\*\*) có 2 nghiệm:

$$x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{1} = -3$$

Ta có  $x_2 = -3 \Rightarrow y_2 = (-3)^2 = 9$

Vậy tọa độ giao điểm thứ hai là:  $(-3; 9)$

**Câu 3:** (1 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \left( \frac{\sqrt{10} + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{21} - \sqrt{7}}{1 - \sqrt{3}} \right) : \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{7}}$

**Giải:**

$$= \left[ \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}+1)}{1+\sqrt{2}} + \frac{-\sqrt{7}(1-\sqrt{3})}{1-\sqrt{3}} \right] \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{2} = (\sqrt{5}-\sqrt{7}) \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{2} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{7})(\sqrt{5}+\sqrt{7})}{2} = \frac{5-7}{2} = -1$$

b)  $B = \left( \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{1-\sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{1+\sqrt{xy}} \right) : \frac{x+xy}{1-xy} \quad (x, y > 0; xy \neq 1)$

**Giải:**

$$\begin{aligned} &= \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(1+\sqrt{xy}) + (\sqrt{x}-\sqrt{y})(1-\sqrt{xy})}{(1-\sqrt{xy})(1+\sqrt{xy})} \cdot \frac{1-xy}{x+xy} \\ &= \frac{\sqrt{x} + x\sqrt{y} + \sqrt{y} + y\sqrt{x} + \sqrt{x} - x\sqrt{y} - \sqrt{y} + y\sqrt{x}}{1-xy} \cdot \frac{1-xy}{x(1+y)} \\ &= \frac{2\sqrt{x} + 2y\sqrt{x}}{1-xy} \cdot \frac{1-xy}{x(1+y)} = \frac{2\sqrt{x}(1+y)}{1-xy} \cdot \frac{1-xy}{x(1+y)} = \frac{2}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

**Câu 4:** (1 điểm) Cho phương trình ẩn x:  $x^2 - 2mx + 2m - 2 = 0$

a) Chứng minh phương trình trên luôn có hai nghiệm phân biệt

**Giải:**

Ta có  $\Delta' = (-m)^2 - 1(2m-2) = m^2 - 2m + 2 = (m^2 - 2m + 1) + 1 = (m-1)^2 + 1 \geq 1 > 0, \forall m$  (vì  $(m-1)^2 \geq 0, \forall m$ )  
Do  $\Delta' > 0, \forall m$  nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

b) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình trên. Hãy rút gọn biểu thức:  $F = \frac{(x_1^2 - 2x_1 + 2)(x_2^2 - 2x_2 + 2)}{x_1^2 + x_2^2}$

**Giải:**

Theo câu a, với mọi m phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa hệ thức Vi-ét:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-2m}{1} = 2m \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2m-2}{1} = 2m-2 \end{cases}$$

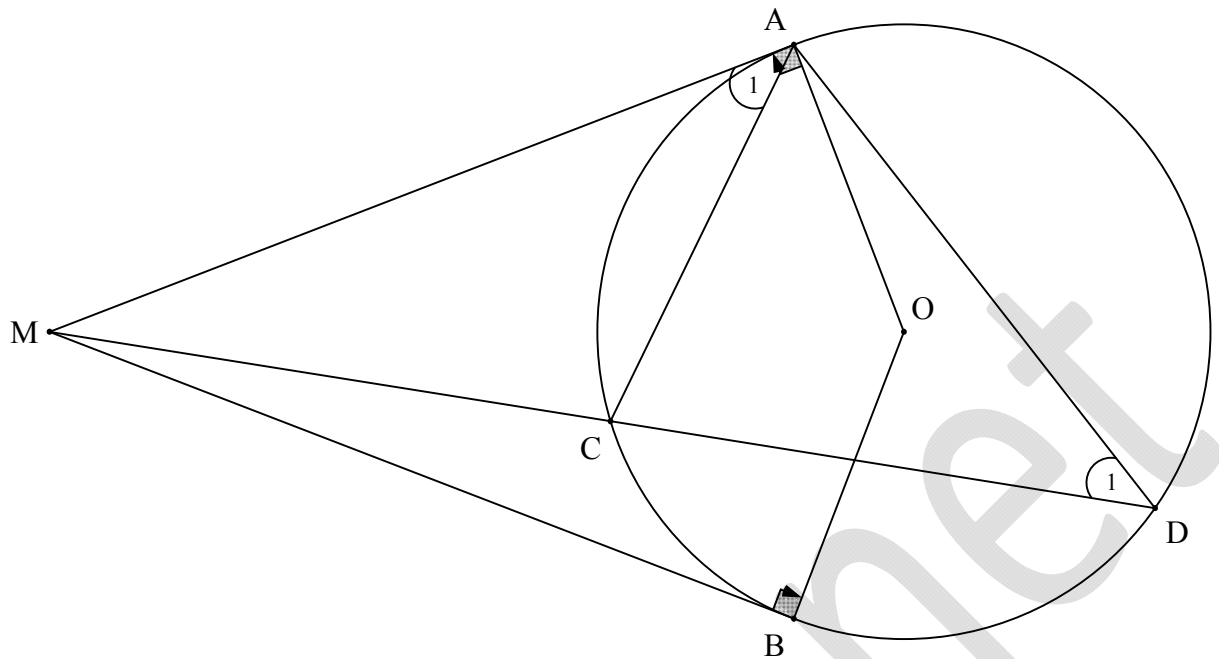
$$\begin{aligned} \text{Ta có } F &= \frac{(x_1^2 - 2x_1 + 2)(x_2^2 - 2x_2 + 2)}{x_1^2 + x_2^2} = \frac{x_1^2 x_2^2 - 2x_1 x_2 (x_1 + x_2) + 4x_1 x_2 - 4(x_1 + x_2) + 4}{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2} + 2 \\ &= \frac{(2m-2)^2 - 2(2m-2)m + 4(2m-2) - 4m + 4}{m^2 - 4m + 4} + 2 = 2 \quad (\text{do hệ thức Vi-ét}) \end{aligned}$$

Vậy  $P = 2$

**Câu 5:** (3,5 điểm) Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) vẽ cát tuyến MCD không đi qua O và hai tiếp tuyến MA, MB đến (O) (A, B là các tiếp điểm và C nằm giữa M, D)

a) Chứng minh:  $MA^2 = MC \cdot MD$

**Giải:**



Xét  $\triangle MAC$  và  $\triangle MDA$  có:

$\hat{A}MC$ : chung

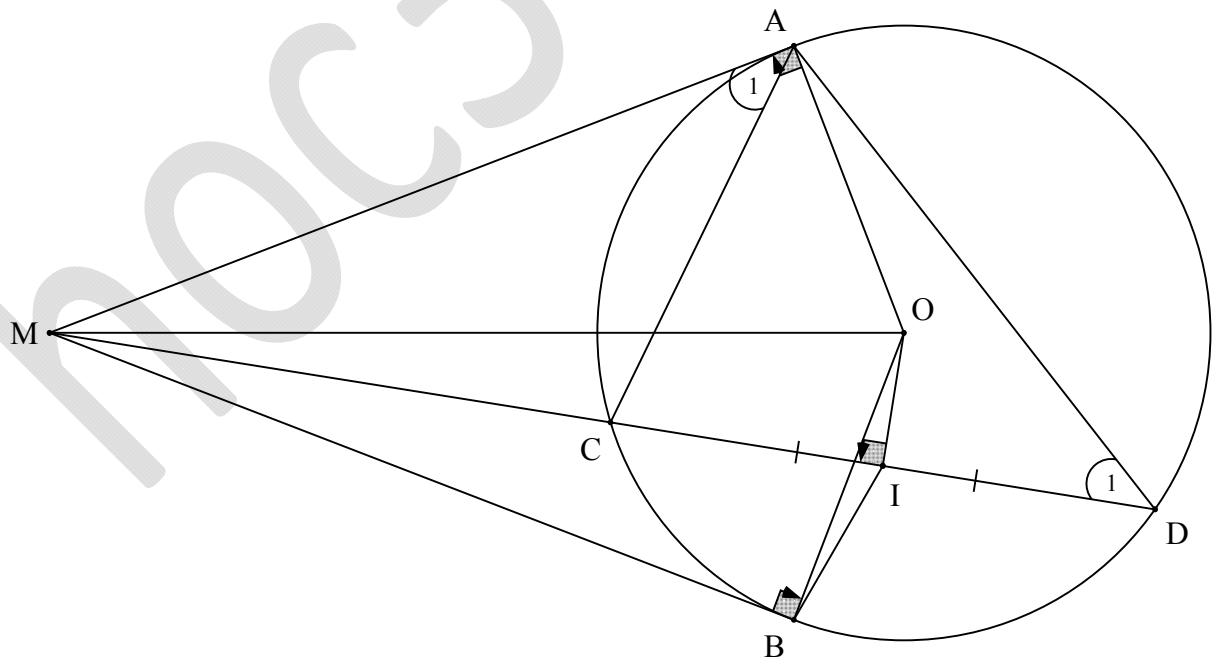
$\hat{A}_1 = \hat{D}_1$  (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

$\Rightarrow \triangle MAC \sim \triangle MDA$  (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Leftrightarrow MA^2 = MC \cdot MD \quad (1)$$

b) Gọi I là trung điểm của CD. Chứng minh: 5 điểm M, A, O, I, B cùng nằm trên một đường tròn

**Giải:**



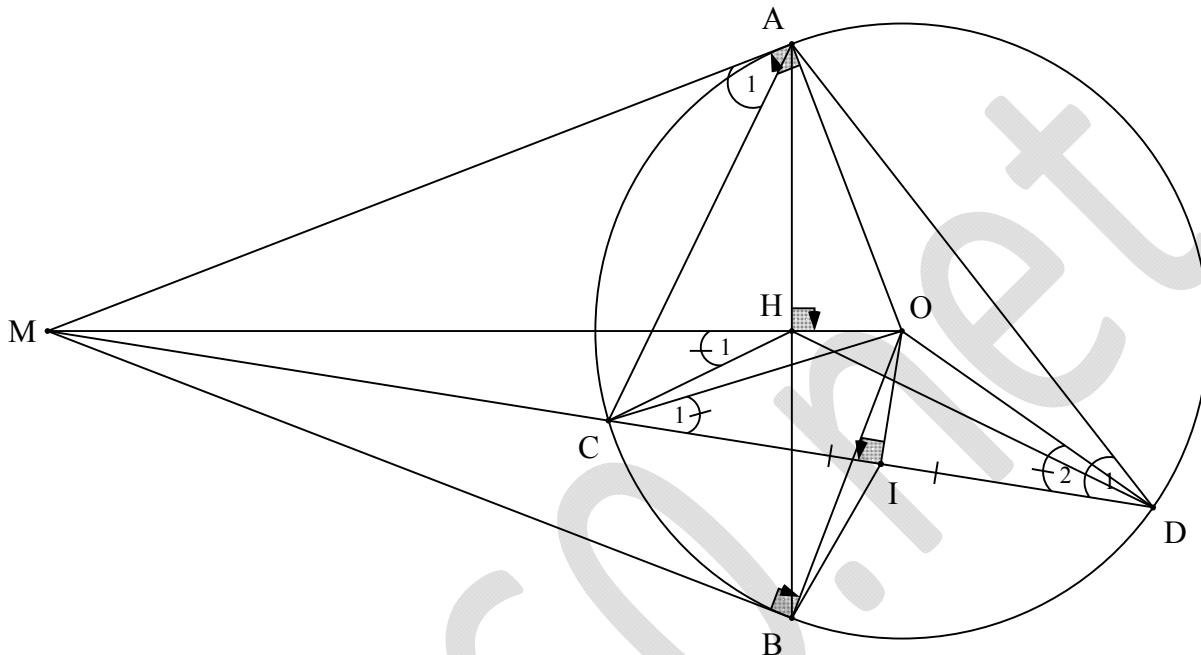
Ta có I là trung điểm của CD và dây CD không qua tâm O  
 $\Rightarrow OI \perp CD$  (liên hệ giữa đường kính và dây cung)

Ta có  $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = \widehat{MIO} = 90^\circ$  (tính chất tiếp tuyến và  $OI \perp CD$ )

$\Rightarrow$  5 điểm M, A, O, I, B cùng thuộc đường tròn đường kính MO

- c) Gọi H là giao điểm của AB và MO. Chứng minh: tứ giác CHOD nội tiếp được đường tròn. Suy ra AB là phân giác của góc CHD

**Giải:**



Ta có  $MA = MB$  (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$$OA = OB = R$$

$\Rightarrow$  MO là đường trung trực của AB

$\Rightarrow$   $MO \perp AB$  tại H

Ta có  $\triangle MAO$  vuông tại A và có AH là đường cao

$\Rightarrow MA^2 = MH \cdot MO$  (2) (hệ thức lượng)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow MC \cdot MD = MH \cdot MO$  (3)

Xét  $\triangle MHC$  và  $\triangle MDO$  có:

$\widehat{HMC}$ : chung

$$\frac{MC}{MO} = \frac{MH}{MD} \text{ (do (3))}$$

$\Rightarrow \triangle MHC \sim \triangle MDO$  (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{H}_1 = \widehat{D}_2$  (4) (2 góc tương ứng)

Xét tứ giác CHOD có:  $\widehat{H}_1 = \widehat{D}_2$  (do (4))

$\Rightarrow$  Tứ giác CHOD nội tiếp (góc trong bằng góc đối ngoài)

Ta có  $\widehat{CHB} = 90^\circ - \widehat{H}_1$  (2 góc phụ nhau)

$$= 90^\circ - \widehat{D}_2 \text{ (do (4))}$$

$$= \frac{180^\circ - 2\widehat{D}_2}{2} = \frac{180^\circ - (\widehat{D}_2 + \widehat{C}_1)}{2} \text{ (vì } OC = OD = R \text{ nên } \triangle OCD \text{ cân tại } O \Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{D}_2)$$

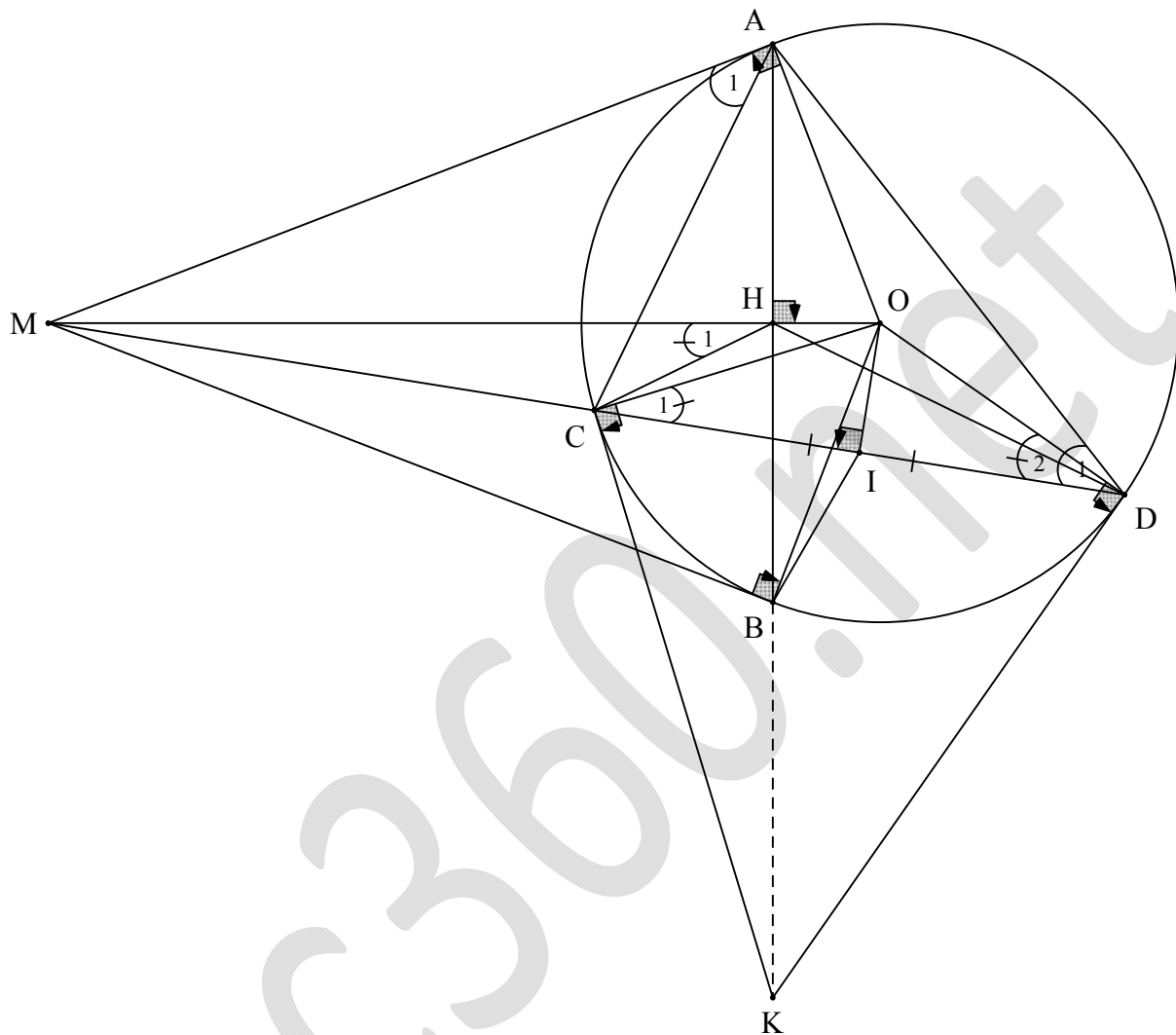
$$= \frac{\widehat{COD}}{2} \text{ (tổng 3 góc trong } \triangle OCD)$$

$\Rightarrow$  HB là phân giác của góc CHD

Hay AB là phân giác của góc CHD

d) Gọi K là giao điểm của các tiếp tuyến tại C và D của đường tròn (O). Chứng minh A, B, K thẳng hàng

**Giải:**



Xét tứ giác KCOD có:

$$\widehat{KCO} + \widehat{KDO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \text{ (tính chất tiếp tuyến)}$$

$\Rightarrow$  Tứ giác KCOD nội tiếp (5) (tổng 2 góc đối bằng  $180^\circ$ )

Mà tứ giác CHOD nội tiếp (6) (cmt)

Từ (5) và (6)  $\Rightarrow$  5 điểm K, C, H, O, D cùng thuộc đường tròn (COD)

$\Rightarrow \widehat{KHO} = \widehat{KCO} = 90^\circ$  (cùng chắn cung KO của đường tròn (COD))

$\Rightarrow KH \perp MO$

Mà  $AB \perp MO$  (cmt)

Suy ra: 3 điểm A, B, K thẳng hàng (tiên đề Ơclit)

**Câu 6:** (1 điểm) Gia đình ông A sử dụng điện theo bảng giá điện tính theo tháng như sau:

Mức tiêu thụ (Kwh)	Giá điện (đồng /Kwh)
0 - 50	1484
51 - 100	1533
101 - 200	1786
201 - 300	2242

301 - 400	2503
410 trở lên	2587

- a) Tháng 5, ông A mở rộng việc kinh doanh nên lượng điện tiêu thụ tăng lên 350 Kwh . Tính chi phí tiền điện mà ông A phải trả?

**Giải:**

Số tiền mà ông A phải trả cho 350 Kwh là:

$$50.1484 + 50.1533 + 100.1786 + 100.2242 + 50.2503 = 678800 \text{ (đồng)}$$

- b) Tháng 6, ông A nhận được hoá đơn thanh toán cho biết số tiền điện ông phải trả là 194170 đ. Theo em gia đình ông A đã tiêu thụ lượng điện là bao nhiêu Kwh?

**Giải:**

Số tiền của 50 Kwh đầu tiên là:  $50.1484 = 74200$  (đồng) < 194170 (đồng)

Số tiền của 100 Kwh đầu tiên là:  $74200 + 50.1533 = 150850$  (đồng) < 194170 (đồng)

Số tiền của 200 Kwh đầu tiên là:  $150850 + 100.1786 = 329450$  (đồng) > 194170 (đồng)

Gọi  $x$  (Kwh) là lượng điện tiêu thụ trong tháng 6 ( $100 < x < 200$ )

Theo đề bài, ta có phương trình:  $150850 + (x - 100).1786 = 194170 \Leftrightarrow x \approx 124$  (nhận)

Vậy gia đình ông A tiêu thụ được 124 (Kwh) trong tháng 6