BÀI GIẢI

Câu 1: (2 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $-3x^2+5x+5=3x-3$ (1)

Giải:

$(1)\Leftrightarrow 3x^2-5x-5+3x-3=0$

$\Leftrightarrow 3x^2-2x-8=0$

Ta có $\Delta'=(-1)^2-3.(-8)=1+24=25>0;\sqrt{\Delta'}=\sqrt{25}=5$

Do $\Delta'>0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1=\frac{1+5}{3}=2;x_2=\frac{1-5}{3}=\frac{-4}{3}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là: $S=\left\{2;\frac{-4}{3}\right\}$

b) $\begin{cases}x-3y=2\\-2x+5y=1\end{cases}$ (2)

Giải:

$$(2)\Leftrightarrow\begin{cases}2x-6y=4\\-2x+5y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-3y=2\\-y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+15=2\\y=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-13\\y=-5\end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình (2) là: $(x;y)=(-13;-5)$

c) $\frac{1}{3}x^4-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{6}=0$ (3)

Giải:

$(3)\Leftrightarrow 2x^4-3x^2+1=0$

Đặt $t=x^2$ $(t\geq 0)$

Phương trình (3) trở thành: $2t^2-3t+1=0$ (*)

Ta có $a+b+c=2+(-3)+1=0$ nên phương trình (*) có 2 nghiệm:

$$t_1=1 \text{ (nhận)};\ t_2=\frac{c}{a}=\frac{1}{2} \text{ (nhận)}$$

Với $t_1=1\Leftrightarrow x^2=1\Leftrightarrow x=\pm1$

Với $t_2=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x^2=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy tập nghiệm của phương trình (3) là: $S=\left\{1;-1;\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

d) $x^2-2(\sqrt{3}-1)x-2\sqrt{3}=0$ (4)

Giải:

Ta có $\Delta'=\left[-(\sqrt{3}-1)\right]^2-1.(-2\sqrt{3})=3-2\sqrt{3}+1+2\sqrt{3}=4>0;\sqrt{\Delta'}=\sqrt{4}=2$

Do $\Delta'>0$ nên phương trình (4) có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1=\frac{\sqrt{3}-1+2}{1}=\sqrt{3}+1;x_2=\frac{\sqrt{3}-1-2}{1}=\sqrt{3}-3$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (4) là: $S=\left\{\sqrt{3}+1;\sqrt{3}-3\right\}$

Câu 2: (1,5 điểm) Cho hàm số $y=\frac{x^2}{4}$ và $y=-x-1$

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ

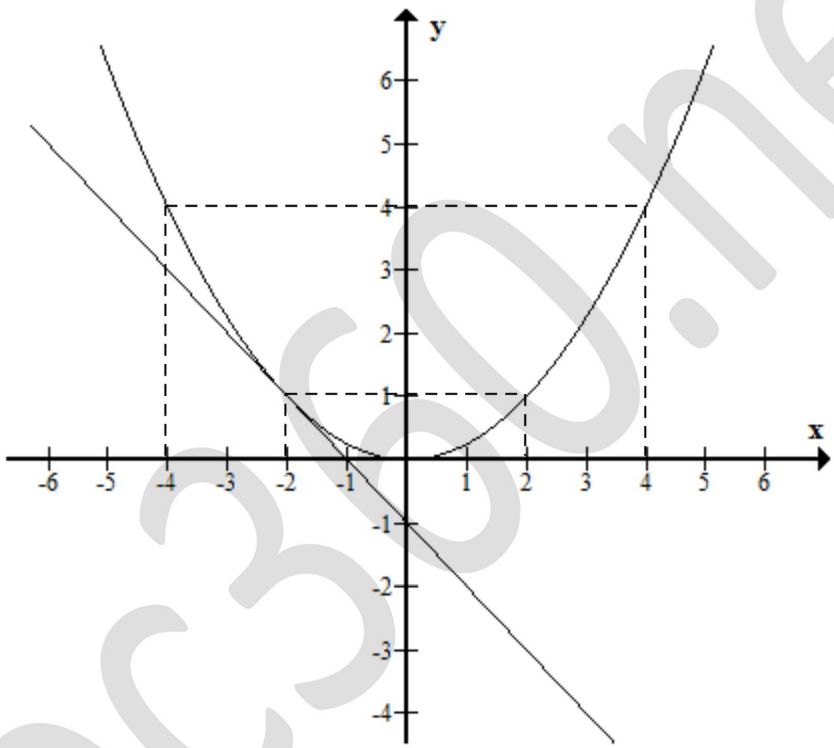
Giải:

Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
$y=\frac{x^2}{4}$	4	1	0	1	4

x	0	-1
$y=-x-1$	-1	0

Vẽ đồ thị



b) Viết phương trình các đường thẳng song song với đường thẳng $y=-x-1$ và cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x^2}{4}$ tại điểm có tung độ là 4

Giải:

Gọi đường thẳng cần tìm có dạng $(d): y=ax+b\ (a\neq 0)$

Ta có $(d)//y=-x-1 \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b\neq -1 \end{cases} \Rightarrow (d): y=-x+b$

Gọi $M(x_0;y_0)$ là giao điểm của $y=\frac{x^2}{4}$ và (d)

Do (d) cắt $y=\frac{x^2}{4}$ tại điểm có tung độ là 4 nên $y_0=4 \Rightarrow M(x_0;4)$

Mà $M(x_0;4)\in y=\frac{x^2}{4} \Rightarrow 4=\frac{x_0^2}{4} \Leftrightarrow x_0^2=16 \Leftrightarrow x_0=\pm 4$

Với $x_0 = 4 \Rightarrow M_1(4;4) \in y = -x + b \Rightarrow 4 = -4 + b \Rightarrow b = 8$ (nhận)

Vậy $(d_1): y = -x + 8$

Với $x_0 = -4 \Rightarrow M_1(-4;4) \in y = -x + b \Rightarrow 4 = 4 + b \Rightarrow b = 0$

Vậy $(d_2): y = -x$

Vậy có 2 đường thẳng cần tìm là: $(d_1): y = -x + 8$ và $(d_2): y = -x$

Câu 3: (1,5 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = 3\sqrt{2} - \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$

Giải:

Ta có $A = 3\sqrt{2} - \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}} = 3\sqrt{2} - \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{(2\sqrt{2} + 1)^2}}}$

$= 3\sqrt{2} - \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + |2\sqrt{2} + 1|}} = 3\sqrt{2} - \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + 2\sqrt{2} + 1}}$ (vì $2\sqrt{2} + 1 > 0$)

$= 3\sqrt{2} - \sqrt{13 + 30\sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2}} = 3\sqrt{2} - \sqrt{13 + 30|\sqrt{2} + 1|} = 3\sqrt{2} - \sqrt{13 + 30(\sqrt{2} + 1)}$ (vì $\sqrt{2} + 1 > 0$)

$= 3\sqrt{2} - \sqrt{13 + 30\sqrt{2} + 30} = 3\sqrt{2} - \sqrt{43 + 30\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} - \sqrt{(5 + 3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2} - |5 + 3\sqrt{2}|$

$= 3\sqrt{2} - (5 + 3\sqrt{2}) = 3\sqrt{2} - 5 - 3\sqrt{2} = -5$ (vì $5 + 3\sqrt{2} > 0$)

b) $B = \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}}\right) : \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{1+\sqrt{x}}\right) + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $(x > 0; x \neq 1)$

Giải:

Ta có $B = \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}}\right) : \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{1+\sqrt{x}}\right) + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$= \frac{1+\sqrt{x}+1-\sqrt{x}}{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} : \frac{1+\sqrt{x}-1+\sqrt{x}}{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$= \frac{2}{1-x} : \frac{2\sqrt{x}}{1-x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2}{1-x} \cdot \frac{1-x}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{2\sqrt{x}}$

Câu 4: (1 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 2(m+2)x + m + 1 = 0$

a) Giải phương trình với $m = -1$

Giải:

Với $m = -1$ phương trình trở thành: $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Vậy với $m = -1$ thì phương trình có tập nghiệm là: $S = \{0; 2\}$

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn điều kiện:

$x_1(1 - 2x_2) + x_2(1 - 2x_1) = m$

Giải:

Ta có $\Delta' = [-(m+2)]^2 - 1.(m+1) = m^2 + 4m + 4 - m - 1 = m^2 + 3m + 3 = \left(m^2 + 2.m.\frac{3}{2} + \frac{9}{4}\right) - \frac{9}{4} + 3$

$= \left(m + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} > 0, \forall m$ (vì $\left(m + \frac{3}{2}\right)^2 \geq 0, \forall m$)

Do $\Delta' > 0, \forall m$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt với mọi m thỏa hệ thức Vi-ét:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} = -\dfrac{-2(m+2)}{1} = 2m+4 \\ x_1x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{m+1}{1} = m+1 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta có: $x_1(1-2x_2) + x_2(1-2x_1) = m^2$

$\Leftrightarrow x_1 - 2x_1x_2 + x_2 - 2x_1x_2 - m^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2) - 4x_1x_2 - m^2 = 0$

$\Leftrightarrow 2m + 4 - 4(m+1) - m^2 = 0$ (do hệ thức Vi-ét)

$\Leftrightarrow -m^2 - 2m = 0$

$\Leftrightarrow -m(m+2) = 0$

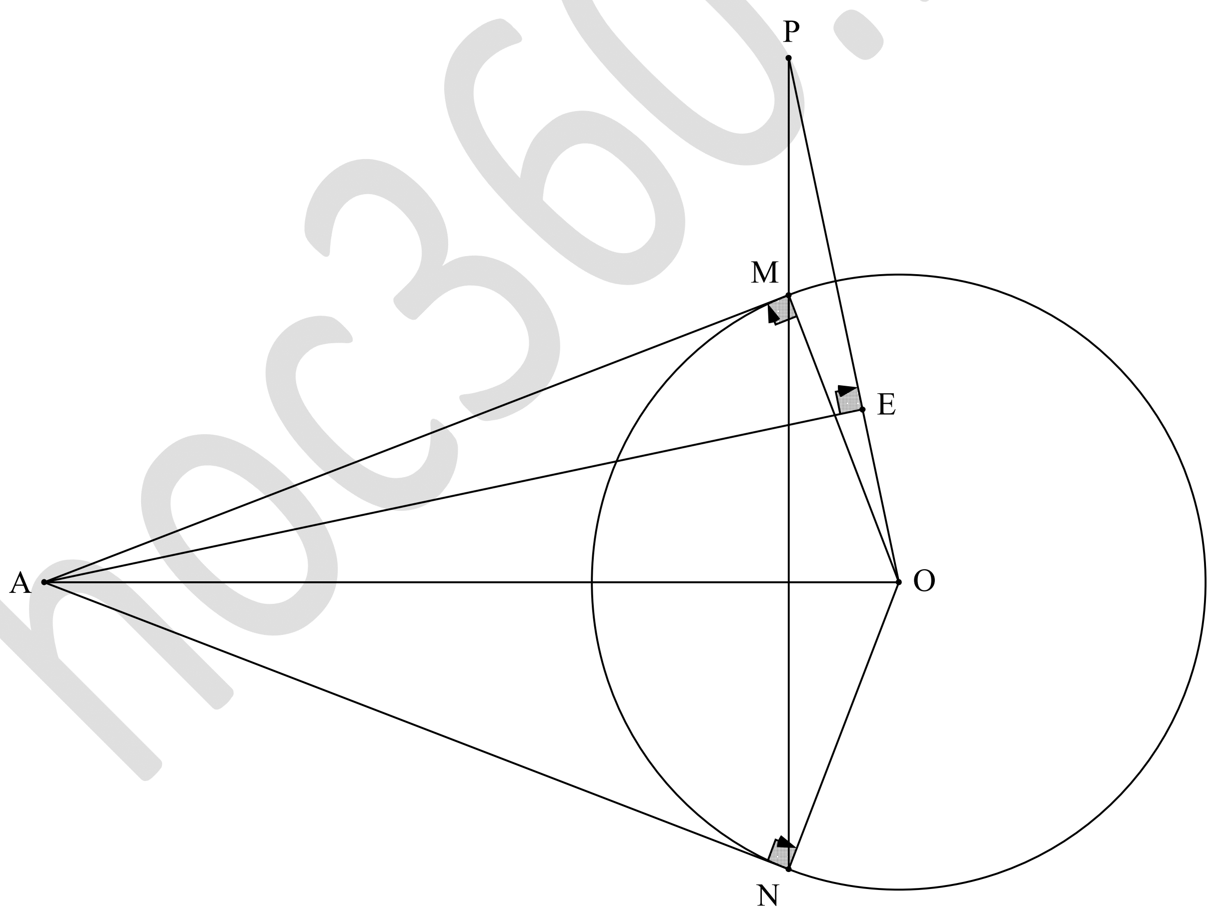
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -m = 0 \\ m+2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -2 \end{array}\right.$

Vậy $m = 0; m = -2$ là các giá trị cần tìm

Câu 5: (3,5 điểm) Cho đường tròn (O; R) và điểm P nằm ngoài (O). Một cát tuyến qua P cắt (O) tại M và N (PMN không đi qua O). Hai tiếp tuyến tại M và N cắt nhau tại A. Vẽ AE ⊥ OP tại E

a) Chứng minh 5 điểm A, M, E, O, N cùng nằm trên một đường tròn

Giải:

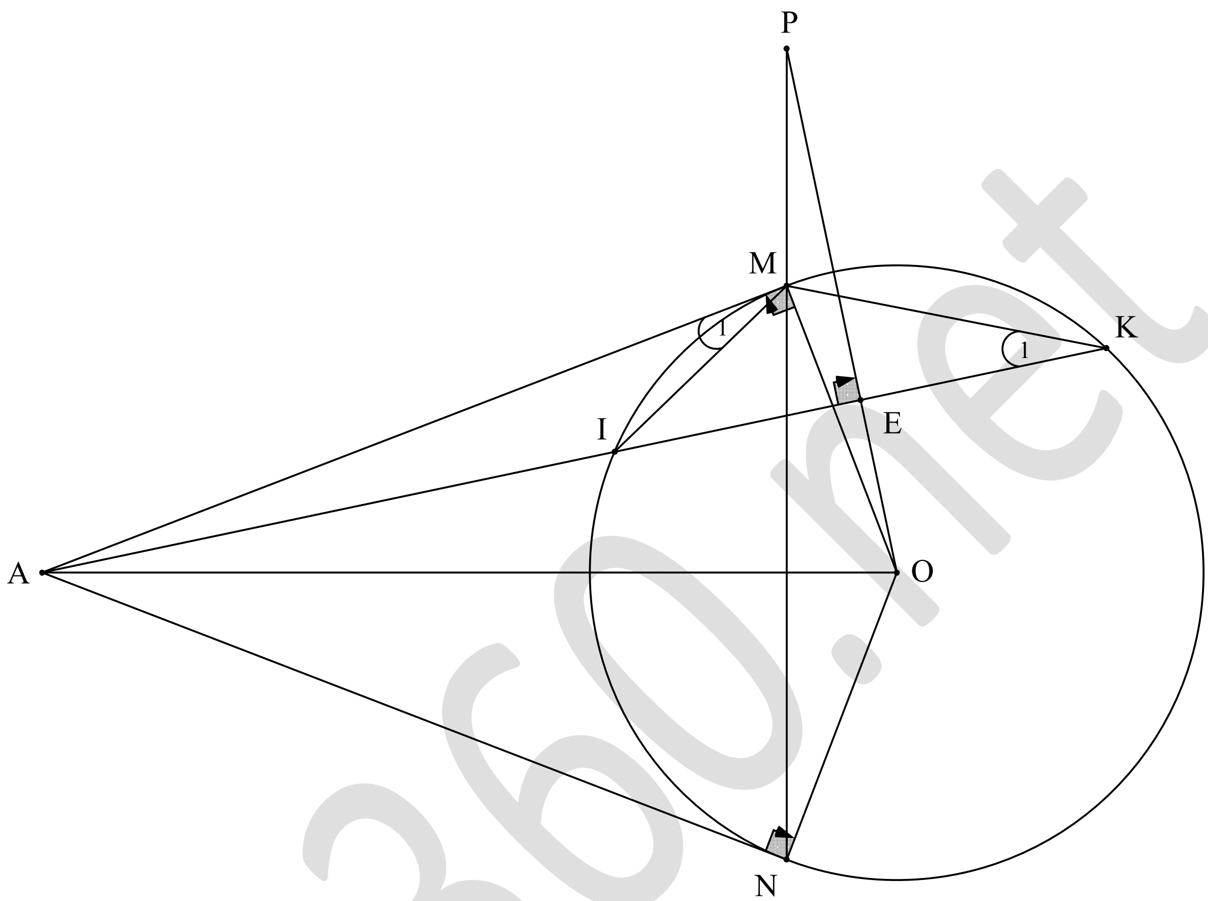


Ta có $\widehat{AMO} = \widehat{ANO} = \widehat{AEO} = 90^0$ (tính chất tiếp tuyến và AE ⊥ OP)

$\Rightarrow$ 5 điểm A, M, E, O, N cùng thuộc đường tròn đường kính AO

b) Tia AE cắt (O) tại I và K. Chứng minh AM² = AI.AK và $\frac{AI}{AK} = \frac{MI^2}{MK^2}$

Giải:



Xét ΔAMI và ΔAKM có:

$\widehat{IAM}$: chung

$\hat{M}_1 = \hat{K}_1$ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

$\Rightarrow \Delta AMI \backsim \Delta AKM$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AM}{AK} = \frac{AI}{AM} \Leftrightarrow AM^2 = AI.AK$

$\Rightarrow \frac{AI}{AK} = \frac{AM^2}{AK^2}$ (1)

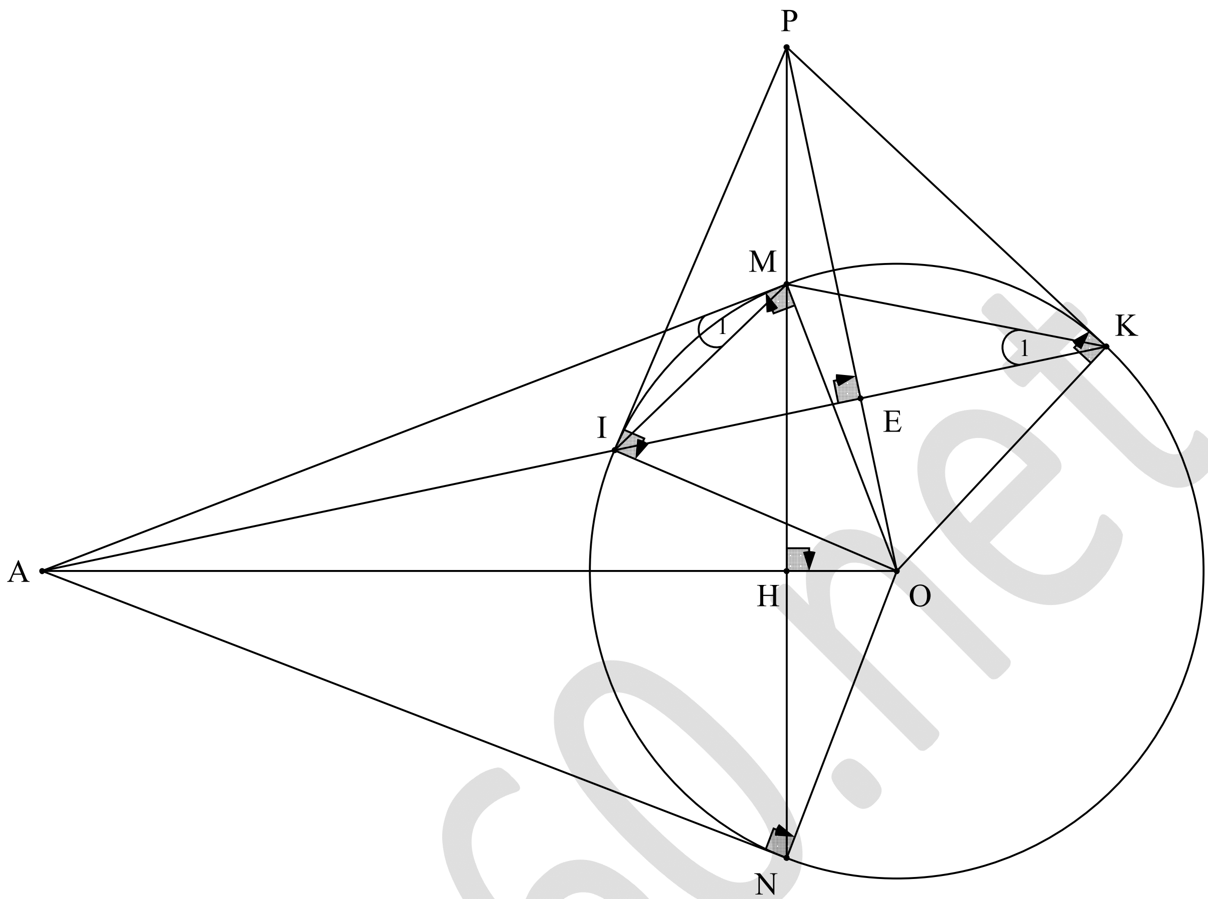
Ta có $\Delta AMI \backsim \Delta AKM$ (do trên)

$\Rightarrow \frac{AM}{AK} = \frac{MI}{MK} \Rightarrow \frac{AM^2}{AK^2} = \frac{MI^2}{MK^2}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{AI}{AK} = \frac{MI^2}{MK^2}$

c) Chứng minh PI, PK là hai tiếp tuyến của (O)

Giải:



Ta có AM = AN (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

OM = ON = R

$\Rightarrow$ AO là đường trung trực của đoạn thẳng MN

$\Rightarrow$ AO $\perp$ MN tại H

Xét ΔAOE và ΔPOH có:

$\widehat{AOP}$: chung

$\widehat{AEO} = \widehat{PHO}$ (vì AO $\perp$ MN, AE $\perp$ PO)

$\Rightarrow$ ΔAOE $\backsim$ ΔPOH (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{OE}{OH} = \dfrac{OA}{OP} \Leftrightarrow OE.OP = OA.OH$ (3)

Ta có ΔAMO vuông tại M và có MH là đường cao

$\Rightarrow OA.OH = OM^2$ (hệ thức lượng)

$= OI^2$ (4) (vì OM = OI = R)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow$ OE.OP = OI^2 (5)

Xét ΔOEI và ΔOIP có:

$\widehat{IOE}$: chung

$\dfrac{OE}{OI} = \dfrac{OI}{OP}$ (do (5))

$\Rightarrow$ ΔOEI $\backsim$ ΔOIP (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{OIP} = \widehat{OEI} = 90^0$ (2 góc tương ứng)

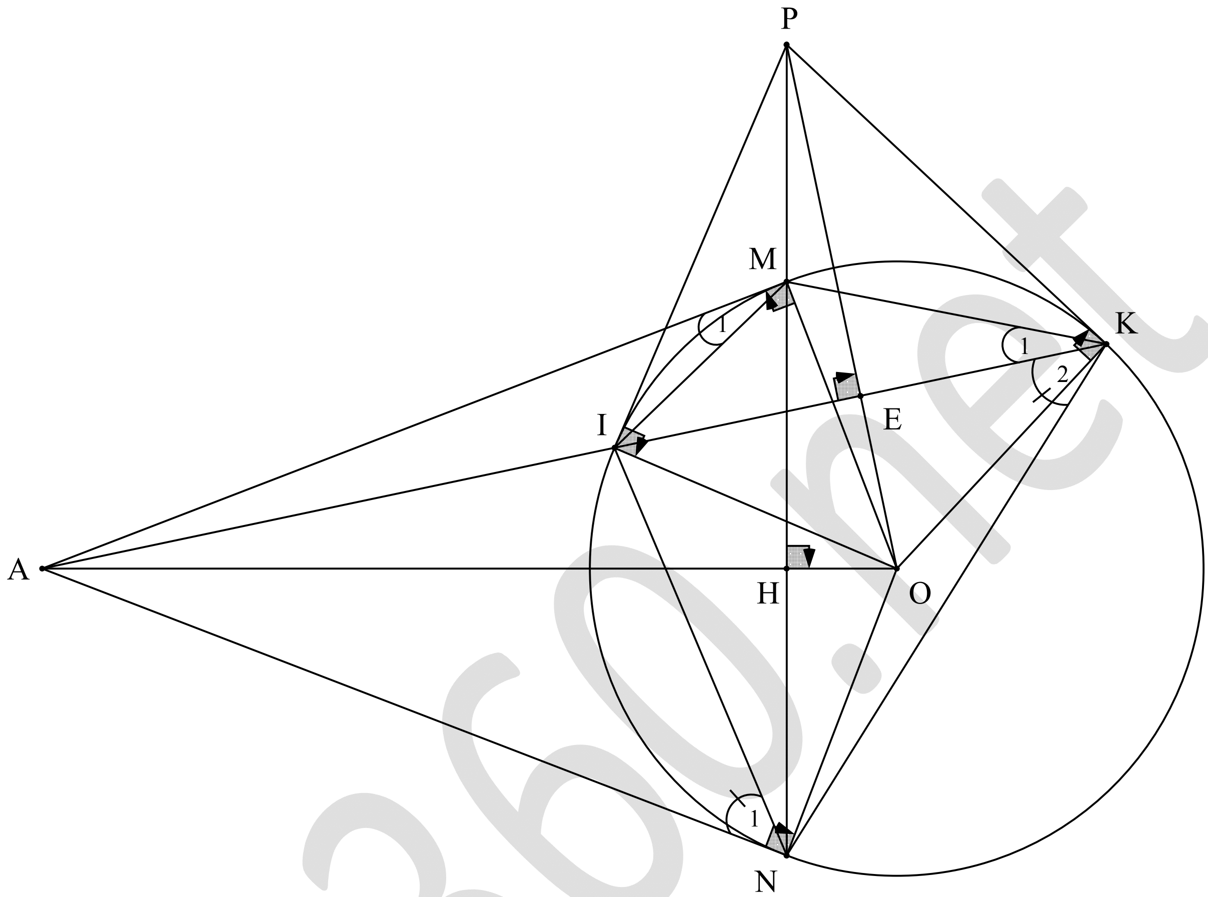
$\Rightarrow$ PI $\perp$ OI tại I thuộc (O)

$\Rightarrow$ PI là tiếp tuyến của (O)

Tương tự: PK là tiếp tuyến của (O)

d) Chứng minh MI.NK = IN.MK

Giải:



Xét ΔANI và ΔAKN có:

$\widehat{NAI}$: chung

$\hat{N}_1 = \hat{K}_2$ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

$\Rightarrow$ ΔANI ∽ ΔAKN (g.g)

$\Rightarrow \frac{NI}{NK} = \frac{AI}{AN}$ (6)

Ta có ΔAMI ∽ ΔAKM (cmt)

$\Rightarrow \frac{MI}{MK} = \frac{AM}{AK}$ (7)

Ta có $AM^2 = AI.AK$ (cmt)

$\Leftrightarrow AM.AN = AI.AK \Leftrightarrow \frac{AM}{AK} = \frac{AI}{AN}$ (8) (vì AM = AN tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Từ (6), (7) và (8) $\Rightarrow \frac{NI}{NK} = \frac{MI}{MK} \Leftrightarrow NI.MK = MI.NK$

Câu 6: (0,5 điểm) Gia đình ông D sử dụng điện của tổng công ty điện lực Việt Nam. Trong tháng 2 gia đình ông D tiêu thụ 96kwh. Sang tháng 3 giá điện tăng thêm 8%kwh và lượng điện tiêu thụ nhà ông D là 104kwh. Chi phí tiền điện tháng 3 nhiều hơn tháng 2 là 12000 đồng. Tính giá điện tháng 2?

Giải:

Gọi x (đồng) là giá điện 1kwh của tháng 2 mà gia đình ông D tiêu thụ $(x > 0)$

$\Rightarrow x + x.8\% = 1,08x$ (đồng) là giá điện 1kwh của tháng 3 mà gia đình ông D tiêu thụ

Theo đề bài, ta có phương trình: $96.x = 1,08x.104 - 12000$

$\Leftrightarrow 112,32x - 96x = 12000 \Leftrightarrow x \approx 735,3$ (nhận)

Vậy chi phí điện tháng 2 là: 735,3 đồng/kwh