

BÀI GIẢI

Câu 1: (2 điểm) Giải phương trình và giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

a) $(x+2)^2 = 4-x$ (1)

Giải:

$$(1) \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 - 4 + x = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -5 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là: $S = \{0; -5\}$

b) Lớp 9A có số học sinh nữ bằng $\frac{7}{5}$ số học sinh nam và nhiều hơn nam 8 học sinh. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh

Giải:

Gọi x, y (học sinh) lần lượt là số học sinh nam và nữ của lớp 9A ($x > 0; y > 0$)

Theo đề bài, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} y = \frac{7}{5}x \\ y - x = 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x - 5y = 0 \\ -7x + 7y = 56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x - 5y = 0 \\ 2y = 56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x - 140 = 0 \\ y = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 28 \end{cases} \text{ (thỏa)}$$

Vậy lớp 9A có $20 + 28 = 48$ (học sinh)

Câu 2: (1,5 điểm)

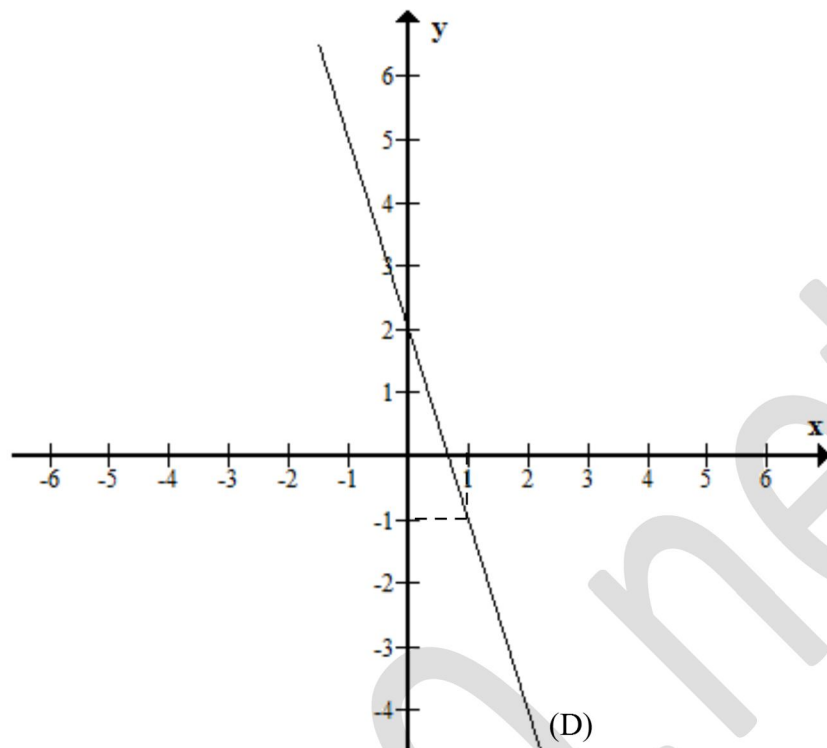
a) Vẽ đồ thị hàm số: $y = -3x + 2$ (D)

Giải:

Bảng giá trị

x	0	1
$y = -3x + 2$	2	-1

Vẽ đồ thị



- b) Lấy điểm A thuộc (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ có hoành độ là -2 , lấy B thuộc (D) có tung độ là 2. Viết phương trình đường thẳng AB

Giải:

Gọi $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$

Theo đề bài, ta có $x_A = -2; y_B = 2 \Rightarrow A(-2; y_A), B(x_B; 2)$

Ta có $A(-2; y_A) \in (P): y = \frac{1}{2}x^2 \Rightarrow y_A = \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 = 2 \Rightarrow A(-2; 2)$

$B(x_B; 2) \in (D): y = -3x + 2 \Rightarrow 2 = -3x_B + 2 \Rightarrow x_B = 0 \Rightarrow B(0; 2)$

Gọi phương trình đường thẳng AB có dạng: $y = ax + b$

Vì A, B thuộc AB nên ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} -2a + b = 2 \\ 0 \cdot a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a + 2 = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng AB là $y = 2$

Câu 3: (1,5 điểm)

- a) Thu gọn biểu thức: $A = \left[\frac{x-y}{\sqrt{xy}} - \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \right) \right] \cdot \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{xy}}$

Giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= \left[\frac{x-y}{\sqrt{xy}} - \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \right) \right] \cdot \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{xy}} \\ &= \left[\frac{x-y}{\sqrt{xy}} - \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \cdot \frac{x-y}{\sqrt{xy}} \right] \cdot \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \left[\frac{x-y}{\sqrt{xy}} - \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \cdot \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{\sqrt{xy}} \right] \cdot \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} \end{aligned}$$

$$= \left[\frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} - \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{xy}} \right] \cdot \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{xy}} (\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1) \cdot \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \sqrt{x} + \sqrt{y} - 1$$

Vậy $A = \sqrt{x} + \sqrt{y} - 1$

- b) Chủ nhật vừa qua Huỳnh theo mẹ đi siêu thị mua sắm. Mẹ Huỳnh mua 5kg gạo, 2 chai dầu ăn, 5 hộp bánh quy, 2 thùng sữa tươi và 3 kg thịt bò, 4 kg khoai tây. Vì đang trong đợt khuyến mãi nên siêu thị giảm giá 5% trên tổng hóa đơn và mẹ Huỳnh có thẻ khách hàng thân thiết nên được giảm thêm 2% nữa. Em hãy tính xem mẹ Huỳnh phải thanh toán tổng cộng bao nhiêu tiền. Biết rằng giá tiền các mặt hàng được siêu thị niêm yết như sau

Gạo	15 500 đồng / kg
Dầu ăn	39 000 đồng / chai
Bánh quy	42 500 đồng / hộp
Sữa tươi	315 000 đồng / thùng
Thịt bò	260 000 đồng / kg
Khoai tây	32 500 đồng / kg

Giải:

Số tiền mà mẹ Huỳnh phải thanh toán tổng cộng là:

$$(5.15500 + 2.39000 + 5.42500 + 2.315000 + 3.260000 + 4.32500)(100\% - 5\% - 2\%) = 1774440 \text{ (đồng)}$$

Câu 4: (1,5 điểm) Cho phương trình: $2x^2 + 2mx - m - 1 = 0$ (x là ẩn)

- a) Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m

Giải:

Ta có $\Delta' = m^2 - 2(-m-1) = m^2 - 2m + 2 = (m^2 - 2m + 1) + 1 = (m-1)^2 + 1 \geq 1 > 0, \forall m$ (vì $(m-1)^2 \geq 0, \forall m$)

Do $\Delta' > 0, \forall m$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m

- b) Tìm m để $P = \frac{1}{(2x_1 - 1)^2} + \frac{1}{(2x_2 - 1)^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất

Giải:

Theo câu a, với mọi m phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa hệ thức Vi-ét:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{2m}{2} = -m \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-m-1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } P = \frac{1}{(2x_1 - 1)^2} + \frac{1}{(2x_2 - 1)^2} = \frac{(2x_2 - 1)^2 + (2x_1 - 1)^2}{(2x_1 - 1)^2(2x_2 - 1)^2} = \frac{4x_2^2 - 4x_2 + 1 + 4x_1^2 - 4x_1 + 1}{(4x_1x_2 - 2x_1 - 2x_2 + 1)^2}$$

$$= \frac{4(x_1^2 + x_2^2) - 4(x_1 + x_2) + 2}{[4x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 1]^2} = \frac{4[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] - 4(x_1 + x_2) + 2}{[4x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 1]^2}$$

$$= \frac{4\left[(-m)^2 - 2 \cdot \frac{-m-1}{2}\right] - 4(-m) + 2}{\left[4 \cdot \frac{-m-1}{2} - 2(-m) + 1\right]^2} \quad (\text{do hệ thức Vi-ét})$$

$$= \frac{4(m^2 + m + 1) + 4m + 2}{(-2m - 2 + 2m + 1)^2} = \frac{4m^2 + 4m + 4 + 4m + 2}{(-1)^2} = 4m^2 + 8m + 6 = (4m^2 + 8m + 4) + 2$$

$$= (2m + 2)^2 + 2 \geq 2, \forall m \text{ (vì } (2m + 2)^2 \geq 0, \forall m)$$

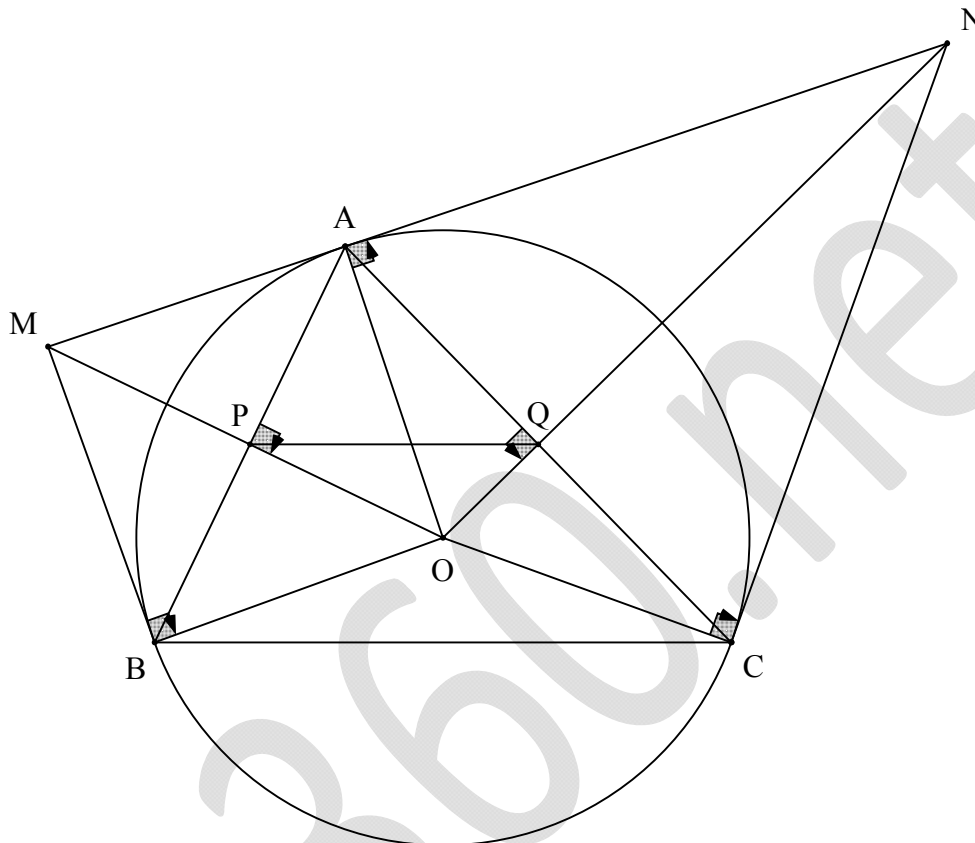
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $2m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -1$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là: $\text{Min}P = 2$ khi và chỉ khi $m = -1$

Câu 5: (3,5 điểm) Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến tại A cắt các tiếp tuyến tại B và C lần lượt tại M và N. OM cắt AB tại P, ON cắt AC tại Q

a) Chứng minh tứ giác OPAQ và tứ giác MPQN nội tiếp

Giải:



Ta có $MA = MB$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$OB = OB$ (bán kính đường tròn (O))

$\Rightarrow MO$ là đường trung trực của đoạn thẳng AB

$\Rightarrow MO \perp AB$ tại P

Ta có $NA = NC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$OA = OC$ (bán kính đường tròn (O))

$\Rightarrow NO$ là đường trung trực của đoạn thẳng AC

$\Rightarrow NO \perp AC$ tại Q

Xét tứ giác OPAQ có:

$$\widehat{OPA} + \widehat{OQA} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \text{ (vì } MO \perp AB, NO \perp AC)$$

\Rightarrow Tứ giác OPAQ nội tiếp (tổng 2 góc đối bằng 180°)

Ta có ΔOAM vuông tại A và có AP là đường cao (tính chất tiếp tuyến và $MO \perp AB$)

$\Rightarrow OP \cdot OM = OA^2$ (1) (hệ thức lượng)

Ta có ΔOAN vuông tại A và có AQ là đường cao (tính chất tiếp tuyến và $NO \perp AC$)

$\Rightarrow OQ \cdot ON = OA^2$ (2) (hệ thức lượng)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow OP \cdot OM = OQ \cdot ON$ (3)

Xét ΔOQP và ΔOMN có:

\widehat{QOP} : chung

$$\frac{OP}{ON} = \frac{OQ}{OM} \text{ (do (3))}$$

$\Rightarrow \Delta OQP \sim \Delta OMN$ (c.g.c)

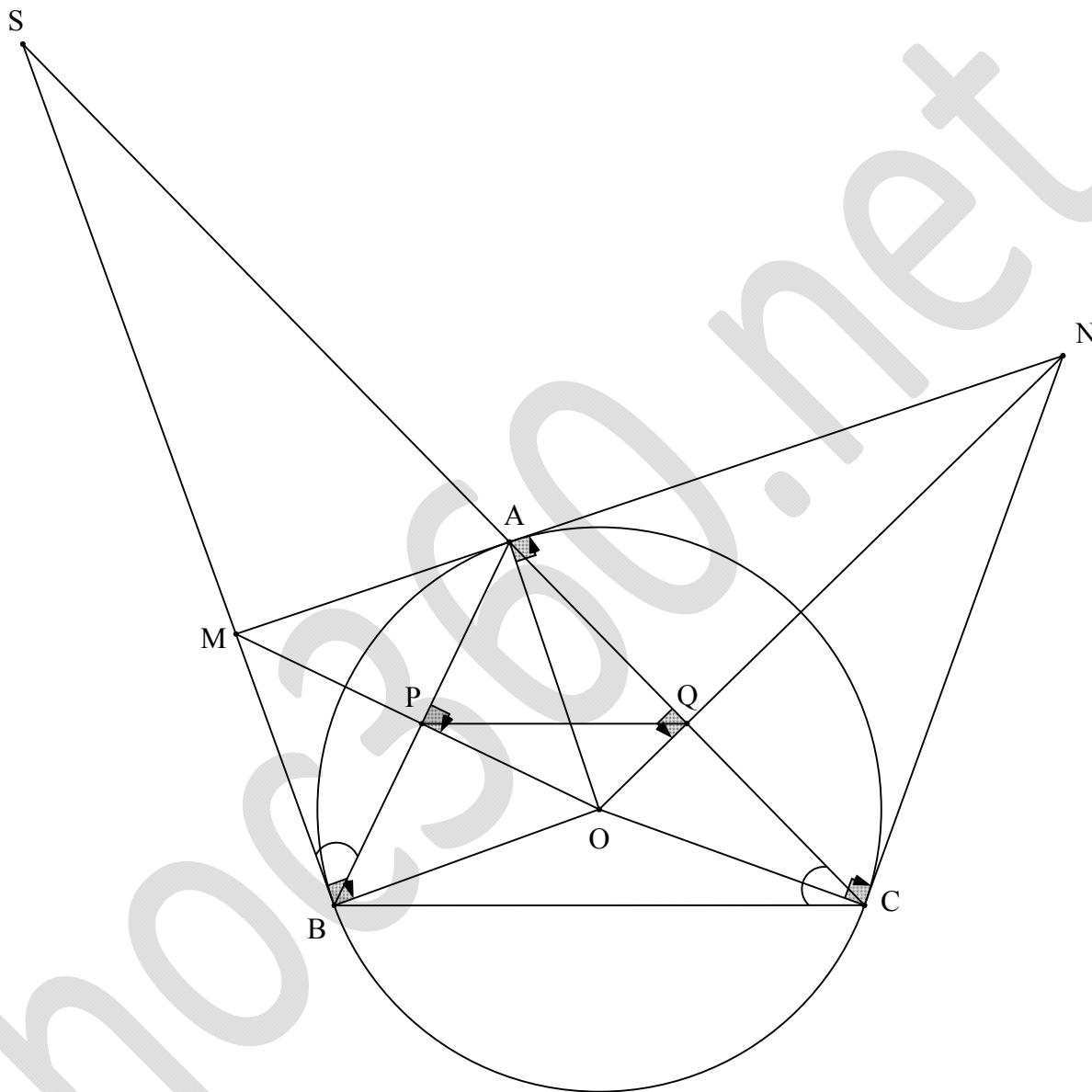
$\Rightarrow \widehat{OQP} = \widehat{OMN}$ (4) (2 góc tương ứng)

Xét tứ giác MPQN có: $\widehat{OQP} = \widehat{OMN}$ (do (4))

\Rightarrow Tứ giác MPQN nội tiếp (góc trong bằng góc đối ngoài)

b) AC cắt MB tại S. Chứng minh rằng: $SB^2 = SA \cdot SC$

Giải:



Xét ΔSBA và ΔSCB có:

\widehat{ASB} : chung

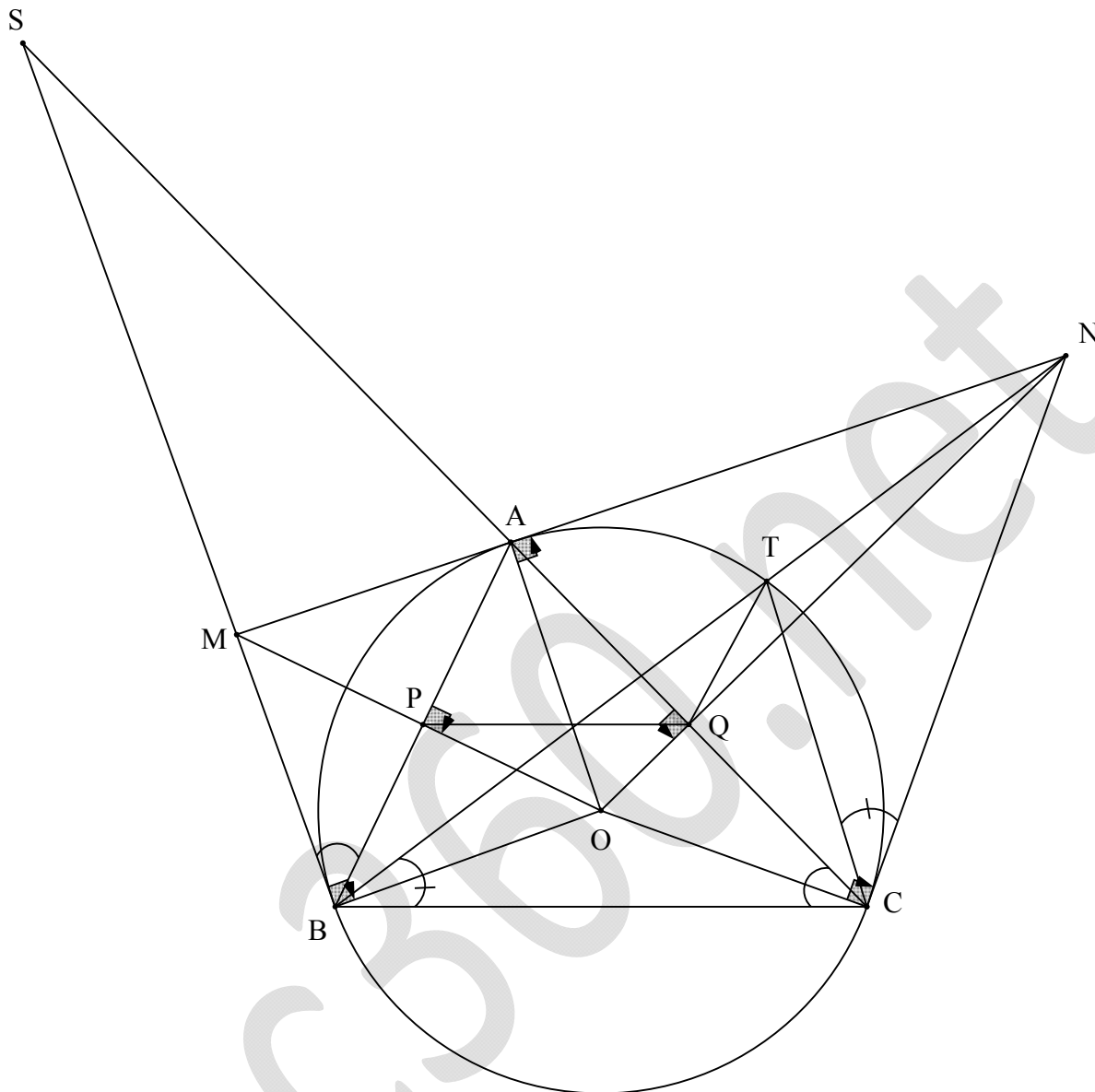
$\widehat{SBA} = \widehat{SCB}$ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

$\Rightarrow \Delta SBA \sim \Delta SCB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{SB}{SC} = \frac{SA}{SB} \Leftrightarrow SB^2 = SA \cdot SC$$

c) BN cắt (O) tại điểm thứ hai là T. Chứng minh rằng: $NT \cdot NB = NQ \cdot NO$. Từ đó suy ra tứ giác BOQT nội tiếp

Giải:



Xét ΔNCT và ΔNBC có:

\widehat{TNC} : chung

$\widehat{NCT} = \widehat{NBC}$ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

$\Rightarrow \Delta NCT \sim \Delta NBC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{NC}{NB} = \frac{NT}{NC} \Leftrightarrow NC^2 = NB \cdot NT \quad (5)$$

Ta có ΔNCO vuông tại C và có CQ là đường cao

$$\Rightarrow NC^2 = NQ \cdot NO \quad (6)$$

Từ (5) và (6) $\Rightarrow NB \cdot NT = NQ \cdot NO$ (7)

Xét ΔNQT và ΔNBO có:

\widehat{QNT} : chung

$$\frac{NT}{NO} = \frac{NQ}{NB} \quad (\text{do (7)})$$

$\Rightarrow \Delta NQT \sim \Delta NBO$ (c.g.c)

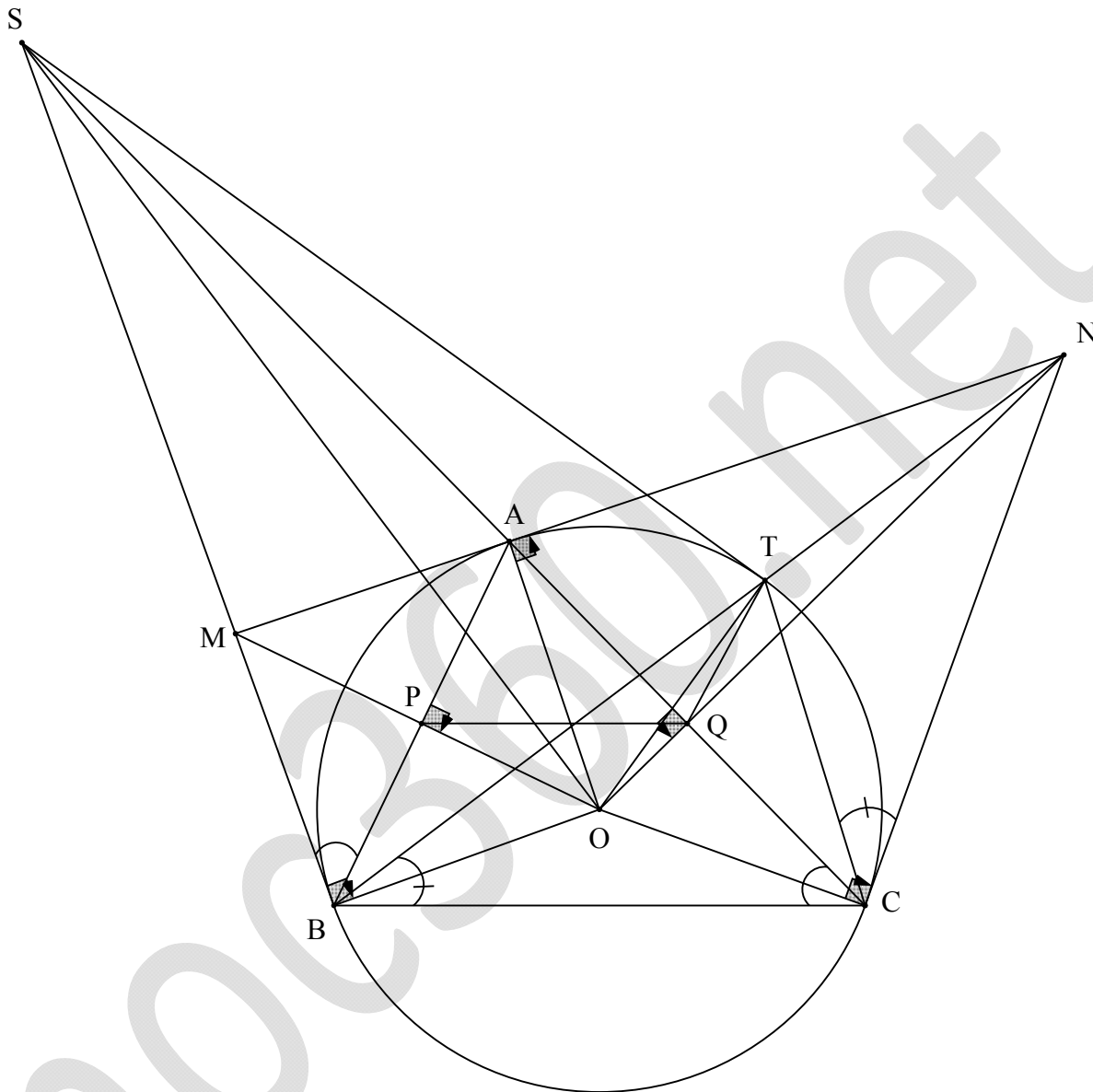
$$\Rightarrow \widehat{NQT} = \widehat{NBO} \quad (8) \quad (2 \text{ góc tương ứng})$$

Xét tứ giác BOQT có: $\widehat{NQT} = \widehat{NBO}$ (do (8))

\Rightarrow Tứ giác BOQT nội tiếp (góc trong bằng góc đối ngoài)

d) Chứng minh rằng: $SO \perp BN$

Giải:



Xét tứ giác SBOQ có:

$$\widehat{SBO} + \widehat{SQO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \text{ (do trên)}$$

\Rightarrow Tứ giác SBOQ nội tiếp (9) (tổng 2 góc đối bằng 180°)

Mà tứ giác BOQT nội tiếp (10) (do trên)

\Rightarrow 5 điểm S, T, Q, O, B cùng thuộc đường tròn (BOQ)

$\Rightarrow \widehat{OSB} = \widehat{OST}$ (cùng chắn 2 cung $OB = OT =$ bán kính đường tròn O)

$$= \widehat{OTB} \text{ (cùng chắn cung OT của đường tròn (BOQ))}$$

$$= 90^\circ - \widehat{SBT} \text{ (2 góc phụ nhau)}$$

$$\Rightarrow \widehat{OSB} + \widehat{SBT} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow SO \perp BT \text{ hay } SO \perp BN$$