BÀI GIẢI

Câu 1:

1) Giải các phương trình sau:

a) $2x^2 - 2x = x + 5$ (1)

Giải:

$(1) \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0$

Ta có $a - b + c = 2 - (-3) + (-5) = 0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm:

$$x_1 = -1; x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{-5}{2} = \frac{5}{2}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là: $S = \left\{-1; \frac{5}{2}\right\}$

2) Một miếng đất hình chữ nhật chiều dài hơn chiều rộng 15m và chiều dài gấp 4 lần chiều rộng. Tính diện tích miếng đất?

Giải:

Gọi x, y (m) lần lượt là chiều rộng, chiều dài của miếng đất hình chữ nhật (y > x > 0)

Theo đề bài, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} y - x = 15 \\ y = 4x \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x + y = 15 \\ 4x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 15 \\ 4x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ 20 - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 20 \end{cases} \text{(nhận)}$$

Diện tích của miếng đất hình chữ nhật là: $xy = 5.20 = 100\left(m^2\right)$

Câu 2: Cho $(P): y = 2x^2$

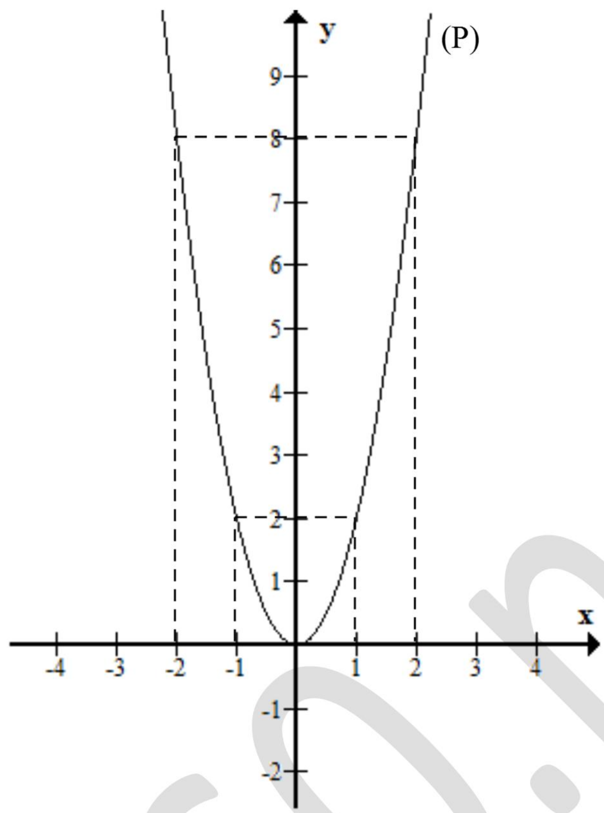
1) Vẽ đồ thị (P)

Giải:

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị



2) Cho điểm M thuộc (P) có hoành độ bằng $-\frac{1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng OM

Giải:

Gọi $M(x_0;y_0)$ là điểm cần tìm

Ta có M có hoành độ bằng $-\frac{1}{2} \Rightarrow x_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2};y_0\right)$

Mà $M\left(-\frac{1}{2};y_0\right) \in (P): y = 2x^2 \Rightarrow y_0 = 2.\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

Gọi phương trình đường thẳng OM có dạng: $y = ax + b\ (a \neq 0)$

Vì O, M thuộc OM nên ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 0.a + b = 0 \\ -\frac{1}{2}a + b = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ -\frac{1}{2}a = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = -1 \end{cases}$ (thỏa)

Vậy phương trình đường thẳng OM là: $y = -x$

Câu 3:

1) Thu gọn biểu thức sau: $A = \left[\frac{1}{2\sqrt{2}-\sqrt{7}} - \left(3\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)\right]\left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}}\right)$

Giải:

Ta có: $A = \left[\frac{1}{2\sqrt{2}-\sqrt{7}} - \left(3\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)\right]\left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}}\right)$

$= \left[\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{7}}{\left(2\sqrt{2}-\sqrt{7}\right)\left(2\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)} - \left(3\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)\right]\left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}}\right)$

$$=\left[\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{7}}{8-7}-\left(3\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)\right]\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}-\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)$$
$$=\left(2\sqrt{2}+\sqrt{7}-3\sqrt{2}-\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}-\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)$$
$$=-\sqrt{2}\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}-\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)=-\left(\sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}-\sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)$$
$$=-\left(\sqrt{4-2\sqrt{3}}-\sqrt{4+2\sqrt{3}}\right)=\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}$$
$$=\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}=\left|\sqrt{3}+1\right|-\left|\sqrt{3}-1\right|=\left(\sqrt{3}+1\right)-\left(\sqrt{3}-1\right)\ (\text{vì } \sqrt{3}+1>0;\sqrt{3}-1>0)$$
$$=\sqrt{3}+1-\sqrt{3}+1=2$$

2) Bảng 1: Các loại cây trồng tiêu biểu trong vườn, trang trại Đà Nẵng

VÙNG	CÁC LOẠI CÂY TRỒNG
Hòa Phú	Đu đủ; Bơ; Mít; Chôm chôm; Xoài ; chuối
Đà Nẵng	Mãng cầu; Thanh Long; Xoài; Đu đủ; Ổi; Vú sữa; chuối
Hòa Ninh	Xoài; sầu riêng; Thanh Long; Đu Đủ; Mít; Ổi; Khế; Bưởi; Chôm chôm; Vú sữa; Chuối
Hòa Sơn	Đu đủ; Thanh Long; Chanh; Xoài; Bưởi; Vú sữa; Cau; Dứa; Chuối
Hòa Nhơn	Xoài ; Đu đủ; Vú sữa; Ổi; Hồng xiêm; Dứa; Chuối

a) Nhìn vào bảng em hãy cho biết loại cây nào được trồng nhiều hơn

Giải:

Loại cây được trồng nhiều hơn là: Đu đủ, xoài, chuối

b) So sánh tỉ lệ cây xoài trên các trang trại

Giải:

Tỉ lệ cây xoài trên các trang trại theo thứ tự như sau là: Hòa Ninh < Hòa Sơn < Đà Nẵng = Hòa Nhơn < Hòa Phú (vì $\frac{1}{11}<\frac{1}{10}<\frac{1}{7}=\frac{1}{7}<\frac{1}{6}$)

Câu 4: Cho phương trình: $x^2-mx+2m-2=0$ (m là tham số) (1)

1) Tìm m để phương trình có nghiệm kép

Giải:

Ta có $\Delta=(-m)^2-4.1.(2m-2)=m^2-8m+8$

Để phương trình có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta=0$

$\Leftrightarrow m^2-8m+8=0$ (*)

Ta có $\Delta'=(-4)^2-1.8=16-8=8>0;\sqrt{\Delta'}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

Do $\Delta'>0$ nên phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt:

$$m_1=\frac{4+2\sqrt{2}}{1}=4+2\sqrt{2};m_2=\frac{4-2\sqrt{2}}{1}=4-2\sqrt{2}$$

Vậy $m_1=4+2\sqrt{2};m_2=4-2\sqrt{2}$ thì phương trình có nghiệm kép

2) Giả sử x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Chứng minh rằng biểu thức:

$P=\dfrac{(x_1^2-2x_1+2)(x_2^2-2x_2+2)}{x_1^2+x_2^2}$ không phụ thuộc vào giá trị m

Giải:

Do x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) nên thỏa hệ thức Vi-ét: $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{-m}{1}=m \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{2m-2}{1}=2m-2 \end{cases}$

Và thỏa $x_1^2-mx_1+2m-2=0$ và $x_2^2-mx_2+2m-2=0$

$\Rightarrow x_1^2-2x_1+2=mx_1-2x_1-2m+4=(m-2)x_1-2(m-2)=(m-2)(x_1-2)$

và $x_2^2-2x_2+2=mx_2-2x_2-2m+4=(m-2)x_2-2(m-2)=(m-2)(x_2-2)$

Ta có $P=\dfrac{(x_1^2-2x_1+2)(x_2^2-2x_2+2)}{x_1^2+x_2^2}=\dfrac{(m-2)(x_1-2)(m-2)(x_2-2)}{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}=\dfrac{(m-2)^2(x_1x_2-2x_1-2x_2+4)}{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}$

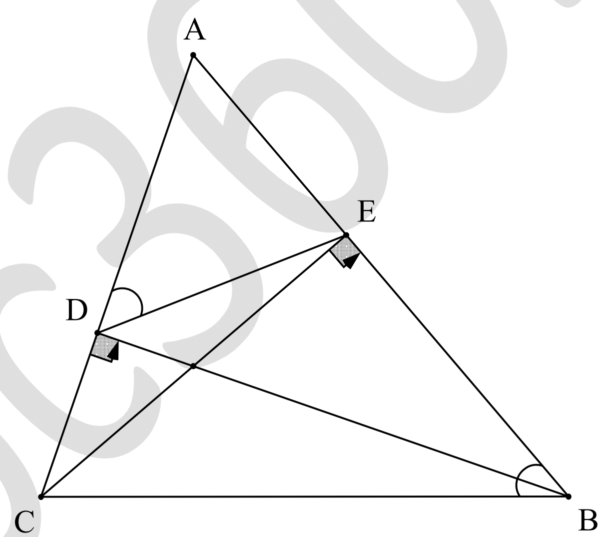
$=\dfrac{(m-2)^2[x_1x_2-2(x_1+x_2)+4]}{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}=\dfrac{(m-2)^2[2m-2-2m+4]}{m^2-2(2m-2)}=\dfrac{(m-2)^2.2}{m^2-4m+4}=\dfrac{(m-2)^2.2}{(m-2)^2}=2$

Vậy P = 2 (không phụ thuộc vào m)

Câu 5: Cho tam giác ABC nhọn(AB > AC) hai đường cao BD và CE

a) Chứng minh tứ giác BEDC nội tiếp và DE.AC = AE.BC

Giải:



Xét tứ giác BEDC có:

$\widehat{BEC}=\widehat{BDC}=90^0$ (vì BD ⊥ AC, CE ⊥ AB)

$\Rightarrow$ Tứ giác BEDC nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh E, D liên tiếp cùng nhìn cạnh BC dưới 1 góc vuông)

Xét ΔADE và ΔABC có:

$\widehat{DAE}$: chung

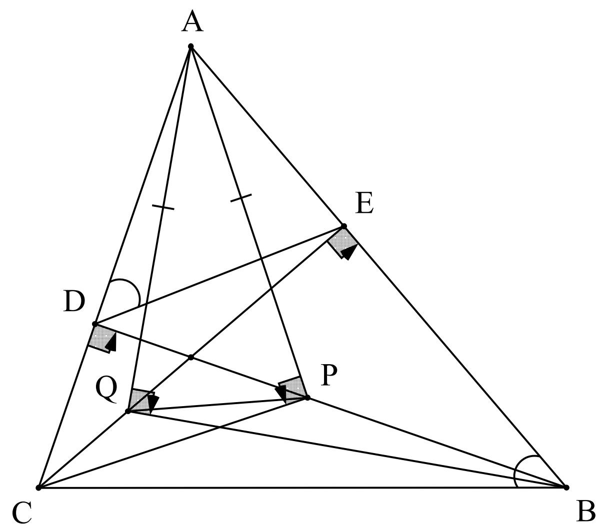
$\widehat{ADE}=\widehat{ABC}$ (góc trong bằng góc đối ngoài của tứ giác BEDC nội tiếp)

$\Rightarrow$ ΔADE ∽ ΔABC (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{DE}{BC}=\dfrac{AE}{AC}\Leftrightarrow DE.AC=AE.BC$

b) Lấy điểm P; Q lần lượt trên BD; CE sao cho $\widehat{APC}=\widehat{AQB}=90^0$. Chứng minh ΔAPQ cân tại A

Giải:



Ta có ΔAPC vuông tại P và có PD là đường cao

$\Rightarrow AP^2 = AD.AC$ (1) (hệ thức lượng)

Ta có ΔAQB vuông tại Q và có QE là đường cao

$\Rightarrow AQ^2 = AE.AB$ (2) (hệ thức lượng)

Ta có $\Delta ADE \backsim \Delta ABC$ (cmt)

$\Rightarrow \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC} \Leftrightarrow AD.AC = AE.AB$ (3)

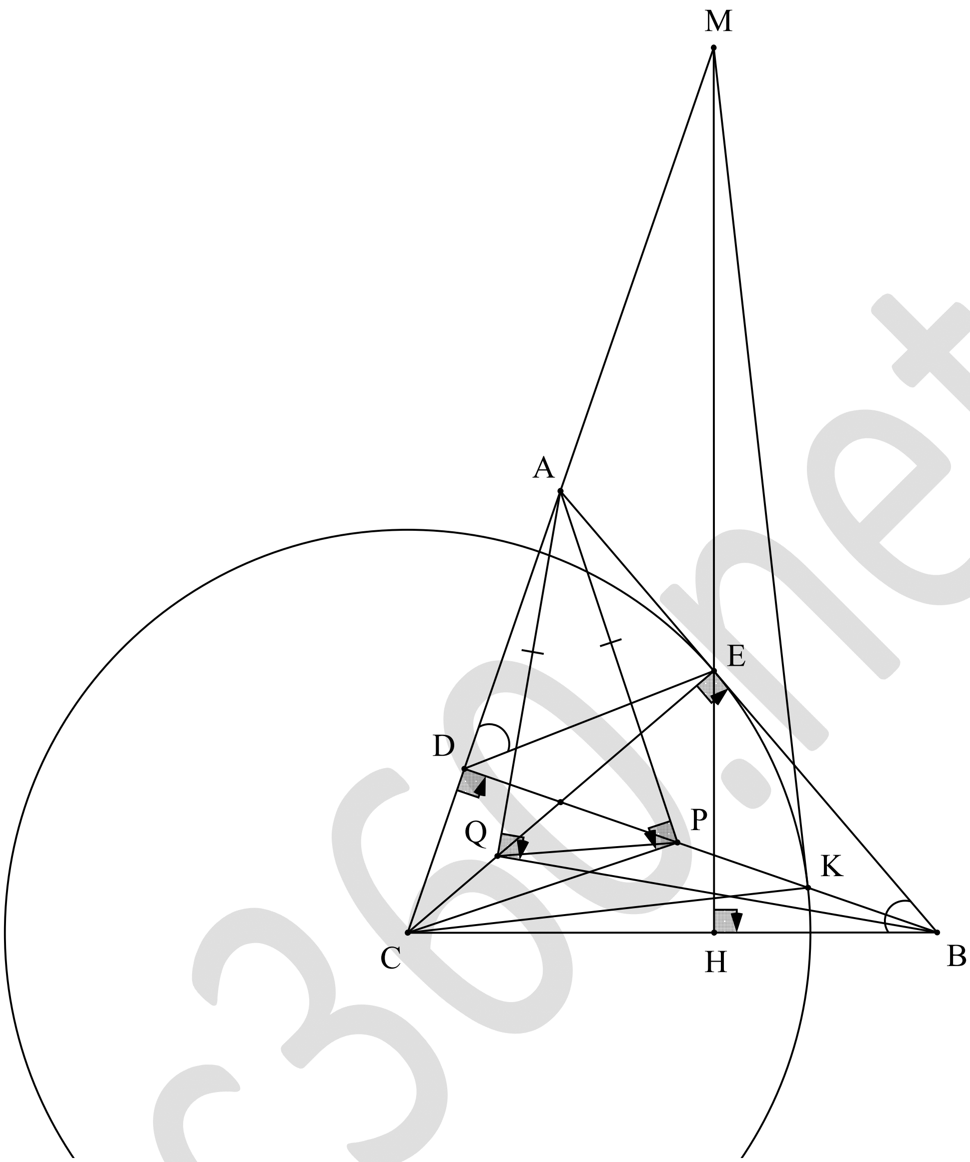
Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow AP^2 = AQ^2 \Leftrightarrow AP = AQ$ (4)

Xét ΔAPQ có: AP = AQ (do (4))

$\Rightarrow \Delta APQ$ cân tại A

c) Đường thẳng qua E và vuông góc với BC tại H ($H \in BC$) cắt AC tại M, vẽ đường tròn (C; CE) cắt BD tại K. Chứng minh MK là tiếp tuyến của đường tròn (C)

Giải:



Xét ΔCHM và ΔCDB có:

$\widehat{HCM}$: chung

$\widehat{CHM} = \widehat{CDB} = 90^0$ (vì $MH \perp BC, BD \perp AC$)

$\Rightarrow \Delta CHM \backsim \Delta CDB$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{CH}{CD} = \dfrac{CM}{CB} \Leftrightarrow CH.CB = CD.CM$ (5)

Ta có ΔCEB vuông tại E và có EH là đường cao

$\Rightarrow CH.CB = CE^2$ (hệ thức lượng)

$\Leftrightarrow CH.CB = CK^2$ (6) (vì CE = CK = bán kính đường tròn (C))

Từ (5) và (6) $\Rightarrow$ $CD.CM = CK^2$ (7)

Xét ΔCKM và ΔCDK có:

$\widehat{KCM}$: chung

$\dfrac{CM}{CK} = \dfrac{CK}{CD}$ (do (7))

$\Rightarrow \Delta CKM \backsim \Delta CDK$ (c.g.c)

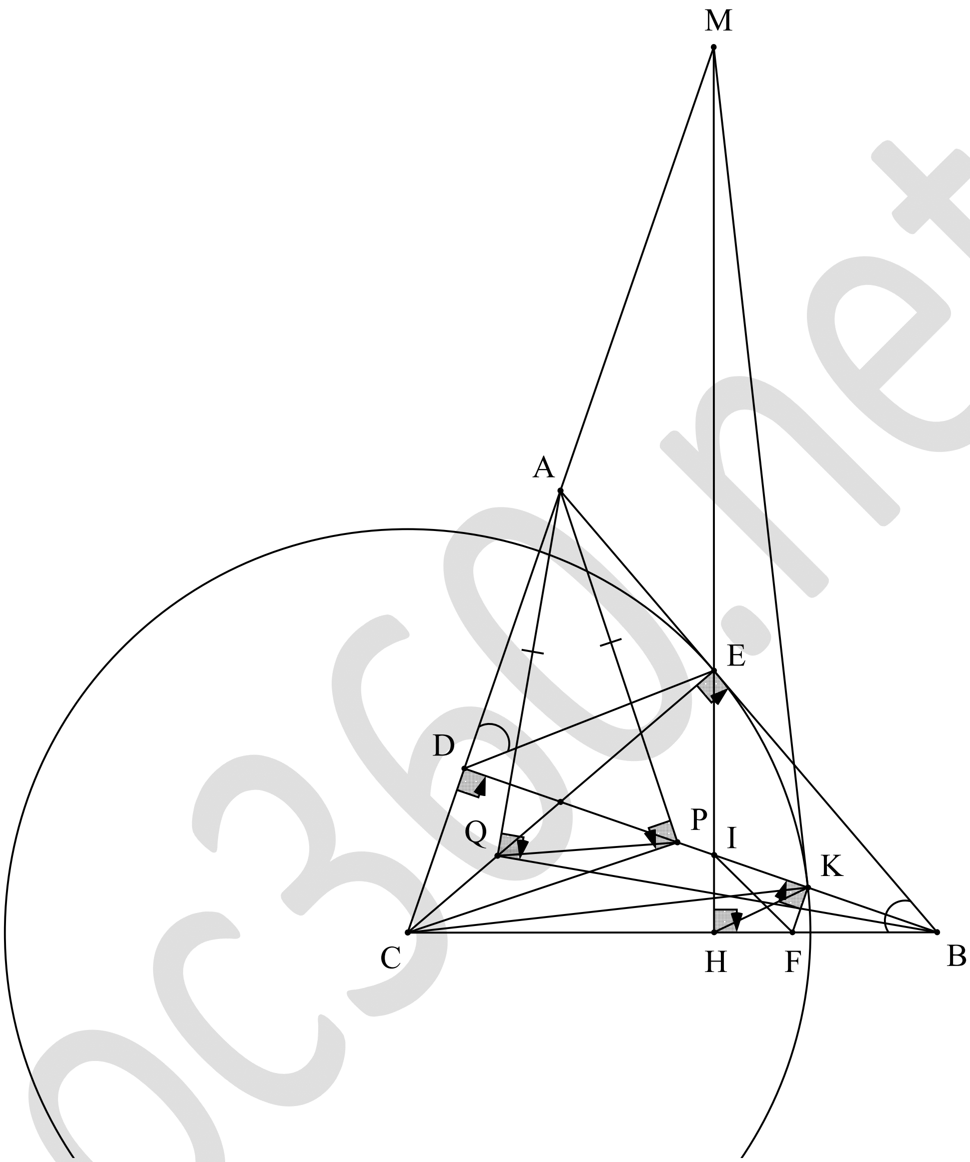
$\Rightarrow \widehat{CKM} = \widehat{CDK} = 90^0$ (2 góc tương ứng)

$\Rightarrow$ MK $\perp$ CK tại K thuộc (C)

Vậy MK là tiếp tuyến của đường tròn (C)

d) Chứng minh: BD.IK = BK.DK (với I là giao điểm của BD và MH)

Giải:



Kẻ FK $\perp$ BD tại K (F thuộc BC)

Xét tứ giác KIHF có:

$$\widehat{IKF} + \widehat{IHF} = 90^0 + 90^0 = 180^0 \text{ (vì FK} \perp \text{BD, MH} \perp \text{BC)}$$

$\Rightarrow$ Tứ giác KIHF nội tiếp (tổng 2 góc đối bằng 180^0)

Xét ΔCKB và ΔCHK có:

$\widehat{KCH}$: chung

$\dfrac{CK}{CH} = \dfrac{CB}{CK}$ (do (6))

$\Rightarrow$ ΔCKB $\backsim$ ΔCHK (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{CKB} = \widehat{CHK}$ (2 góc tương ứng)

$\Leftrightarrow 180^0 - \widehat{CKD} = 180^0 - \widehat{KHF}$ (2 góc kề bù)

$\Leftrightarrow \widehat{CKD} = \widehat{KHF}$

$= \widehat{KIF}$ (8) (cùng chắn cung FK của tứ giác KIHF nội tiếp)

Xét ΔKIF và ΔDKC có:

$\widehat{CKD} = \widehat{KIF}$ (do (8))

$\widehat{IKF} = \widehat{KDC} = 90^0$ (do trên)

$\Rightarrow$ ΔKIF ∽ ΔDKC (g.g)

$\Rightarrow \frac{KF}{DC} = \frac{KI}{DK}$ (9)

Ta có KF // DC (cùng vuông góc với BD: dấu hiệu nhận biết 2 đường thẳng song song)

$\Rightarrow \frac{KF}{DC} = \frac{BK}{BD}$ (10) (hệ quả Talet)

Từ (9) và (10) $\Rightarrow \frac{KI}{DK} = \frac{BK}{BD} \Leftrightarrow BD.KI = BK.DK$