

BÀI GIẢI

Câu 1:

- a) Giải phương trình: $x(x+4)=6-x$ (1)

Giải:

$$(1) \Leftrightarrow x^2 + 4x - 6 + x = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 6 = 0$$

Ta có $a+b+c=1+5+(-6)=0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm:

$$x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-6}{1} = -6$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là: $S = \{1; -6\}$

- b) Một miếng đất hình chữ nhật có chiều dài gấp 5 lần chiều rộng và bảy lần chiều rộng lớn hơn chiều dài là 30m. Tính diện tích miếng đất

Giải:

Gọi x, y (m) lần lượt là chiều dài, chiều rộng của miếng đất hình chữ nhật ($x > y > 0$)

Theo đề bài, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = 5y \\ 7y - x = 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 5y = 0 \\ -x + 7y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 5y = 0 \\ 2y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 75 = 0 \\ y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 75 \\ y = 15 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Vậy diện tích miếng đất là: $xy = 75.15 = 1125m^2$

Câu 2:

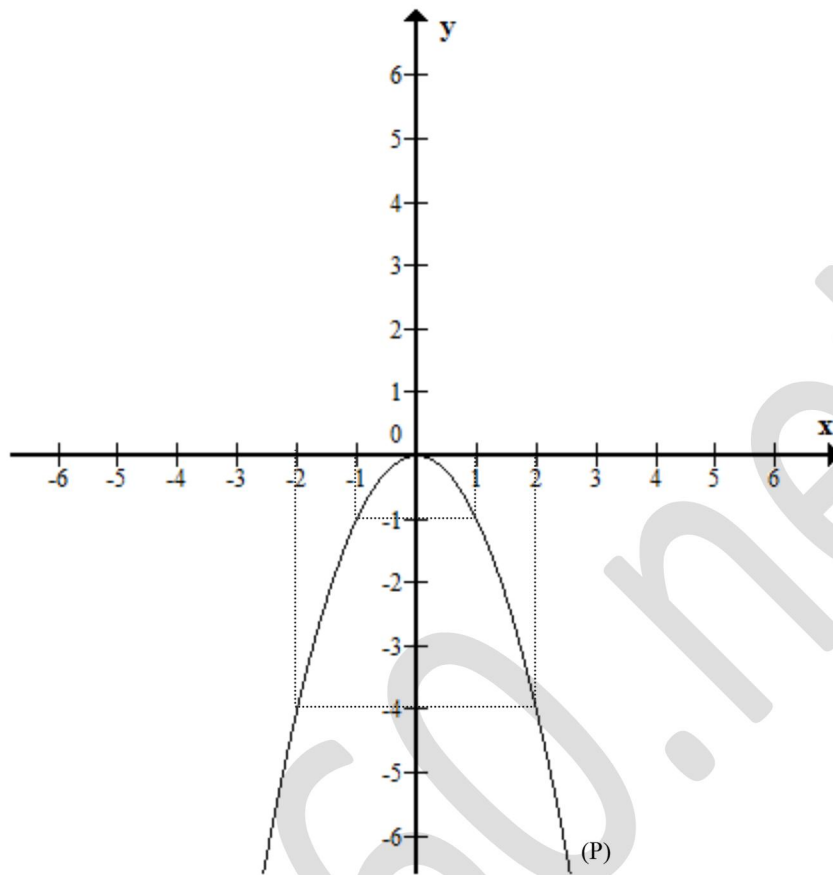
- a) Vẽ đồ thị hàm số $y = -\frac{x^2}{4}$

Giải:

Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
$y = -\frac{x^2}{4}$	-4	-1	0	-1	-4

Đồ thị



- b) Gọi M là điểm thuộc (P) có hoành độ bằng -1 . Viết phương trình đường thẳng (d) qua M và song song với đồ thị $y = -3x + 4$

Giải:

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm cần tìm

M có hoành độ bằng -1 nên $x_0 = -1 \Rightarrow M(-1; y_0)$

$$\text{Ta có } M(-1; y_0) \in (P): y = -\frac{x^2}{4} \Rightarrow y_0 = -\frac{(-1)^2}{4} = -\frac{1}{4} \Rightarrow M\left(-1; -\frac{1}{4}\right)$$

Gọi (d) là đường thẳng có dạng: $y = ax + b (a \neq 0)$

$$\text{Ta có } (d) // y = -3x + 4 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b \neq 4 \end{cases} \text{ (thỏa)} \Rightarrow (d): y = -3x + b$$

$$\text{Mà } M\left(-1; -\frac{1}{4}\right) \in (d) \Rightarrow -\frac{1}{4} = -3 \cdot (-1) + b \Leftrightarrow -\frac{1}{4} = 3 + b \Leftrightarrow b = -\frac{1}{4} - 3 = -\frac{13}{4} \text{ (thỏa)}$$

Vậy phương trình đường thẳng (d) là: $y = -3x - \frac{13}{4}$

Câu 3:

a) Thu gọn: $A = \frac{\sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{6}}{2 + \sqrt{6} - \sqrt{2}} + \frac{(\sqrt{10} - 1)^2 - 3}{\sqrt{10} + \sqrt{3} - 1} + 1$

Giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= \frac{\sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{6}}{2 + \sqrt{6} - \sqrt{2}} + \frac{(\sqrt{10} - 1)^2 - 3}{\sqrt{10} + \sqrt{3} - 1} + 1 = \frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2 + \sqrt{6} - \sqrt{2}} + \frac{(\sqrt{10} - 1)^2 - (\sqrt{3})^2}{\sqrt{10} + \sqrt{3} - 1} \\ &= \frac{\sqrt{3}(2 + \sqrt{6} - \sqrt{2})}{2 + \sqrt{6} - \sqrt{2}} + \frac{(\sqrt{10} - 1 - \sqrt{3})(\sqrt{10} - 1 + \sqrt{3})}{\sqrt{10} - 1 + \sqrt{3}} = \sqrt{3} + \sqrt{10} - 1 - \sqrt{3} = \sqrt{10} - 1 \end{aligned}$$

b) Điểm kiểm tra 1 tiết môn Toán của lớp 9A và 9B được thống kê như sau:

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10
9A	1	4	6	9	11	2	5	2
9B	2	4	3	2	5	12	7	5

Hãy cho biết số học sinh đạt điểm từ trung bình trở lên của mỗi lớp. So sánh tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi của hai lớp 9A và 9B (Biết điểm giỏi lớn hơn hoặc bằng 8)

Giải:

Lớp 9A có 35 học sinh đạt điểm từ trung bình trở lên

Lớp 9B có 34 học sinh đạt điểm từ trung bình trở lên

Tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi của lớp 9A là: $\frac{9 \cdot 100\%}{40} = 22,5\%$

Tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi của lớp 9B là: $\frac{24 \cdot 100\%}{40} = 60\%$

Vậy tỉ lệ học sinh giỏi lớp 9B lớn hơn lớp 9A

Câu 4: Cho phương trình: $2x^2 - (3m - 1)x - 2 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình:

a) Chứng tỏ phương trình luôn có 2 nghiệm trái dấu

Giải:

Ta có $\Delta = [-(3m - 1)]^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = (3m - 1)^2 + 16 \geq 16 > 0, \forall m$

Do $\Delta > 0, \forall m$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m thỏa hệ thức Vi-ét:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-(3m - 1)}{2} = \frac{3m - 1}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$$

Do $x_1 x_2 = -1 < 0$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm trái dấu

b) Tính giá trị của biểu thức P theo m biết: $P = \frac{3}{2}(x_1 - x_2)^2 + 2\left(\frac{x_1 - x_2}{2} + \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right)^2$

Giải:

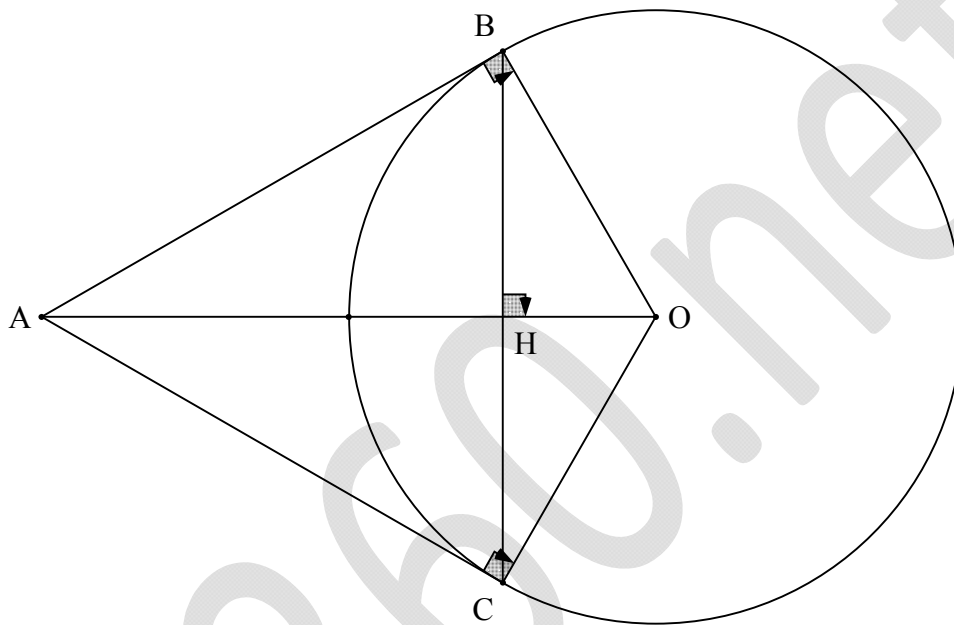
$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P &= \frac{3}{2}(x_1 - x_2)^2 + 2\left(\frac{x_1 - x_2}{2} + \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right)^2 = \frac{3}{2}(x_1^2 - 2x_1 x_2 + x_2^2) + 2\left(\frac{x_1 - x_2}{2} + \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2}\right)^2 \\ &= \frac{3}{2}[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] + 2(x_1 - x_2)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x_1 x_2}\right)^2 \\ &= \frac{3}{2}[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] + 2[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x_1 x_2}\right)^2 \\ &= [(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] \left[\frac{3}{2} + 2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x_1 x_2}\right)^2\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \left[\left(\frac{3m-1}{2} \right)^2 - 4 \cdot (-1) \right] \left[\frac{3}{2} + 2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{-1} \right)^2 \right] = \left(\frac{9m^2 - 6m + 1}{4} + 4 \right) \cdot 6 \text{ (do hệ thức Vi-ét)} \\ &= \frac{9m^2 - 6m + 17}{4} \cdot 6 = \frac{27m^2 - 12m + 51}{2} \end{aligned}$$

Câu 5: Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn sao cho $OA = 2R$. Từ A vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC

a) Chứng minh tam giác ABC đều và $OA \perp BC$ tại H

Giải:



Xét $\triangle ABO$ vuông tại B

$$\Rightarrow \sin BAO = \frac{OB}{OA} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAO} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = 2 \cdot \widehat{BAO} = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$$

Xét $\triangle ABC$ có: $AB = AC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$$\Rightarrow \triangle ABC \text{ cân tại } A \text{ và } \widehat{BAC} = 60^\circ \text{ (do trên)}$$

$\Rightarrow \triangle ABC$ đều

Ta có $AB = AC$ (do trên)

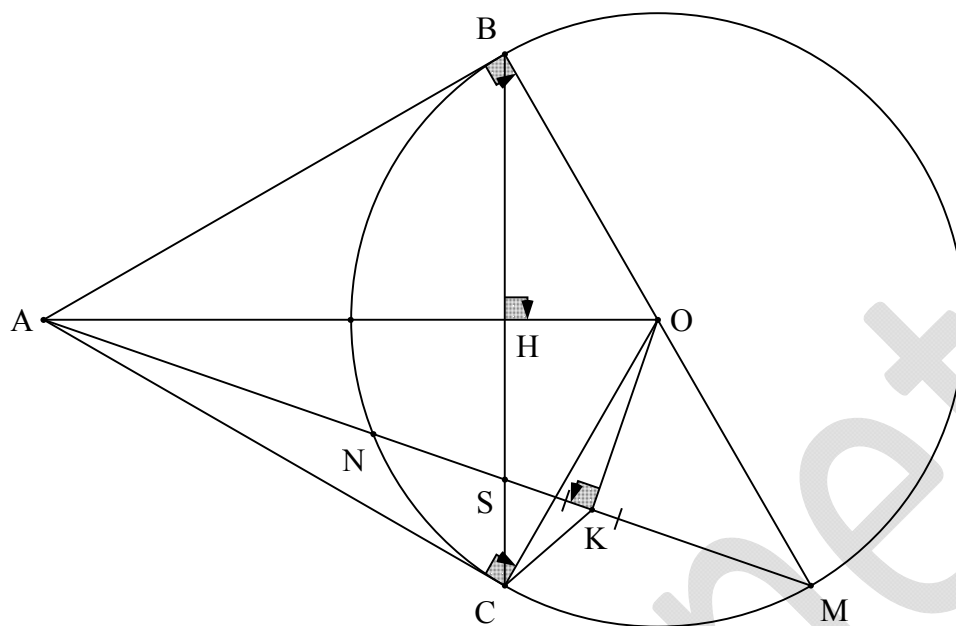
$$OB = OC = R$$

$\Rightarrow AO$ là đường trung trực của đoạn thẳng BC

$\Rightarrow AO \perp BC$ tại H

b) Vẽ đường kính BM của (O) . AM cắt đường tròn (O) tại N và cắt BC tại S . Gọi K là trung điểm của MN . Chứng minh tứ giác $OBCK$ nội tiếp

Giải:



Ta có K là trung điểm của MN và dây MN không qua tâm O

$\Rightarrow OK \perp MN$ (liên hệ giữa đường kính và dây cung)

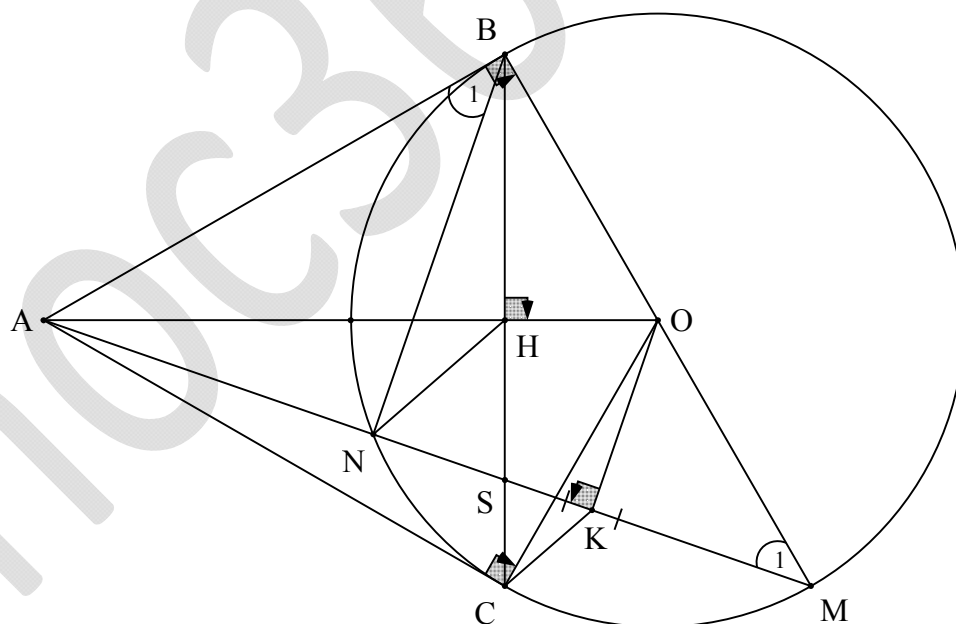
Ta có $\hat{B}\hat{O} = \hat{A}\hat{O} = \hat{K}\hat{O} = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến và $OK \perp MN$)

$\Rightarrow 5$ điểm A, B, O, K, C cùng thuộc đường tròn đường kính AO

Vậy tứ giác OBCK nội tiếp đường tròn đường kính AO

c) Chứng minh: $AH \cdot AO = AK^2 - KM^2$

Giải:



Xét $\triangle ABN$ và $\triangle AMB$ có:

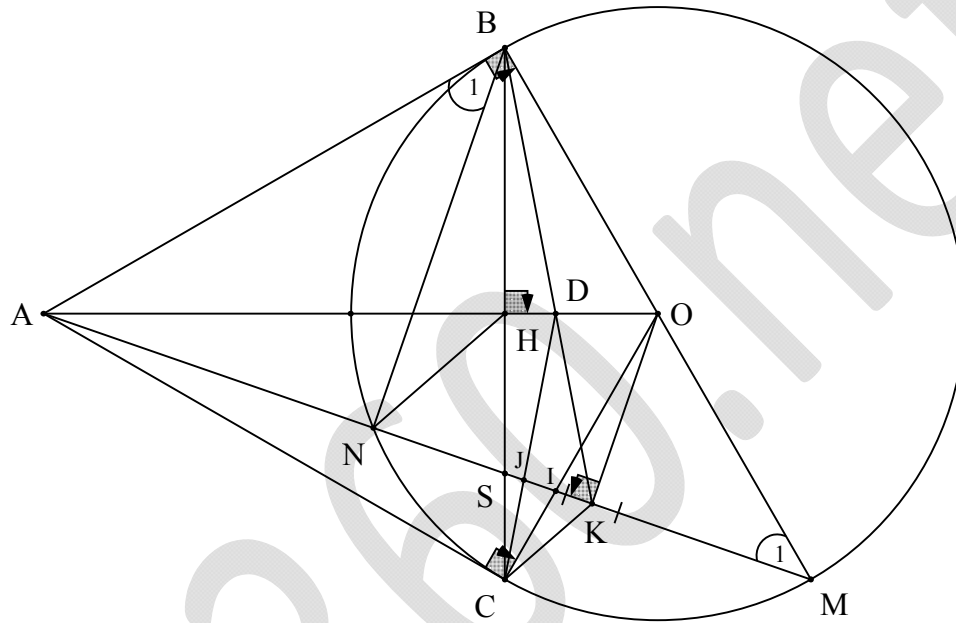
BÂN : chung

$\hat{B}_1 = \hat{M}_1$ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

$$\Rightarrow \Delta ABN \sim \Delta AMB \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{AN}{AB} \Leftrightarrow AB^2 = AM \cdot AN \quad (1)$$

d) KB cắt OA tại D. AM cắt OC, CD lần lượt tại I và J. Chứng minh: $\frac{AK}{IK} = \frac{AJ}{IJ}$



Từ (3) và (4) $\Rightarrow \frac{IJ}{IK} = \frac{AJ}{AK} \Leftrightarrow \frac{AK}{IK} = \frac{AJ}{IJ}$