

BÀI GIẢI

Câu 1: (2 điểm)

1) Giải các phương trình sau:

a) $5x(x-3)+7x+3=0$ (1)

Giải:

$$(1) \Leftrightarrow 5x^2 - 15x + 7x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 8x + 3 = 0$$

Ta có $a + b + c = 5 + (-8) + 3 = 0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm:

$$x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là: $S = \left\{1; \frac{3}{5}\right\}$

b) $3x^4 - 5(x^2 + 2) = -2$ (2)

Giải:

$$(2) \Leftrightarrow 3x^4 - 5x^2 - 10 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^4 - 5x^2 - 8 = 0$$

Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$)

Phương trình (2) trở thành: $3t^2 - 5t - 8 = 0$ (*)

Ta có $a - b + c = 3 - (-5) + (-8) = 0$ nên phương trình (*) có 2 nghiệm:

$$t_1 = -1 \text{ (loại); } t_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{-8}{3} = \frac{8}{3} \text{ (nhận)}$$

$$\text{Với } t_2 = \frac{8}{3} \Leftrightarrow x^2 = \frac{8}{3} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{8}{3}} = \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (2) là: $S = \left\{\frac{2\sqrt{6}}{3}; -\frac{2\sqrt{6}}{3}\right\}$

2) Giải bài toán sau: Một tấm bìa hình chữ nhật có chu vi là 200m, biết chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Hãy tính diện tích của tấm bìa hình chữ nhật đó

Giải:

Gọi x, y (m) lần lượt là chiều rộng, chiều dài của tấm bìa hình chữ nhật ($y > x > 0$)

Theo đề bài, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2(x+y) = 200 \\ y = 3x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=200 \\ 3x-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x=200 \\ 3x-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=50 \\ 150-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=50 \\ y=150 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Vậy diện tích của tấm bìa hình chữ nhật là: $x.y = 50.150 = 7500(m^2)$

Câu 2: (1,5 điểm) Cho (P): $y = -3x^2$ và (d): $y = 2(m-1)x - 5$

a) Với $m = 2$. Hãy vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy

Giải:

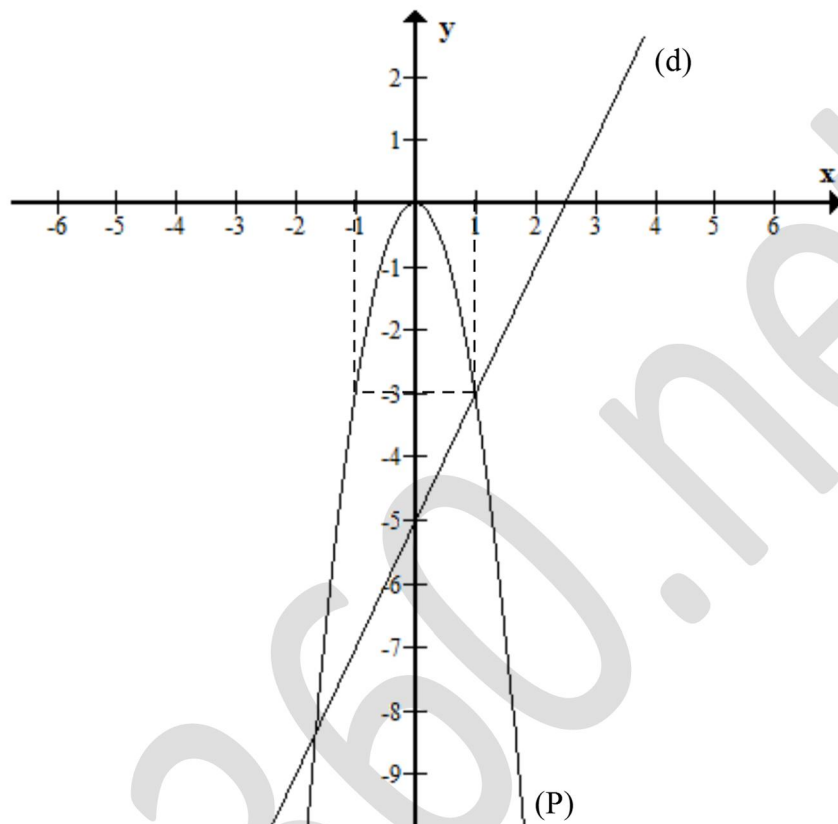
Với $m = 2$ ta có (d): $y = 2x - 5$

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = -3x^2$	-12	-3	0	-3	-12

x	0	1
$y = 2x - 5$	-5	-3

Vẽ đồ thị



- b) Gọi A là điểm thuộc (P) thỏa $x_A > 0$ và $x_A = -\frac{1}{3}y_A$. Với giá trị nào của m thì A là giao điểm của (P) và (d)

Giải:

Theo đề bài, ta có $A\left(-\frac{1}{3}y_A; y_A\right) \in (P): y = -3x^2 \Rightarrow y_A = -3\left(-\frac{1}{3}y_A\right)^2 \Leftrightarrow y_A = -3 \cdot \frac{1}{9}y_A^2$

$$\Leftrightarrow y_A^2 + 3y_A = 0 \Leftrightarrow y_A(y_A + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y_A = 0 \\ y_A + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_A = 0 \\ y_A = -3 \end{cases}$$

Với $y_A = 0 \Rightarrow x_A = -\frac{1}{3} \cdot 0 = 0$ (loại) (vì $x_A > 0$)

Với $y_A = -3 \Rightarrow x_A = -\frac{1}{3} \cdot (-3) = 1$ (nhận) (vì $x_A > 0$)

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) có dạng: $-3x^2 = 2(m-1)x - 5$ (*)

Để A là giao điểm của (P) và (d) khi $x_A = 1$ là nghiệm của phương trình (*)

$$\Rightarrow -3 \cdot 1^2 = 2(m-1) \cdot 1 - 5 \Leftrightarrow -3 = 2m - 2 - 5 \Leftrightarrow 2m = 4 \Leftrightarrow m = 2$$

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm

Câu 3: (1,5 điểm) Cho phương trình: $3x^2 - (m+1)x = 5$ (1), (m là tham số)

a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m

Giải:

$$(1) \Leftrightarrow 3x^2 - (m+1)x - 5 = 0$$

Ta có $\Delta = [-(m+1)]^2 - 4.3.(-5) = (m+1)^2 + 60 \geq 60 > 0, \forall m$ (vì $(m+1)^2 \geq 0, \forall m$)

Do $\Delta > 0, \forall m$ nên phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa $(x_1 - x_2)^2 = -12 + 2x_1x_2$

Giải:

Theo câu a, với mọi m phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa hệ thức Vi-ét:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-(m+1)}{3} = \frac{m+1}{3} \\ x_1x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-5}{3} \end{cases}$$

Theo đề bài, ta có $(x_1 - x_2)^2 = -12 + 2x_1x_2$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + 12 - 2x_1x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{m+1}{3}\right)^2 - 6\left(\frac{-5}{3}\right) + 12 = 0 \text{ (do hệ thức Vi-ét)}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{m+1}{3}\right)^2 + 22 = 0 \text{ (vô nghiệm) (vì } \left(\frac{m+1}{3}\right)^2 + 22 \geq 22 > 0, \forall m)$$

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 4: (1,5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức sau: $A = \frac{2017}{1 + \left(\frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}\right)^2} + \frac{2017}{1 + \left(\frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}}\right)^2}$

Giải:

$$\text{Ta có: } A = \frac{2017}{1 + \left(\frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}\right)^2} + \frac{2017}{1 + \left(\frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{2017}{1 + \frac{8+4\sqrt{2}+1}{3}} + \frac{2017}{1 + \frac{8-4\sqrt{2}+1}{3}}$$

$$= \frac{2017}{1 + \frac{9+4\sqrt{2}}{3}} + \frac{2017}{1 + \frac{9-4\sqrt{2}}{3}} = \frac{2017}{\frac{12+4\sqrt{2}}{3}} + \frac{2017}{\frac{12-4\sqrt{2}}{3}} = \frac{6051}{12+4\sqrt{2}} + \frac{6051}{12-4\sqrt{2}}$$

$$= 6051 \left(\frac{1}{12+4\sqrt{2}} + \frac{1}{12-4\sqrt{2}} \right) = 6051 \frac{12-4\sqrt{2}+12+4\sqrt{2}}{(12+4\sqrt{2})(12-4\sqrt{2})} = 6051 \cdot \frac{24}{144-32} = 6051 \cdot \frac{24}{112}$$

$$= \frac{18153}{14}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{18153}{14}$$

b) Giải bài toán sau: Bác Tư có 2 người con đang học trên Thành phố. Vì hoàn cảnh gia đình khó khăn nên để lo việc học cho các con, Bác đã quyết định bán một phần mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là 200m. Mảnh đất còn lại sau khi bán là một hình vuông có cạnh bằng với chiều rộng của hình chữ

nhật ban đầu. Tìm số tiền lớn nhất mà Bác Tư nhận được khi bán đất, biết giá tiền 1m^2 đất khi bán là 2000000 VNĐ

Giải:

Gọi x, y (m) lần lượt là chiều rộng, chiều dài của phần đất hình chữ nhật ban đầu ($y > x > 0$)

Theo đề bài, ta có phương trình: $2.(x + y) = 200 \Leftrightarrow x + y = 100 \Leftrightarrow y = 100 - x$ (*) ($x < 100$)

Diện tích của mảnh đất hình chữ nhật ban đầu là: $S_{\text{ban đầu}} = x.y$ (m^2)

Diện tích của mảnh đất hình vuông còn lại sau khi bán là: $S_{\text{còn lại}} = x^2$ (m^2)

\Rightarrow Diện tích của mảnh đất đã bán là:

$$\begin{aligned} S_{\text{bán}} &= S_{\text{ban đầu}} - S_{\text{còn lại}} = xy - x^2 = x(y - x) = x(100 - x - x) \text{ (do (*))} \\ &= x(100 - 2x) = 100x - 2x^2 = -2(x^2 - 50x) \\ &= -2(x^2 - 2.x.25 + 25^2 - 25^2) = -2[(x - 25)^2 - 625] = -2(x - 25)^2 + 1250 \\ &\leq 1250 \text{ (vì } -2(x - 25)^2 \leq 0, \forall x) \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x - 25 = 0 \Leftrightarrow x = 25$ (nhận)

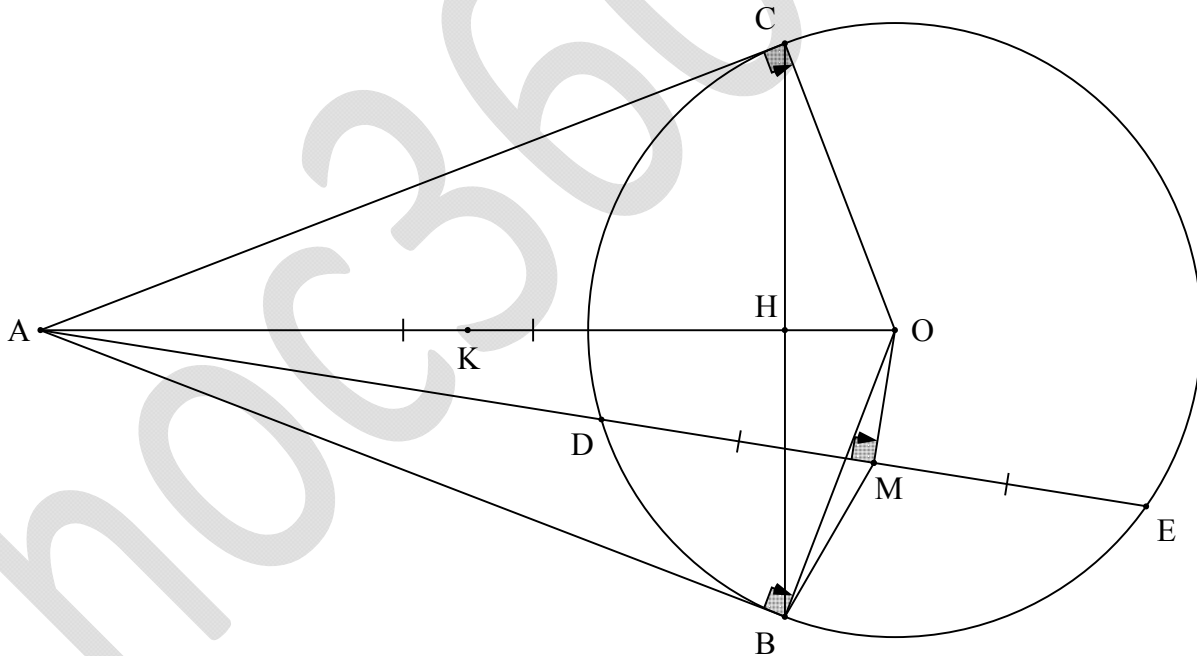
Giá trị lớn nhất của $S_{\text{bán}}$ là: $\text{Max}S_{\text{bán}} = 1250$ (m^2) khi và chỉ khi $x = 25$

Vậy số tiền lớn nhất mà Bác Tư nhận được khi bán đất là: $1250.2000000 = 2,500,000,000$ VNĐ

Câu 5: (3,5 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$. Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AB và AC với (O) (B, C là hai tiếp điểm). Vẽ cát tuyến ADE của (O) (D nằm giữa A và E , tia AD nằm giữa hai tia AB và AO). Gọi H là giao điểm của AO và BC

a) Gọi M là trung điểm của ED . Chứng minh các điểm A, B, M, O, C cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm và bán kính của đường tròn đó

Giải:



Ta có M là trung điểm của dây DE và dây DE không qua tâm O

$\Rightarrow OM \perp DE$ (liên hệ giữa đường kính và dây cung)

Ta có $\hat{A}BO = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

\Rightarrow Điểm B thuộc đường tròn đường kính AO (1)

Ta có $\hat{A}CO = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

\Rightarrow Điểm C thuộc đường tròn đường kính AO (2)

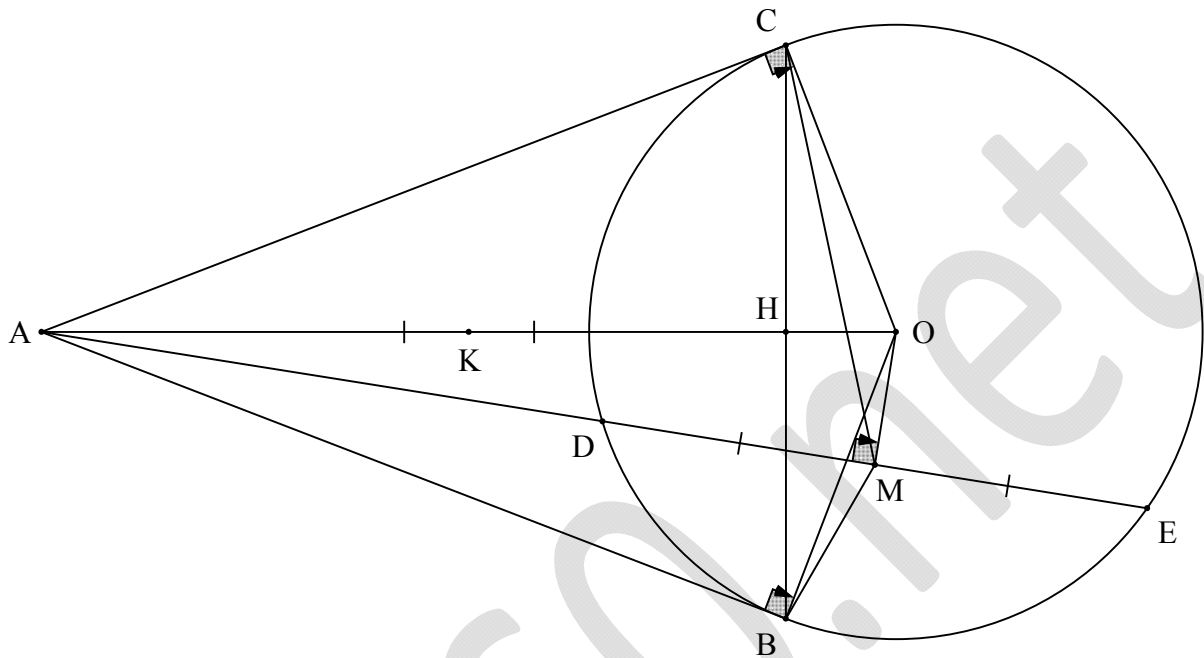
Ta có $\hat{A}MO = 90^\circ$ (vì $OM \perp DE$)

\Rightarrow Điểm M thuộc đường tròn đường kính AO (3)

Từ (1), (2) và (3) \Rightarrow 5 điểm A, B, M, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính AO có tâm K là trung điểm của OA và bán kính KO

b) Chứng minh MA là tia phân giác của \widehat{BMC}

Giải:

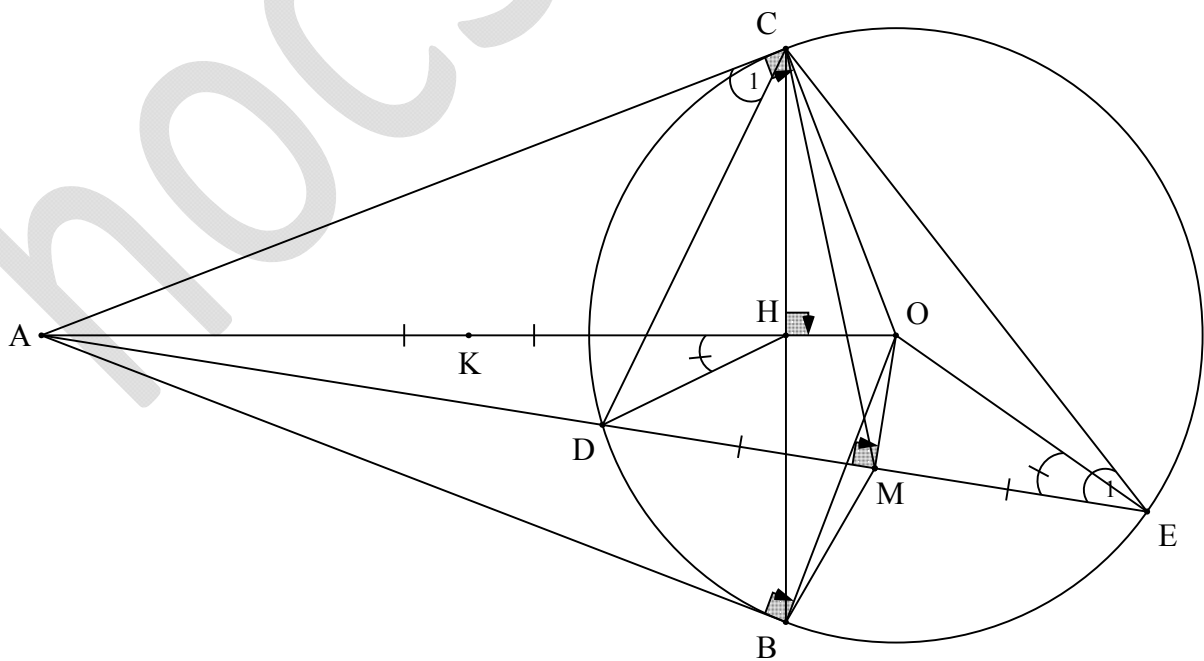


Ta có $\widehat{AMB} = \widehat{AOB}$ (cùng chắn cung AB của đường tròn (K))
 $= \widehat{AOC}$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)
 $= \widehat{AMC}$ (cùng chắn cung AC của đường tròn (K))

\Rightarrow MA là tia phân giác của \widehat{BMC}

c) Chứng minh tứ giác DHOE là tứ giác nội tiếp

Giải:



Ta có $AB = AC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$$OB = OC = R$$

$\Rightarrow AO$ là đường trung trực của đoạn thẳng BC

$\Rightarrow AO \perp BC$ tại H

Ta có $\triangle ACO$ vuông tại C có CH là đường cao

$$\Rightarrow AH \cdot AO = AC^2 \quad (4) \text{ (hệ thức lượng)}$$

Xét $\triangle ACD$ và $\triangle AEC$ có:

\widehat{CAD} : chung

$$\widehat{C}_1 = \widehat{E}_1 \text{ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)}$$

$$\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle AEC \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AC} \Leftrightarrow AC^2 = AD \cdot AE \quad (5)$$

$$\text{Từ (4) và (5)} \Rightarrow AH \cdot AO = AD \cdot AE \quad (6)$$

Xét $\triangle AHD$ và $\triangle AEO$ có:

\widehat{DAH} : chung

$$\frac{AH}{AE} = \frac{AD}{AO} \text{ (do (6))}$$

$$\Rightarrow \triangle AHD \sim \triangle AEO \text{ (c.g.c)}$$

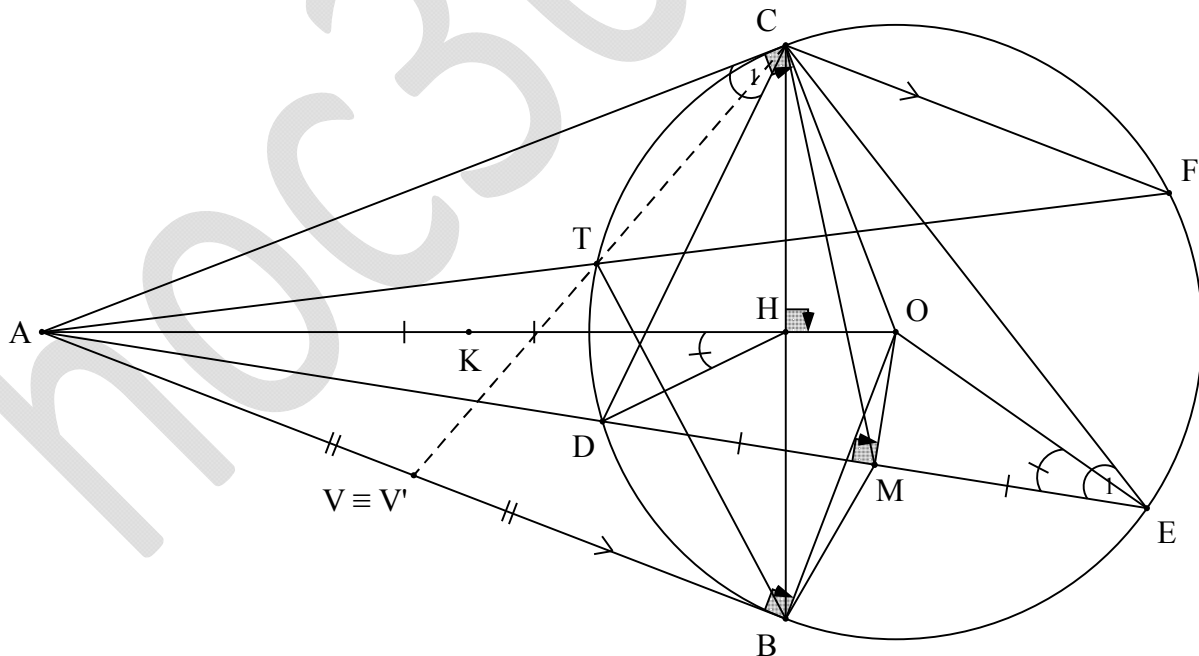
$$\Rightarrow \widehat{AHD} = \widehat{AEO} \quad (7) \text{ (2 góc tương ứng)}$$

Xét tứ giác $DHOE$ có: $\widehat{AHD} = \widehat{AEO}$ (do (7))

\Rightarrow Tứ giác $DHOE$ nội tiếp (góc trong bằng góc đối ngoài)

- d) Kẻ dây CF song song với AB . Gọi T là giao điểm của AF và (O) . Gọi V là trung điểm của AB . Chứng minh ba điểm C, T, V thẳng hàng

Giải:



Gọi V' là giao điểm của CT và AB

Ta có $\widehat{V'AT} = \widehat{CFT}$ (vì $CF \parallel AB$ và 2 góc ở vị trí so le trong)

$$= \widehat{V'CA} \quad (8) \text{ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)}$$

Xét $\triangle V'AT$ và $\triangle V'CA$ có:

$\widehat{A\hat{V}T}$: chung

$$V'\widehat{AT} = V'\widehat{CA} \text{ (do (8))}$$

$$\Rightarrow \Delta V'AT \sim \Delta V'CA \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{V'A}{V'C} = \frac{V'T}{V'A} \Leftrightarrow V'A^2 = V'C \cdot V'T \text{ (9)}$$

Xét $\Delta V'BT$ và $\Delta V'CB$ có:

$\widehat{B\hat{V}T}$: chung

$$V'\widehat{BT} = V'\widehat{CB} \text{ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)}$$

$$\Rightarrow \Delta V'BT \sim \Delta V'CB \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{V'B}{V'C} = \frac{V'T}{V'B} \Leftrightarrow V'B^2 = V'C \cdot V'T \text{ (10)}$$

$$\text{Từ (9) và (10)} \Rightarrow V'A^2 = V'B^2 \Leftrightarrow V'A = V'B$$

$$\Rightarrow V' \text{ là trung điểm của } AB$$

$$\Rightarrow V' \equiv V$$

Vậy 3 điểm C, T, V thẳng hàng