BÀI GIẢI

Câu 1:

a) Giải phương trình: $x\left(3x-4\sqrt{3}\right)=-4$ (1)

Giải:

$(1)\Leftrightarrow 3x^2-4\sqrt{3}x+4=0$

Ta có $\Delta'=\left(-2\sqrt{3}\right)^2-3.4=12-12=0$

Do $\Delta'=0$ nên phương trình (1) có nghiệm kép:

$$x_1=x_2=-\frac{b'}{a}=-\frac{-2\sqrt{3}}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là: $S=\left\{\frac{2\sqrt{3}}{3}\right\}$

b) Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày?

Giải:

Gọi x (ngày) là thời gian mà xe chở hàng theo kế hoạch (x > 0)

$\Rightarrow$ Mỗi ngày xe chở hàng theo kế hoạch được là: $\frac{140}{x}$ (tấn hàng)

$\Rightarrow$ Mỗi ngày xe chở hàng theo thực tế được là: $\frac{140}{x}+5$ (tấn hàng)

Thời gian xe chở hàng theo thực tế là: x – 1 (ngày) (x > 1)

$\Rightarrow$ Số tấn hàng xe chở được theo thực tế là: $(x-1)\left(\frac{140}{x}+5\right)$ (tấn hàng)

Theo đề bài, ta có phương trình: $(x-1)\left(\frac{140}{x}+5\right)=140+10$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-1)(140+5x)}{x}=150$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(140+5x)=150x$$

$$\Leftrightarrow 140x+5x^2-140-5x-150x=0$$

$$\Leftrightarrow 5x^2-15x-140=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-3x-28=0\ (2)$$

Ta có $\Delta=(-3)^2-4.1.(-28)=9+112=121>0;\sqrt{\Delta}=\sqrt{121}=11$

Do $\Delta>0$ nên phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1=\frac{3+11}{2.1}=7\ \text{(nhận)};\ x_2=\frac{3-11}{2.1}=-4\ \text{(loại)}$$

Vậy thời gian mà xe chở hàng theo kế hoạch là: 7 (ngày)

Câu 2: Cho parabol $(P): y=x^2$

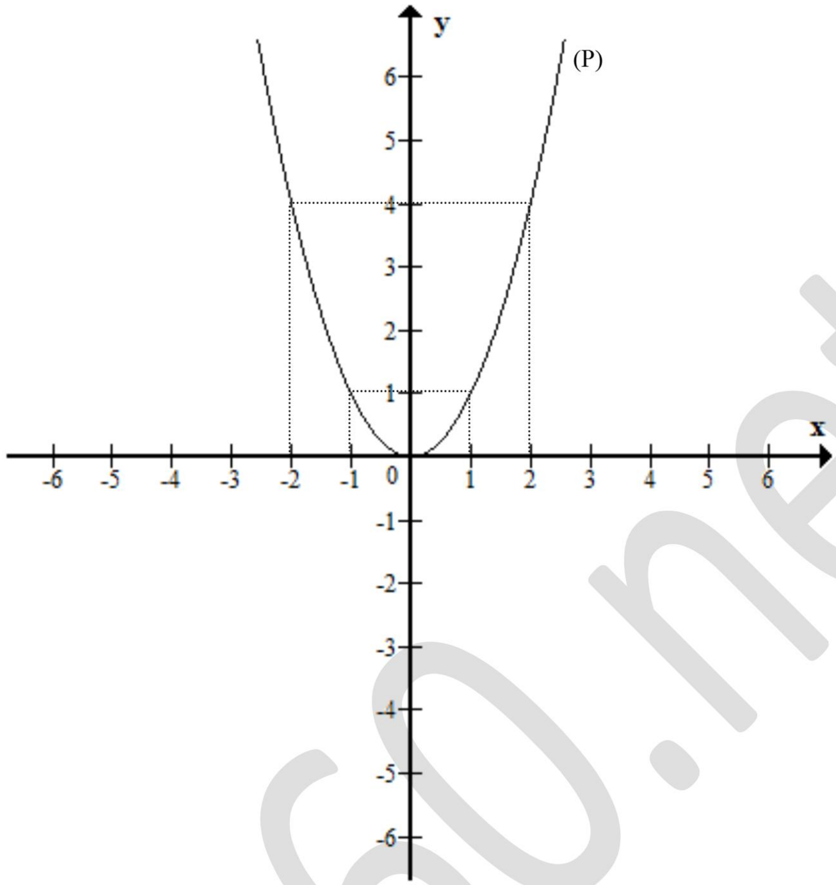
a) Vẽ (P) trên hệ trục tọa độ

Giải:

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị



b) Viết phương trình đường thẳng song song với $(d): y = 2x + 1$ và cắt (P) tại điểm có hoành độ là 1

Giải:

Gọi (D): y = ax + b (a ≠ 0) là đường thẳng song song với $(d): y = 2x + 1$ và cắt (P) tại điểm có hoành độ là 1

Ta có (D)//(d) $\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b \neq 1 \end{cases} \Rightarrow (D): y = 2x + b \ (b \neq 1)$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D) có dạng: $x^2 = 2x + b$ (3)

Do (D) cắt (P) tại điểm có hoành độ là 1 nên x = 1 là nghiệm của phương trình (3)

$\Rightarrow 1^2 = 2.1 + b \Rightarrow b = -1$ (thỏa)

Vậy $(D): y = 2x - 1$ là đường thẳng cần tìm

Câu 3:

a) Rút gọn biểu thức: $A = \dfrac{\sqrt{7+\sqrt{5}} + \sqrt{7-\sqrt{5}}}{\sqrt{7+2\sqrt{11}}}$

Giải:

Ta có: $A = \dfrac{\sqrt{7+\sqrt{5}} + \sqrt{7-\sqrt{5}}}{\sqrt{7+2\sqrt{11}}} > 0$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{7+\sqrt{5}+2\sqrt{7+\sqrt{5}}\sqrt{7-\sqrt{5}}+7-\sqrt{5}}{7+2\sqrt{11}} = \frac{14+2\sqrt{\left(7+\sqrt{5}\right)\left(7-\sqrt{5}\right)}}{7+2\sqrt{11}}$$

$$=\frac{14+2\sqrt{49-5}}{7+2\sqrt{11}}=\frac{14+2\sqrt{44}}{7+2\sqrt{11}}=\frac{14+4\sqrt{11}}{7+2\sqrt{11}}=\frac{2\left(7+2\sqrt{11}\right)}{7+2\sqrt{11}}=2$$

b) Thống kê số lượng học sinh giỏi, khá, trung bình học kỳ 1 khối 9 của một trường như sau:

	9A	9B	9C
Học sinh giỏi	30	25	20
Học sinh khá	15	18	20
Học sinh trung bình	3	5	8

Hãy tính tỉ lệ học sinh giỏi của trường. So sánh tỉ lệ học sinh được khen thưởng của ba lớp 9A, 9B, 9C (học sinh đạt từ khá trở lên sẽ nhận được khen thưởng của nhà trường)

Giải:

Tỉ lệ học sinh giỏi của trường là: $\dfrac{(30+25+20).100\%}{30+15+3+25+18+5+20+20+8}\approx 52{,}08\%$

Tỉ lệ học sinh được khen thưởng của lớp 9A là: $\dfrac{(15+30).100\%}{3+15+30}=93{,}75\%$

Tỉ lệ học sinh được khen thưởng của lớp 9B là: $\dfrac{(18+25).100\%}{5+18+25}\approx 89{,}58\%$

Tỉ lệ học sinh được khen thưởng của lớp 9C là: $\dfrac{(20+20).100\%}{8+20+20}\approx 83{,}33\%$

Vậy tỉ lệ học sinh được khen thưởng của ba lớp như sau:

9A > 9B > 9C (vì 93,75% > 89,58% > 83,33%)

Câu 4: Cho phương trình: $x^2-(3m-2)x+2m^2-m-3=0$ (1) (m là tham số)

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m

Giải:

Ta có $\Delta=[-(3m-2)]^2-4.1.(2m^2-m-3)=9m^2-12m+4-8m^2+4m+12=m^2-8m+16$

$=(m-4)^2\ge 0,\forall m$

Do $\Delta\ge 0,\forall m$ nên phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m

b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1). Tìm m để $x_1 = 3x_2$

Giải:

Theo câu a, $\Delta\ge 0,\forall m$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa hệ thức Vi-ét:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{-(3m-2)}{1}=3m-2 \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{2m^2-m-3}{1}=2m^2-m-3 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta có $x_1 = 3x_2$ thay vào hệ thức Vi-ét ta được:

$$\begin{cases} 3x_2+x_2=3m-2 \\ 3x_2.x_2=2m^2-m-3 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x_2=\dfrac{3m-2}{4} \\ x_2^2=\dfrac{2m^2-m-3}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3m-2}{4}\right)^2 = \frac{2m^2-m-3}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9m^2-12m+4}{16} = \frac{2m^2-m-3}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3(9m^2-12m+4) = 16(2m^2-m-3)$$

$$\Leftrightarrow 27m^2-36m+12 = 32m^2-16m-48$$

$$\Leftrightarrow 32m^2-16m-48-27m^2+36m-12=0$$

$$\Leftrightarrow 5m^2+20m-60=0$$

$$\Leftrightarrow m^2+4m-12=0 \ (*)$$

Ta có $\Delta' = 2^2 - 1.(-12) = 4+12 = 16 > 0; \sqrt{\Delta'} = \sqrt{16} = 4$

Do $\Delta' > 0$ nên phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt:

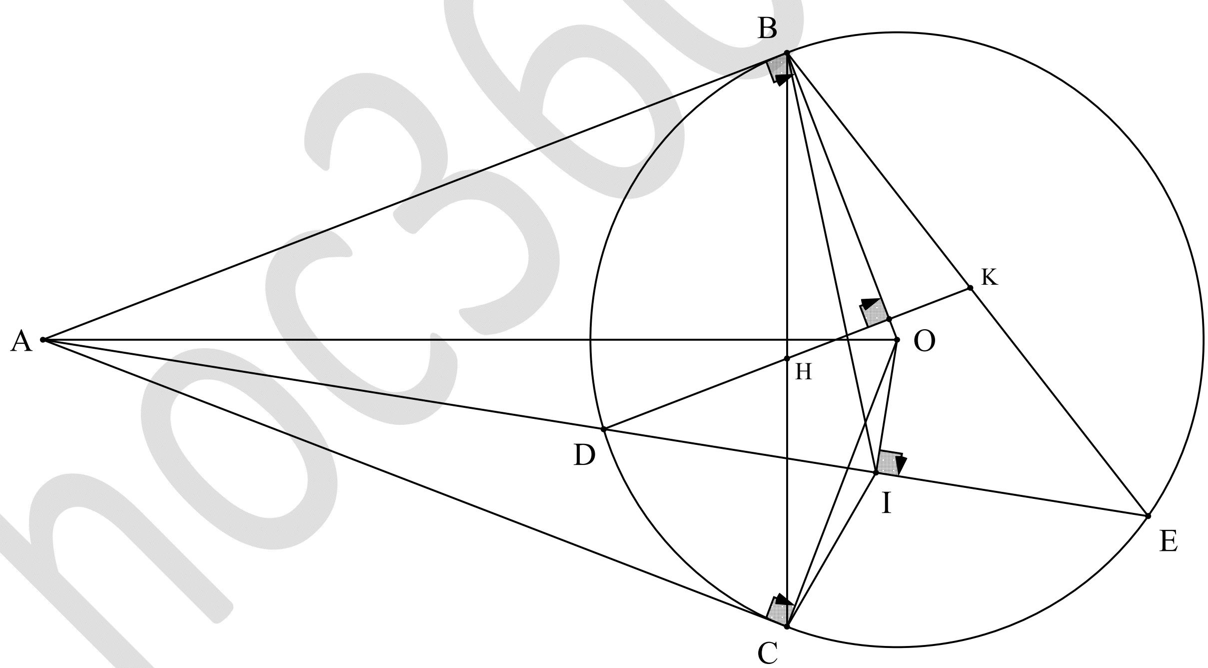
$$m_1 = \frac{-2+4}{1} = 2; m_2 = \frac{-2-4}{1} = -6$$

Vậy $m_1 = 2; m_2 = -6$ là các giá trị cần tìm

Câu 5: Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O; R) vẽ các tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE (D và E thuộc (O) và D nằm giữa A và E). Đường thẳng qua D vuông góc với OB cắt BC, BE lần lượt tại H và K. Vẽ OI vuông góc với AE tại I

a) Chứng minh rằng bốn điểm B, I, O, C cùng thuộc một đường tròn

Giải:



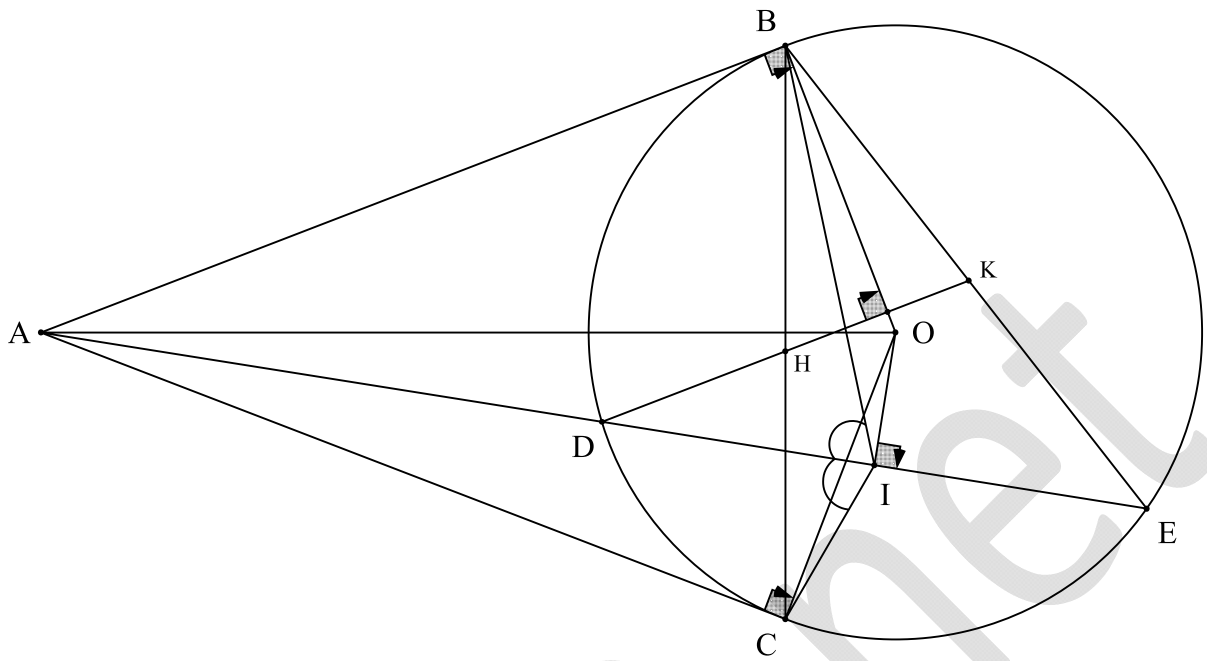
Ta có $\widehat{ABO} = \widehat{ACO} = \widehat{AIO} = 90^0$ (tính chất tiếp tuyến; OI $\perp$ AE)

$\Rightarrow$ 5 điểm A, B, O, I, C cùng thuộc đường tròn đường kính AO

$\Rightarrow$ 4 điểm B, I, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính AO

b) Chứng minh rằng IA là phân giác góc BIC

Giải:



Ta có $\widehat{AIB} = \widehat{AOB}$ (cùng chắn cung AB của đường tròn đường kính AO)

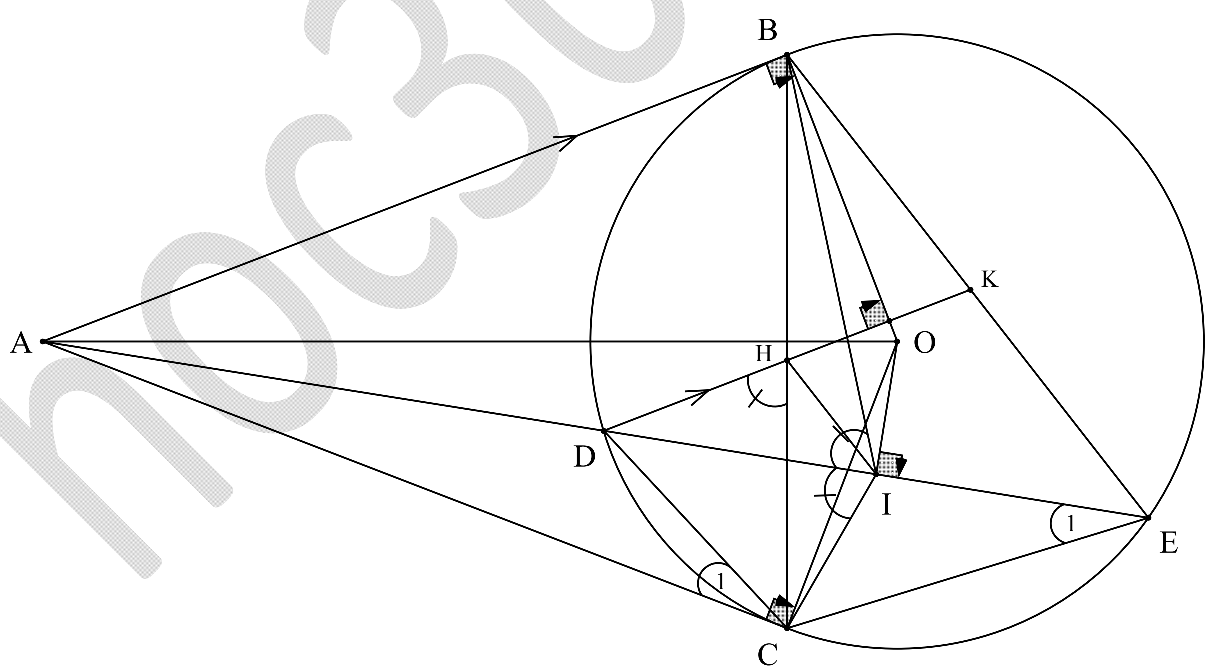
$= \widehat{AOC}$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$= \widehat{AIC}$ (cùng chắn cung AC của đường tròn đường kính AO)

$\Rightarrow$ IA là phân giác góc BIC

c) Chứng minh rằng $AC^2 = AD.AE$ và tứ giác IHDC nội tiếp

Giải:



Xét ΔACD và ΔAEC có:

$\widehat{DAC}$: chung

$\hat{C}_1 = \hat{E}_1$ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

$\Rightarrow \Delta ACD \backsim \Delta AEC$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AC} \Leftrightarrow AC^2 = AD.AE\ (1)$

Ta có $\widehat{DHC} = \widehat{BHK}$ (2 góc đối đỉnh)

$= \widehat{ABC}$ (vì HK//AB cùng vuông góc với OB và 2 góc ở vị trí so le trong)

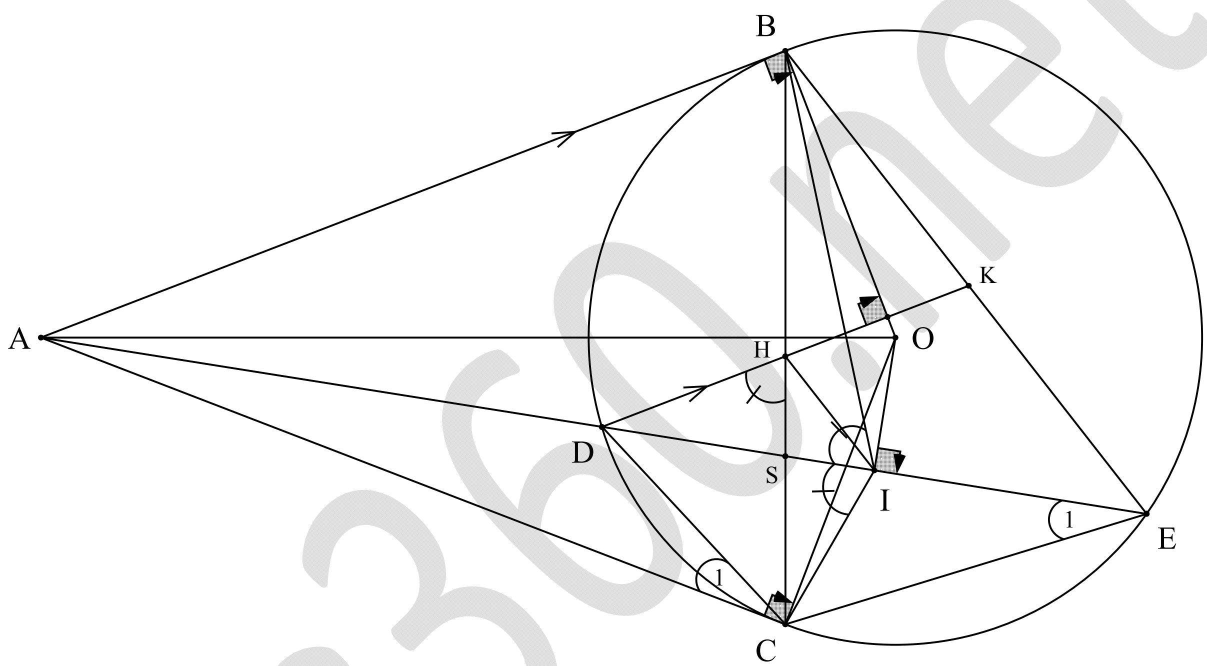
$= \widehat{DIC}$ (2) (cùng chắn cung AC của đường tròn đường kính AO)

Xét tứ giác IHDC có: $\widehat{DHC} = \widehat{DIC}$ (do (2))

$\Rightarrow$ Tứ giác IHDC nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh H, I liên tiếp cùng nhìn cạnh DC dưới một góc bằng nhau)

d) Gọi S là giao điểm của BC và AD. Chứng minh: $\frac{1}{AD} + \frac{1}{AE} = \frac{2}{AS}$

Giải:



Ta có OI $\perp$ DE và dây DE không qua tâm O

$\Rightarrow$ I là trung điểm của DE

$\Rightarrow$ DE = 2DI (3)

Ta có $\frac{1}{AD} + \frac{1}{AE} = \frac{2}{AS}$

$\Leftrightarrow \frac{AE + AD}{AD.AE} = \frac{2}{AS} \Leftrightarrow \frac{AD + DE + AD}{AD.AE} = \frac{2}{AS} \Leftrightarrow \frac{2AD + 2DI}{AD.AE} = \frac{2}{AS}$ (do (3))

$\Leftrightarrow \frac{2(AD + DI)}{AD.AE} = \frac{2}{AS} \Leftrightarrow \frac{2AI}{AD.AE} = \frac{2}{AS} \Leftrightarrow AI.AS = AD.AE\ (*)$

Ta có $\widehat{ACS} = \widehat{AIB}$ (cùng chắn cung AB của đường tròn đường kính AO)

$= \widehat{AIC}$ (4) (vì IA là phân giác góc BIC)

Xét ΔACS và ΔAIC có:

$\widehat{CAS}$: chung

$\widehat{ACS} = \widehat{AIC}$ (do (4))

$\Rightarrow \Delta ACS \backsim \Delta AIC$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AS}{AC} = \frac{AC}{AI} \Leftrightarrow AI.AS = AC^2\ (5)$

Từ (1) và (5) $\Rightarrow$ AI.AS = AD.AE

$$\Leftrightarrow \frac{1}{AD} + \frac{1}{AE} = \frac{2}{AS} \text{ (do (*))}$$