

Hướng dẫn:

a) $S_{xq} = \pi r l$

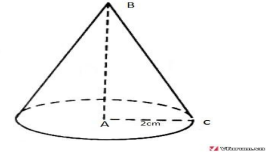
$r = AC = 5 \text{ cm}$

$l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ (cm)}$

$S_{xq} = \pi \cdot 5 \cdot 5\sqrt{2} = 25\pi\sqrt{2} = 111,07 \text{ (cm}^2\text{)}$

$S_{tp} = \pi r l + \pi r^2 = 25\pi\sqrt{2} + 25\pi = 189,52 \text{ (cm}^2\text{)}$

b) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 5 \approx 130,83 \text{ (m}^3\text{)}$



Bài 8. Cho một hình nón có diện tích xung quanh $50\pi \text{ cm}^2$, độ dài đường sinh bằng 10cm.

a) Tính diện tích toàn phần.

b) Tính thể tích hình nón.

Hướng dẫn:

a) Diện tích xung quanh hình nón bằng 50π , nên:

$\pi r l = 50\pi$ hay $10\pi r = 50\pi$ suy ra $r = 5 \text{ cm}$

$S_{tp} = \pi r l + \pi r^2 = 50\pi + 25\pi \approx 235,5 \text{ (cm}^2\text{)}$

b) $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Trong đó $h = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$

Vậy $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3}\pi 5^2 \cdot 5\sqrt{3} \approx 226,34 \text{ (cm}^3\text{)}$

Bài 9. Người ta cần làm một cái lều hình nón cao 3m, bán kính đường tròn đáy 2m. Biết rằng diện tích vải thừa ra để làm mép khâu bằng 5% diện tích xung quanh.

a) Tính độ dài đường sinh.

b) Tính số vải cần dùng để lợp chiếc lều đó.

Hướng dẫn:

a) Độ dài đường sinh của hình nón là: $l = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \text{ (m)}$

b) Số vải cần dùng bằng diện tích xung quanh của hình nón cộng với 5% của diện tích đó

Vì vậy nếu gọi S là số vải cần dùng thì:

$S = \pi r l \cdot 105\%$

Vậy $S = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{13} \cdot 105\% \approx 23,7 \text{ (m}^2\text{)}$

Bài 10. Cho hình nón cụt với hai bán kính đáy lần lượt bằng 6cm và 10cm, đường sinh bằng 16cm.

a) Tính diện tích xung quanh.

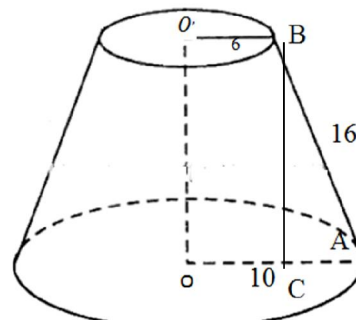
b) Tính đường cao và thể tích hình nón cụt.

Hướng dẫn:

a) $S_{xq} = \pi l(r_1 + r_2) = \pi \cdot 16(10 + 6) = 256\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

b) Từ B kẻ $BC \parallel OO'$

Vậy $BC = OO'$, $OB = OC = 6$



⇒ CA= 4. Trong tam giác vuông ABC

$$\text{Ta có } BC^2 = AB^2 - AC^2 = 16^2 - 4^2$$

$$= 240 \Rightarrow BC = 4\sqrt{15}$$

$$V = \frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

$$V = \frac{1}{3}\pi 4\sqrt{15}(100+36+60) = \frac{784\pi}{3}\sqrt{15}(\text{cm}^3)$$

Bài 11. Tính diện tích mặt cầu biết bán kính là R = 8 cm

Lời giải:

- Diện tích mặt cầu là: $S = 4\pi.R^2 = 4.3,14.8^2 = 803,84(\text{cm}^2)$

Bài 12. Một hình cầu có thể tích là $V = 523,33 \text{ cm}^3$. Tính bán kính của hình tròn lớn. (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

Lời giải: Gọi bán kính của hình cầu là R thì bán kính của hình tròn lớn cũng là R. Nên ta có:

$$V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot R^3 \Rightarrow \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot R^3 = 523,33$$

$$\Rightarrow R^3 = 124,99 \Rightarrow R = \sqrt[3]{124,99} \approx 4,999 \approx 5(\text{cm})$$

Đáp số: $R \approx 5\text{cm}$

Bài 13. Một hình cầu có diện tích hình tròn lớn là $208,4\text{cm}^2$. Tính thể tích của hình cầu.(Làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

Lời giải: Gọi bán kính của hình cầu là R thì bán kính của hình tròn lớn là R

Ta có diện tích của đường tròn : $S_{dt} = \pi R^2 = 3,14 \cdot R^2 = 208,4$

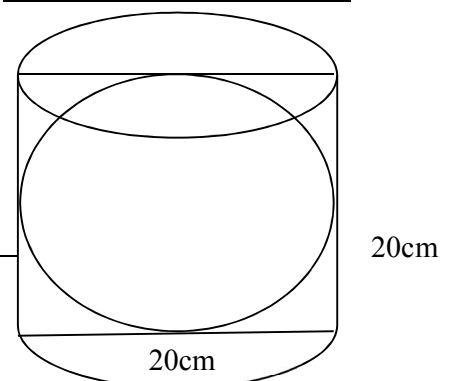
$$\Rightarrow R^2 = \frac{208,4}{3,14} \approx 66,37$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{66,37} \approx 8,15\text{cm}$$

- Thể tích của hình cầu: $V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (8,15)^3 = 226,42(\text{cm}^3)$

Bài 14. Một bể cá (như hình vẽ) gồm một hình trụ ngoại tiếp hình cầu: Tính thể tích không khí c?n lại mà thể tích hình trụ chưa chiếm chỗ hết. Biết đường sinh của h?nh trụ là 20cm, đường kính của hình cầu là 20cm(kết quả Làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

Lời giải:



Ta có: $V_{\text{trụ}} = \pi \cdot R^2 \cdot h = 3,14 \cdot 10^2 \cdot 20 = 6280(\text{cm}^3)$

$\Rightarrow V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 10^3 = 4186,67(\text{cm}^3)$

Thể tích không khí là: $V_{\text{k.khí}} = V_{\text{trụ}} - V_{\text{cầu}} = 6280 - 4186,67 = 2093,33(\text{cm}^3)$

Bài 15. Cho một hình cầu có bán kính là 27cm. Tính diện tích hình tròn lớn, diện tích mặt cầu, thể tích hình cầu.

Lời giải: Hình cầu có bán kính là 27cm. Suy ra Bán kính hình tròn lớn cũng bằng 27cm

a) $S_{\text{ht}} = \pi \cdot R^2 = 729 \cdot \pi(\text{cm}^2)$

b) $S_{\text{m.cầu}} = 4\pi \cdot R^2 = 2916 \cdot \pi(\text{cm}^2)$

c) $V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot R^3 = 26244 \cdot \pi(\text{cm}^3)$

IV. VẬN DỤNG CAO:

Bài 1. Chiều cao của một hình trụ bằng bán kính đường tròn đáy. Diện tích xung quanh của hình trụ là $314(\text{cm}^2)$.

Hãy tính bán kính đường tròn đáy và thể tích hình trụ (làm tròn kết quả đến số thập phân thứ hai).

Giải:

Ta có $S_{\text{xq}} = 2\pi rh = 314(\text{cm}^2)$

$$r^2 = \frac{S_{\text{xq}}}{2\pi}$$

$\Rightarrow r \approx 7,07(\text{cm})$

Thể tích của hình trụ: $V = \pi r^2 h = 3,14 \cdot 7,07^3 \approx 1109,65(\text{cm}^3)$

Bài 2. Một hình trụ có bán kính đáy là 7 cm, diện tích xung quanh bằng 352 cm^2 . Tính chiều cao của hình trụ:

Giải:

Ta có : $S_{xq} = 352 \text{ cm}^2$, $r = 7 \text{ cm}$

Từ công thức $S_{xq} = 2\pi rh$ suy ra $h = \frac{S_{xq}}{2\pi r}$

$$\Rightarrow h = \frac{352}{2 \cdot 3,14 \cdot 7} = 8 \text{ (cm)}$$

Vậy chiều cao của hình trụ là 8 cm

Bài 3. Chiều cao của hình trụ bằng 7cm, bán kính đáy bằng 5cm. Tính diện tích của thiết diện song song với trục và cách trục 4cm (Khoảng cách từ trục đến thiết diện chính là khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến dây cung mà mặt phẳng cắt hình tròn đáy của hình trụ)

Giải:

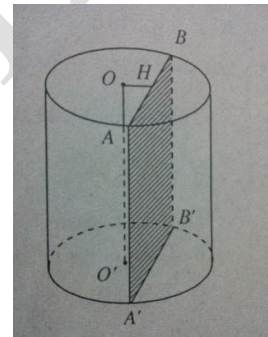
Từ O tâm đáy trên của hình trụ kẻ $OH \perp AB$

\Rightarrow OH khoảng cách giữa trục và thiết diện, nên $OH = 4 \text{ cm}$

Ta có $OA = 5 \text{ cm} \Rightarrow AH = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$

$\Rightarrow AB = 2AH = 6 \text{ cm}$

$AA' = 7 \text{ cm} \Rightarrow$ Diện tích thiết diện $AA'B'B$ là: $7 \cdot 6 = 42 \text{ cm}^2$



Bài 4. Cho tam giác ABC vuông ở A. Gọi V_1, V_2, V_3 theo thứ tự là thể tích của những hình sinh ra khi quay tam giác ABC một vòng quanh các cạnh BC, AB, AC. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{V_1^2} = \frac{1}{V_2^2} + \frac{1}{V_3^2}$$

Hướng dẫn:

Gọi độ dài cạnh huyền của tam giác vuông là a, độ dài các cạnh góc vuông của tam giác là b, c và h là chiều cao kẻ từ đỉnh góc vuông xuống cạnh huyền.

Ta có: $h = \frac{bc}{a}$

$$V_1 = \frac{1}{3} BC \cdot AH^2 = \frac{\pi b^2 c^2}{3a}, \text{ suy ra } \frac{1}{V_1^2} = \frac{9a^2}{\pi^2 b^4 c^4}$$

Tương tự: $\frac{1}{V_2^2} = \frac{9}{\pi^2 b^4 c^2}$ và $\frac{1}{V_3^2} = \frac{9}{\pi^2 b^2 c^4}$ Do đó

$$\frac{1}{V_2^2} + \frac{1}{V_3^2} = \frac{9}{\pi^2 b^4 c^2} + \frac{9}{\pi^2 b^2 c^4} = \frac{9(b^2 + c^2)}{\pi^2 b^4 c^4} = \frac{9a^2}{\pi^2 b^4 c^4}$$

Vậy

$$\frac{1}{V_1^2} = \frac{1}{V_2^2} + \frac{1}{V_3^2}$$

Bài 5. Người ta sơn 100 chậu đựng nước dạng hình nón cụt, bán kính miệng chậu là 30 cm, bán kính đáy chậu là 25cm, đường sinh 27,5cm. Biết rằng cứ sơn 1 m^2 thì hết 150 gam dầu sơn. Hỏi sơn cả hai mặt chậu thì hết bao nhiêu kg dầu sơn?

Hướng dẫn:

Diện tích phải sơn bằng hai lần của tổng giữa diện tích xung quanh của hình nón cụt với diện tích đáy rồi nhân với 100

Diện tích cần sơn là:

$$S \approx 134(m^2)$$

Khối lượng sơn cần dùng là:

$$0,15.134 = 20 \text{ (kg)}$$

Bài 6. Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh a . Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình nón.

Hướng dẫn:

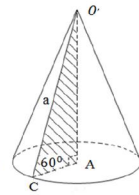
Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều cạnh a

Vậy chiều cao của hình nón là $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$l = a, r = \frac{a}{2}$$

$$S_{tp} = \pi r l + \pi r^2 = \frac{3\pi a^2}{4} \text{ (đvdt)}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{24} \text{ (đvtt)}$$



Bài 7. Một hình cầu nội tiếp hình nón. Khi hình cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh và mặt đáy của hình nón. Tính diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu nội tiếp hình nón mà thiết diện qua trục hình nón là tam giác đều cạnh a .

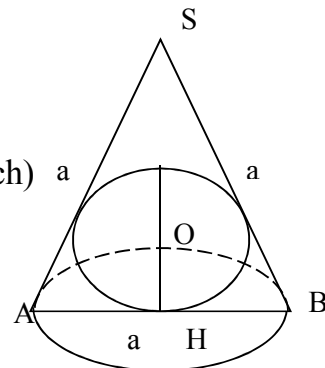
Lời giải:

- Đường tròn lớn của hình cầu nội tiếp hình nón chính là đường tròn nội tiếp tam giác đều SAB

$$\text{Vậy } R = OH = \frac{SH}{3} \text{ Mà } SH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

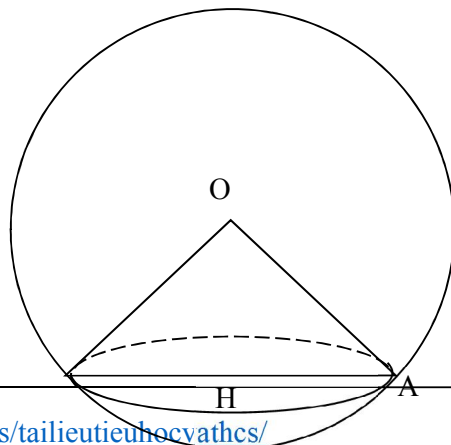
$$+) S_{m.cầu} = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 = \frac{1}{3}\pi a^2 \text{ (đơn vị diện tích)}$$

$$+) V_{cầu} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^3 = \frac{1}{54}\sqrt{3}\pi a^3 \text{ (đơn vị thể tích)}$$



Bài 7. Một hình nón có đỉnh là tâm của một hình cầu có đáy là một hình tròn có bán kính là 40dm tạo bởi mặt phẳng cắt hình cầu và cách tâm hình cầu là 9dm. tính thể tích hình cầu.

Lời giải:



Ta thấy đường sinh của hình nón là bán kính của hình cầu nên

$$l = OA = R$$

Mặt phẳng cắt hình cầu cách tâm của hình cầu là 9dm. Nên $OH = 9(\text{dm})$

\Rightarrow Bán kính của hình cầu : $OA^2 = HA^2 + OH^2$ (Pytago)

$\Rightarrow OA^2 = 40^2 + 9^2 = 1681 \Rightarrow OA = \sqrt{1681} = 41(\text{dm})$

$\Rightarrow V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 41^3 = 288549,25(\text{dm}^3)$

Bài 8. Một hình cầu có $V = \frac{4}{3} \cdot \pi^4$ một hình cầu khác có bán kính bằng $\frac{1}{2}$ bán kính của hình cầu thứ nhất. Tính thể tích của hình cầu thứ 2.

Lời giải: Thể tích của hình cầu thứ nhất là R_1 và hình cầu thứ 2 là R_2

\Rightarrow Thể tích hình cầu thứ nhất là : $V_1 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_1^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi^4$

$\Rightarrow R_1 = \pi$.

\Rightarrow Bán kính của hình cầu thứ 2 : $R_2 = \frac{\pi}{2}$

+) Thể tích của hình cầu thứ 2 là $V_2 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_2^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^3 = \frac{1}{6} \pi^4$