$\Rightarrow$MAC và EBC (c.g.c) $\Rightarrow$ CM = CE $\Rightarrow$ tam giác MCE cân tại C (1)

Ta lại có $\widehat{CMB} = 45^0$ (vì chắn cung sd $\widehat{BC} = 90^0$)

. $\Rightarrow \widehat{CEM} = \widehat{CMB} = 45^0$ (tính chất tam giác MCE cân tại C)

Mà $\widehat{CEM} + \widehat{CMB} + \widehat{MCE} = 180^0$ (Tính chất tổng ba góc trong tam giác)

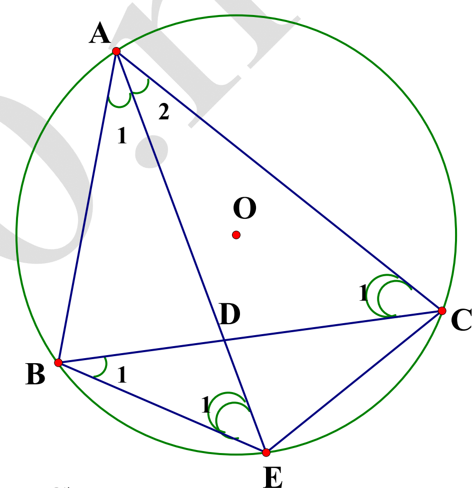
$\Rightarrow \widehat{MCE} = 90^0$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow$ tam giác MCE là tam giác vuông cân tại C (đpcm).

Câu 5. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O. Tia phân giác của góc BAC cắt BC ở D và cắt đường tròn (O) tại E.

a) Chứng minh AB.AC = AD.AE

b) Chứng minh rằng: ED.EA = EB^2



Đáp án:

a) Xét hai tam giác AEB và ACD có

$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ (GT)

$\hat{E}_1 = \hat{C}_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB)

=> ΔAEB đồng dạng với ΔACD (g-g)

=> $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{AB}{AD}$ hay AB.AC = AD.AE

b) -Có $\hat{B}_1 = \hat{A}_2$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EC)

$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ (gt) => $\hat{B}_1 = \hat{A}_1$ (cùng bằng $\hat{A}_2$)

-Xét hai tam giác EAB và EBD có

$\hat{B}_1 = \hat{A}_1$

$\hat{E}_1$ là góc chung (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB)

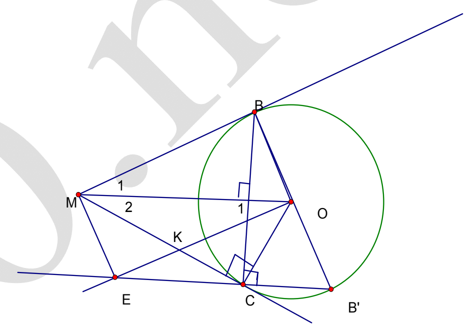
=> Δ EAB đồng dạng với ΔEBD (g-g)

=> $\dfrac{EA}{EB} = \dfrac{EB}{ED}$ hay ED.EA =EB^2

Câu 6 .Cho đường tròn (O;R) (điểm O cố định, giá trị R không đổi) và điểm M nằm bên ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MB, MC (B,C là các tiếp điểm) của (O).

Vẽ đường kính BB’ của (O). Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BB’,đường thẳng này cắt MC và B’C lần lượt tại K và E. Chứng minh rằng:

1. 4 điểm M,B,O,C cùng nằm trên một đường tròn.
2. Đoạn thẳng ME = R.
3. Khi điểm M di động mà OM = 2R thì điểm K di động trên một đường tròn cố định, chỉ rõ tâm và bán kính của đường tròn đó.

1) Chứng minh M, B, O, C cùng thuộc 1 đường tr?n Ta có: $\angle MBO = 90^0$ (vì MB là tiếp tuyến) $\angle MCO = 90^0$ (vì MC là tiếp tuyến) $\Rightarrow \angle MBO + \angle MCO = 90^0 + 90^0 = 180^0$ $\Rightarrow$ Tứ giác MBOC nội tiếp (vì có tổng 2 góc đối bằng180^0)$\Rightarrow$4 điểm M, B, O, C cùng thuộc 1 đường tr?n	

2) Chứng minh ME = R:

Ta có MB//EO (v? cùng vuông góc với BB’)

=> $\angle O_1 = \angle M_1$ (so le trong)

Mà $\angle M_1 = \angle M_2$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) => $\angle M_2 = \angle O_1$ (1)

C/m được MO//EB’ (vì cùng vuông góc với BC)

=> $\angle O_1 = \angle E_1$ (so le trong) (2)

Từ (1), (2) => $\angle M_2 = \angle E_1$ => Tứ giác MOCE nội tiếp

=> $\angle MEO = \angle MCO = 90^0$

=> $\angle MEO = \angle MBO = \angle BOE = 90^0$ => Tứ giác MBOE là hình chữ nhật

=> ME = OB = R (điều phải chứng minh)

3) Chứng minh khi OM=2R thì K di động trên 1 đường tròn cố định:

Chứng minh được Tam giác MBC đều => $\angle BMC = 60^0$

=> $\angle BOC = 120^0$

=> $\angle KOC = 60^0 - \angle O_1 = 60^0 - \angle M_1 = 60^0 - 30^0 = 30^0$

Trong tam giác KOC vuông tại C, ta có:

$$CosKOC = \frac{OC}{OK} \Rightarrow OK = \frac{OC}{Cos30^0} = R : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$$

Mà O cố định, R không đổi => K di động trên đường tròn tâm O,

bán kính = $\frac{2\sqrt{3}R}{3}$ (điều phải chứng minh)

Câu 7. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB = 2R và tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Từ điểm M trên Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm). AC cắt OM tại E; MB cắt nửa đường tròn (O) tại D (D khác B).

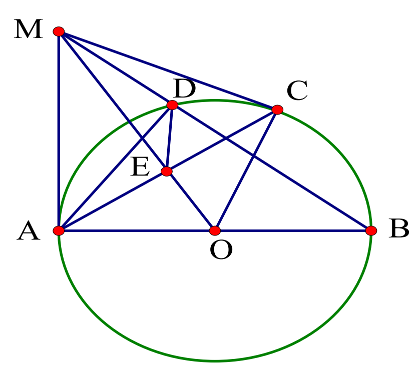
a) Chứng minh AMCO là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh AMDE là tứ giác nội tiếp đường tròn.

c) Chứng minh $\widehat{ADE} = \widehat{ACO}$

Đáp án

Đáp án



a) $\widehat{MAO} = \widehat{MCO} = 90^0$ nên tứ giác AMCO nội tiếp

b) $\widehat{MDA} = \widehat{MEA} = 90^0$ Tứ giác AMDE cóD, E cùng nhìn AM dưới cùng một góc 90^0

Nên AMDE nội tiếp

c) Vì AMDE nội tiếp nên $\widehat{ADE} = \widehat{AME}$ (cùng chắn cung AE)

Vì AMCO nội tiếp nên $\widehat{ACO} = \widehat{AME}$ (cùng chắn cung AO)

Suy ra $\widehat{ADE} = \widehat{ACO}$

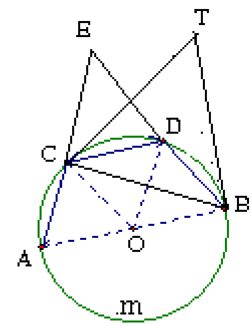
<u>Câu 8</u>:Trên một đường tròn ,lấy liên tiếp 3 cung AC,CD ,DB sao cho số đo 3 cung này bằng nhau và bằng 60 độ .Hai đường thẳng AC và BD cắt nhau tại E.Hai tiếp tuyến với đường tròn tại B và C cắt nhau tại T.Chứng minh rằng

a,Góc AEB bằng góc BTC

b,CD là tia phân giác của góc BCT

Đáp án:

a) Theo giả thiết ta có:



$$\text{sđ}\widehat{AEC} = \frac{\text{sđ}\overset{\frown}{AmB} - \text{sđ}\overset{\frown}{CD}}{2} \quad = \frac{180^0 - 60^0}{2} = 60^0$$

$$\text{sđ}\widehat{BTC} = \frac{\text{sđ}\overset{\frown}{BAC} - \text{sđ}\overset{\frown}{BDC}}{2} \quad \frac{240^0 - 120^0}{2} = 60^0$$

Suy ra: $\widehat{AEC} = \widehat{BTC}$

b) Ta có $\widehat{BCD} = \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{BD} = 30^0$

$\widehat{TCD} = \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{CD} = 30^0$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung) => $\widehat{BCD} = \widehat{TCD} = 30^0$

Hay CD là tia phân giác của $\widehat{BCT}$

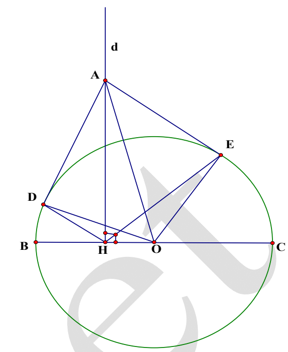
IV. VẬN DỤNG CAO

<u>Câu 1:</u> Cho đường tròn tâm O đường kính BC . Lấy điểm H thuộc BC , từ H kẻ đường thẳng d vuông góc với BC lấy điểm A trên d sao cho A nằm ngoài đường tròn . Kẻ tiếp tuyến AD, AE với đường tròn tâm O. Chứng minh tứ giác ADHE nội tiếp.

Chứng minh :

Ta có $\widehat{AEO} = \widehat{ADO} = \widehat{AHO} = 90^0$

$\Rightarrow$ A,H,D,O,E $\in$ đường tròn đường kính AO $\Rightarrow$ Tứ giác ADHE nội tiếp



<u>Câu 2:</u> Cho hình thang vuông ABCD ($\hat{A} = \widehat{D} = 90^0$) Gọi E là trung điểm của AD ,kẻ AH⊥BE, DI⊥CE. Chứng minh rằng:

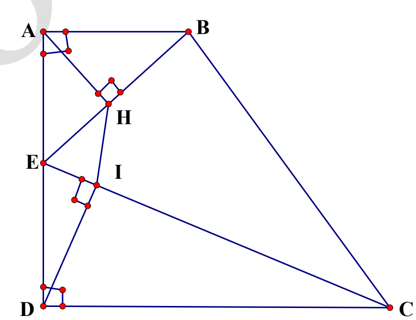
a) EH.EB=EI.EC

b) Tứ giác BHIC nội tiếp.

Chứng minh:

a) Áp dụng hệ thức lượng vào tam giác vuông EAB , EDC ta có:
EA^2=EH.EB
ED^2=EI.EC mà E là trung điểm của AD nên AE=ED $\Rightarrow$EH.EB=EI.EC

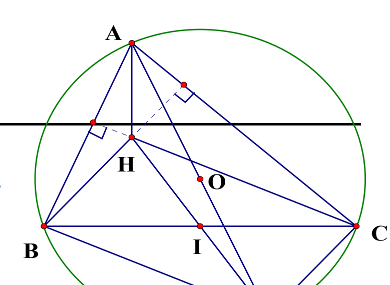
b) Theo câu a ta có EH.EB=EI.EC
$\Rightarrow \frac{EH}{EI} = \frac{EC}{EB}$
$\Rightarrow$ΔEHI ∽ ΔECB (c.g.c) $\Rightarrow$
$\widehat{BCE}$=$\widehat{EHI}$
$\Rightarrow \widehat{BCI} + \widehat{BHI} = 180^0$$\Rightarrow$ Tứ giác BHIC nội tiếp.



<u>Câu 3</u>.Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao kẻ từ B và từ C cắt nhau tại H. Vẽ đường kính AD. Gọi I là trung điểm của BC, chứng minh AH = 2.OI

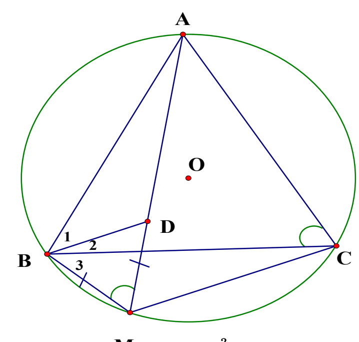
Đáp án:

-Lập luận BHCD là hình bình hành



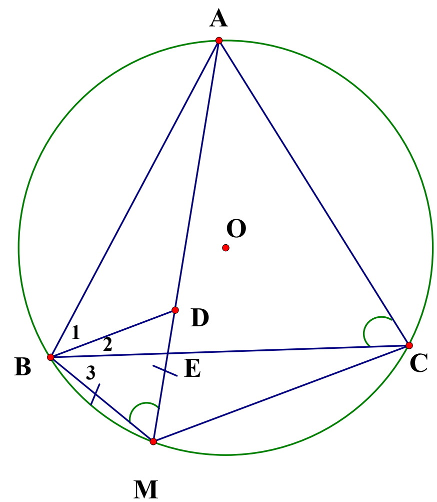
=> I là trung điểm DH
(t/c hai đường chéo hình bình hành)
-Tam giác AHD có O là trung điểm của AD
I là trung điểm DH
=> OI là đường trung bình của tam giác
Do đó OI = $\frac{1}{2}$AH   Hay AH = 2.OI (Đpcm)

Câu 4.Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi M là một điểm trên cung nhỏ BC, trên tia MA lấy điểm D sao cho MD =MB. Chứng minh MA = MB + MC
Đáp án:
-Lập luận tam giác BMD cân tại M
-Lập luận $\widehat{BMD} = 60^0$
=>Tam giác BMD đều.
- $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_3$ (cùng cộng với $\widehat{B}_2$ bằng 60^0)
+ Lập luận ΔADB =ΔCMB (c.g.c)
=> MC = DA
+ Có MA = MD + DA
Mà MD = MB (gt)
MC = DA (CM trên)
Nên MA = MB + MC(Đpcm)



Câu 5. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi M là một điểm trên cung nhỏ BC, trên tia MA lấy điểm D sao cho MD =MB. Gọi E là giao điểm của AM và BC. Chứng minh: $\frac{1}{ME} = \frac{1}{MB} + \frac{1}{MC}$

Đáp án:
-Lập luận tam giác BMD cân tại M
-Lập luận $\widehat{BMD} = 60^0$
=>Tam giác BMD đều.
- $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_3$ (cùng cộng với $\widehat{B}_2$ bằng 60^0)



+ Lập luận $\Delta ADB = \Delta CMB$ (cgc)=> MC = DA

+ Có MA = MD + DA

Mà MD = MB (gt)

MC = DA (CM trên) Nên MA = MB + MC

+ ΔMBE đồng dạng với ΔMAC (g-g)

=> $\frac{ME}{MB} = \frac{MC}{MA}$ => ME.MA = MB.MC

=> ME.(MB +MC) = MB.MC (do MA = MB + MC)

Hệ thức tương đương với $\frac{1}{ME} = \frac{1}{MB} + \frac{1}{MC}$ (Đpcm)