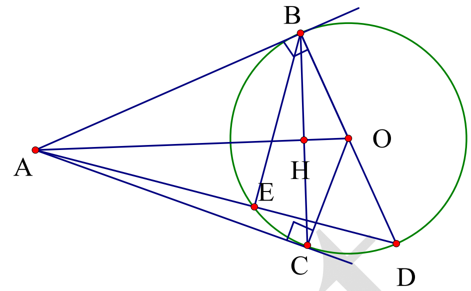
b) CMR: $OH.OA=R^2$

c) Từ B vẽ đường kính BD của (O) , đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm E (khác D) .CMRằng: AE. AD = AH . AO

Hướng dẫn :



a)Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có : AB=AC và AO là phân giác $\widehat{BAC}$ =>ΔABC cân tại A có AO là phân giác đồng thời là đường cao =>AO⊥BC tại H.

b)Áp dụng hệ thức trong tam giác vuông ABO có $OH.OA=OB^2$

hay $OH.OA=R^2$

c)Áp dụng hệ thức trong tam giác vuông ABO có $AB^2=AH.AO$ (1)

E thuộc đường tròn đường kính BD nên ΔBED vuông tại E

Áp dụng hệ thức trong tam giác vuông ABD có $AB^2=AE.AD$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra AE.AD=AH.AO

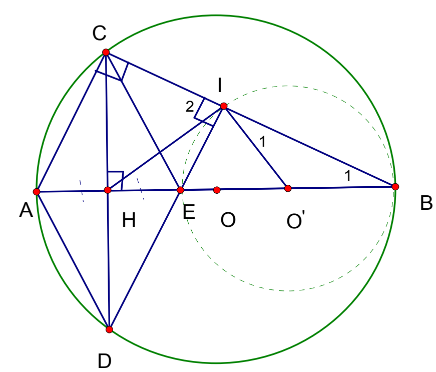
Bài 5 Cho (O;15 cm) đường kính AB. Vẽ dây CD vuông góc với OA tại H sao cho OH= 9cm . Gọi E là điểm đối xứng của A qua H .

a. Tính độ dài của dây BC .

b. Gọi I là giao điểm của DE và BC . Chứng minh rằng : I thuộc (O') đường kính EB .

c. Chứng minh HI là tiếp tuyến của (O')

Hướng dẫn:



a)Điểm C nằm trên đường tròn đường kính AB nên $\widehat{ACB}=90^0$.Áp dụng hệ thức $BC^2=BH.BA=24.30=720 \Rightarrow BC=\sqrt{720}=12\sqrt{5}$

b)Vì AB⊥CD tại H nên HC=HD=>Hlà trung điểm của AE và CD nên tgiác ACED là hình bình hành,mà AE⊥CD nên tứ giác ACED là hình thoi.Suy ra DE//AC=>DE⊥BC tại I=> I thuộc (O') đường kính EB

c) $\triangle$ICD vuông tại I có IH=$\frac{1}{2}CD$ (Trung tuyến ứng với cạnh huyền)=>HI=HC

=> $\widehat{I_1}=\widehat{HCI}$ mà $\widehat{I_1}=\widehat{B_1}$ và $\widehat{B_1}+\widehat{HCI}=90^0$ nên $\widehat{I_1}+\widehat{I_2}=90^0$ => OI⊥IH hay IH là tiếp tuyến của (O').

Bài 6: Cho đường tròn (O ;15cm), dây BC = 24cm. Các tiếp tuyến của đường tròn tại B và tại C cắt nhau ở A. Gọi H là giao điểm của OA và BC.

a) Chứng minh rằng :HB=HC

b) Tính độ dài OH và AB

c) Đường thẳng d đi qua A và không có điểm chung với đường tròn (O). Kẻ OK vuông góc d tại K .Dây BC cắt OK tại M . Chứng minh OH.OA = OK.OM

Hướng dẫn

a)Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có :

AB=AC và AO là phân giác $\widehat{BAC}$

=>ΔABC cân tại A có AO là phân giác đồng thời là đường trung trực =>AO⊥BC tại H và HB=HC.

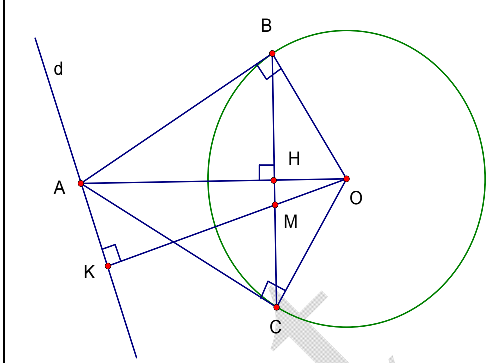
b)Theo đlí Pi-ta-go ta có

$OH^2=OB^2-BH^2=15^2-12^2=81$ => OH=9cm

$OB^2=OH.OA$ => $OA=OB^2:OH=15^2:9=25$cm

Theo đlí Pi-ta-go ta có

$AB^2=OA^2-BO^2=25^2-15^2=400$ => AB=20cm



c) $\triangle OHM$ đồng dạng với $\triangle OKA$ (g-g) => $\frac{OH}{OK}=\frac{OM}{OA}$ =>OH.OA=OM.OK (đpcm)

<u>Bài 7:</u> Cho tam giác ABC có AB = AC nội tiếp đường tròn tâm O, đường cao AH của tam giác cắt đường tròn (O) tại D.

a) Chứng minh rằng AD là đường kính của đường tròn tâm O.

b) Cho BC = 12cm, AC = 10cm. Tính AH và bán kính của đường tròn tâm O.

Đáp án:

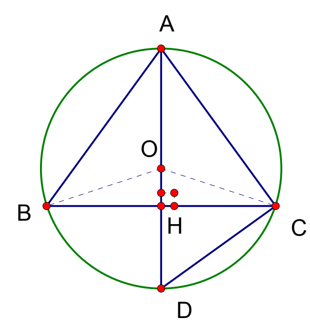
a) + vì AB = AC => tam giác ABC cân tại A, mà AH vuông góc với BC => AH là đường trung trực của BC => AD cũng là trung trực của BC. (1)

+ do OB = OC (bán kính)

=> O thuộc đường trung trực của BC (2)

+ từ (1) và (2) => O thuộc AD

=> AD là đường kính của đường tròn (O)



b)+ vì $AD \perp BC \Rightarrow BH = CH = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}.12 = 6$ cm

+ xét tam giác AHC vuông tại H, ta có: $AC^2 = AH^2 + CH^2 \Rightarrow AH = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ cm

+ xét tam giác ACD vuông tại C, áp dụng hệ thức về cạnh, đường cao và hình chiếu ta có:

$$AC^2 = AD.AH \Rightarrow AD = \frac{AC^2}{AH} = \frac{10^2}{8} = 12,5cm$$

=> bán kính R của đường tròn (O) là : $R = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}.12,5 = 6,25cm$

<u>Bài 8:</u> Cho nửa đường tròn tâm O ,đường kính AB bằng 2R . Gọi Ax, By theo thứ tự là các tiếp tuyến của đường tròn tâmO tại A,B (Ax,By nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa AB). Qua điểm M thuộc đường tròn tâm O (M khác A,B) kẻ đường thẳng vuông góc với OM tại M cắt Ax,By theo thứ tự tại C và D.

a/ Chứng minh góc $\widehat{COD} = 90^0$.

b/Chứng minh AC. BD = R^2 c/ Chứng minh OC//BM

Hướng dẫn

a)Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có: $\widehat{O_1} = \widehat{O_2}; \widehat{O_3} = \widehat{O_4}$

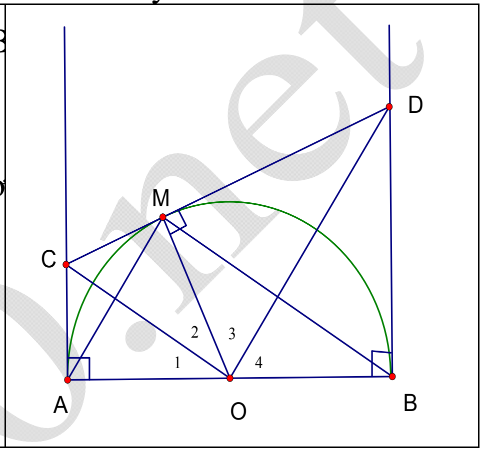
mà $\widehat{O_1} + \widehat{O_2} + \widehat{O_3} + \widehat{O_4} = 180^0 => 2\widehat{O_2} + 2\widehat{O_3} = 180^0 => \widehat{O_2} + \widehat{O_3} = 90^0$ hay $\widehat{COD} = 90^0$

b)Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có :AC=CM; BD=DM. Áp dụng hệ thức trong tam giác vuông COD có OM^2=MC.MD=AC.BD hay AC.BD=R^2

c) ΔAMB có MO là trung tuyến và MO=$\frac{1}{2}$AB =R

nên ΔAMB vuông tại M =>AM ⊥MB.

ΔAMO cân tại O có OC là phân giác đồng thờ là đường cao nên AM ⊥OC => OC//BM.



Bài 9: Cho 2 đường tròn (O) ; và (O') tiếp xúc ngoài tại A . Gọi CD là tiếp tuyến chung ngoài của 2 đường tròn (C thuộc (O) ; D thuộc (O') .Kẻ tiếp tuyến chung trong của hai đường tròn qua A cắt CD tại I.

a) CMR : IC=ID
b) Tính độ dài CD biết OA = 4,5 cm , O'A= 2 cm
c) CMR: CD là tiếp tuyến của đường tròn đường kính OO'

Hướng dẫn

a)Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có :IA=IC; IA=ID =>IC=ID

b) Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có:

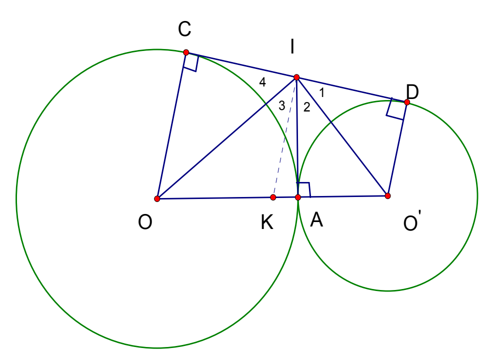
$\widehat{I_1} = \widehat{I_2}; \widehat{I_3} = \widehat{I_4}$ mà $\widehat{I_1} + \widehat{I_2} + \widehat{I_3} + \widehat{I_4} = 180^0$

$=> 2\widehat{I_2} + 2\widehat{I_3} = 180^0 => \widehat{I_2} + \widehat{I_3} = 90^0$ hay $\widehat{OIO'} = 90^0$

Áp dụng hệ thức trong tam giác vuông OIO'

có IA^2=OA.O'A=4,5.2=9 => IA=3cm

=>CD=6cm



c)Gọi K là trung điểm của OO'=> IK là đường trung bình của hình thang OCDO'.

=> IK⊥ CD mà K là tâm đường tròn đường kính OO'.Suy ra CD là tiếp tuyến của đường tròn đường kính OO'.

Bài 10: Cho đường tròn (O;R), lấy A cách O một khoảng bằng 2R . Kẻ các tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (B và C là các tiếp điểm) . Đoạn thẳng OA cắt đường tròn (O) tại điểm I . Đường thẳng qua O và vuông góc với OB cắt AC tại K

a)CMR : Tam giác ABC đều

b)CMR: Tam giác OAK cân tại K

c)Đường thẳng KI cắt AB tại M . CMRằng: KM là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Hướng dẫn

a)Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có :AB=AC và $\widehat{A_1} = \widehat{A_2} = \frac{1}{2}\widehat{BAC}$

=> ΔABC cân tại A mà Sin $A_1 = \frac{OB}{OA} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$ => $\widehat{A_1} = 30^0$ => $\widehat{BAC} = 60^0$ =>ΔABC là tam giác đều.

b) Ta có OK//AB (cùng vuông góc OB).

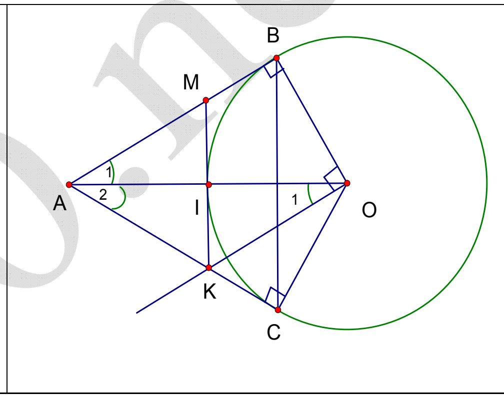
=> $\widehat{A_1} = \widehat{O_1}$ (so le trong)

Mà $\widehat{A_1} = \widehat{A_2} \Rightarrow \Delta AOK$ cân tại K.

c)Ta có IO=IA=R mà ΔAOK cân tại K nên KI vừa là trung tuyến,vừa là đường cao

=> KM⊥OI tại I thuộc (O;R)

Vậy KM là tiếp tuyến của (O;R)



Bài 11: Cho nửa đường tròn tâm (O) đường kính AB ,tiếp tuyến Bx . Qua C trên nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn cắt Bx ở M . tia AC cắt Bx ở N.

a) Chứng minh : OM⊥BC
b) Chứng minh M là trung điểm BN

Hướng dẫn

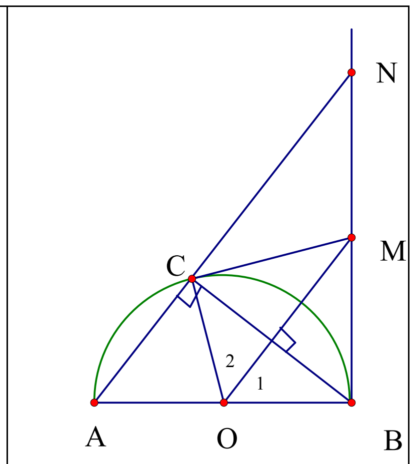
a)Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có OM là phân giác $\widehat{BOC}$

=>ΔBOC cân tại O có OM là phân giác đồng thời là đường cao =>OM ⊥BC.

b)ΔACB có CO là trung tuyến và CO=$\frac{1}{2}$AB =R

nên ΔACB vuông tại C =>AC ⊥CB. => AC//OM

ΔABN có O là trung điểm AB và OM//AN=> M là trung điểm BN.

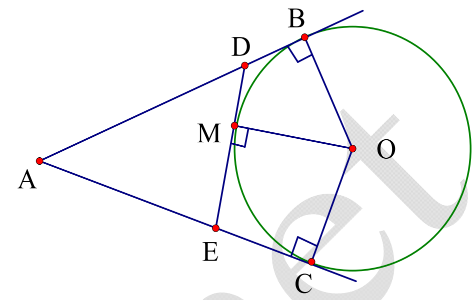


IV) VẬN DỤNG CAO

Câu 1: Từ một điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Qua điểm M thuộc cung nhỏ BC, kẻ tiếp tuyến với đường tròn O, nó cắt các tiếp tuyến AB và AC theo thứ tự ở D và E. Chứng minh rằng :Khi M chạy trên cung nhỏ BC thì chu vi tam giác ADE không đổi.

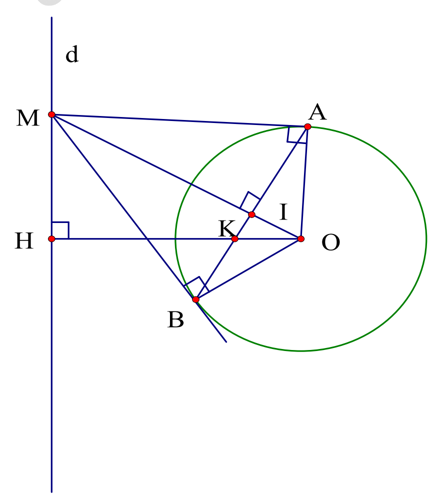
Hướng dẫn giải:

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau :
AB=AC; DB=DM và EC=EM.
Chu vi $\Delta ADE =$ AD + DM + ME + AE
= AD + DB + EC + AE= AB + AC= 2AB không đổi.



Câu 2 : Cho (O;R) và đường thẳng d cố định.Điểm M di chuyển trên đường thẳng d.Kẻ tiếp tuyến MA,MB với (O),A và B là tiếp điểm.CMRằng AB luôn đi qua một điểm cố định .

Hướng dẫn giải:

Kẻ OH$\perp$d tại H,OH cắt AB tại K,gọi I là giao điểm của AB với OM -Chứng minh : OI.OM=OA^2=R^2 -Chứng minh: $\Delta OIK \sim \Delta OHM$ => OK.OH=OI.OM=R^2=>OK= R^2:OH Vì điểm O và đường thẳng d cố định nên H cố định => đoạn thẳng OH cố định => R^2:OH không đổi=> K cố định Vậy AB luôn đi qua điểm K cố định.	

Câu 3 : Cho nửa đường tròn (O;R),đường kính AB .Kẻ tiếp tuyến Ax và By cùng phía với nửa đường tròn.Qu điểm M trên nửa đường tròn ,kẻ tiếp tuyến với (O) cắt Ax và By lần lượt tại C và D.Gọi I là giao điểm của AD và BC,MI cắt AB tại H.Chứng minh rằng: MI=IH.

Hướng dẫn: Theo định lí Ta-lét

AC//BD=> $\frac{AC}{BD}=\frac{AI}{ID}$ MÀ AC=CM và BD=MD

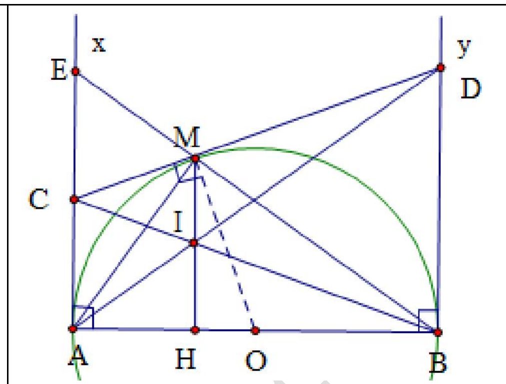
⇨ $\frac{MC}{MD}=\frac{AI}{ID}$ =>MI//AC

Gọi E là giao điểm của BM và Ax

-Chứng minh AC=CE (=MC)

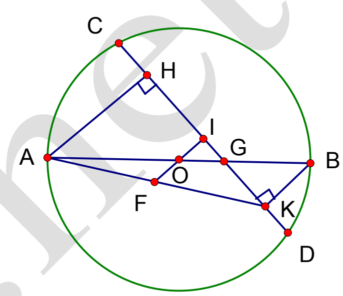
Chứng minh : $\frac{MI}{CE}=\frac{BI}{BC}$ và $\frac{HI}{CA}=\frac{BI}{BC}$

Suy ra $\frac{MI}{CE}=\frac{IH}{AC}$ => MI=IH (đpcm)



<u>Câu 4:</u> Cho đường tròn (O) đường kínhAB, dây CD cắt đường kính AB tại G (CD < AB).
Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A và B trên CD.
Chứng minh rằng CH = DK.

Hướng dẫn



+ Nối AK
+ Qua O vẽ đường thẳng song song với AH và BK cắt CD tại I , cắt AK tại F.
+ Lập luận để có OI là đường trung trực của đoạn CD => IC = ID (1)
+ Lập luận để có F là trung điểm của AK
+ Lập luận để có FI là đường trung bình của tam giác AHK => I là trung điểm của HK => IH = IK (2)
+ Từ (1) và (2) => CH=DK (đpcm)

<u>Bài 5</u> Cho đường tròn tâm O,đường kính AB=2R. Lấy điểm M trên (O) ,M khác A và B.Kẻ phân giác $\widehat{AMB}$ cắt AB tại D.Chứng minh rằng : $\frac{\sqrt{2}}{MD}=\frac{1}{AM}+\frac{1}{MB}$

Hướng dẫn:

ΔAMB vuông tại M => $\widehat{M_1}=\widehat{M_2}=45^0$.

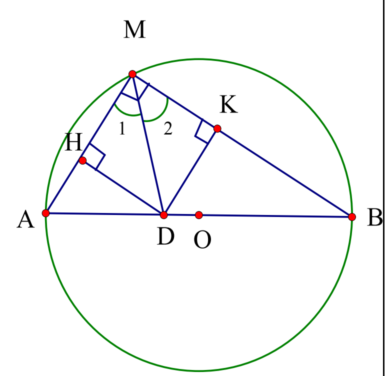
Kẻ DH⊥MA và DK⊥MB=> Tứ giác MHDK là hình vuông =>DH=DK= MD.Sin45^0= $\frac{MD\sqrt{2}}{2}=\frac{MD}{\sqrt{2}}$

SΔMAB= SΔMAD+SΔMBD

⇔ $\frac{1}{2}$ MA.MB= $\frac{1}{2}$ MA.DH+ $\frac{1}{2}$ MB.DK

⇔MA.MB=MA. $\frac{MD}{\sqrt{2}}$ +MB. $\frac{MD}{\sqrt{2}}$

⇔MA.MB= $\frac{MD}{\sqrt{2}}$ (MA+MB)



$\Leftrightarrow \frac{MD}{\sqrt{2}} = \frac{MA.MB}{MA+MB} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{MD} = \frac{MA+MB}{MA.MB} = \frac{1}{MA} + \frac{1}{MB}$	