

CHỦ ĐỀ 7. TIẾP TUYẾN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A. KỸ NĂNG CƠ BẢN

Bài toán 1: Các dạng phương trình tiếp tuyến thường gặp.

Cho hàm số $y = f(x)$, gọi đồ thị của hàm số là (C) .

Dạng 1. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ tại $M(x_0; y_0)$.

❖ Phương pháp

- **Bước 1.** Tính $y' = f'(x)$ suy ra hệ số góc của phương trình tiếp tuyến là $k = y'(x_0)$.
- **Bước 2.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ có dạng

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0).$$

✎ Chú ý:

- Nếu đề bài yêu cầu viết phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ x_0 thì khi đó ta tìm y_0 bằng cách thế vào hàm số ban đầu, tức $y_0 = f(x_0)$. Nếu đề cho y_0 ta thay vào hàm số để giải ra x_0 .
- Nếu đề bài yêu cầu viết phương trình tiếp tuyến tại các giao điểm của đồ thị $(C): y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = ax + b$. Khi đó các hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm giữa d và (C) .

☞ Sử dụng máy tính:

Phương trình tiếp tuyến cần tìm có dạng $d: y = ax + b$.

- **Bước 1:** Tìm hệ số góc tiếp tuyến $k = y'(x_0)$. Nhập $\frac{d}{dx}(f(x))|_{x=x_0}$ bằng cách nhấn $\boxed{SHIFT} \boxed{\int} \boxed{\square} \boxed{\square}$ sau đó nhấn $\boxed{=}$ ta được a .
- **Bước 2:** Sau đó nhân với $\boxed{-X}$ tiếp tục nhấn phím $\boxed{+} \boxed{f(x)} \boxed{CALC} X = x_0$ nhấn phím $\boxed{=}$ ta được b .

❖ Ví dụ minh họa

Ví dụ 1. Cho hàm số $(C): y = x^3 + 3x^2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(1; 4)$ là

- A. $y = -9x + 5$. B. $y = 9x + 5$. C. $y = -9x - 5$. D. $y = 9x - 5$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 3x^2 + 6x \Rightarrow k = y'(1) = 9$. Phương trình tiếp tuyến tại $M(1; 4)$ là

$$d: y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 = 9(x - 1) + 4 = 9x - 5. \text{ Chọn đáp án D.}$$

Sử dụng máy tính:

- Nhập $\frac{d}{dx}(X^3 + 3X^2)$ nhấn dấu $\boxed{=}$ ta được 9.
- Sau đó nhân với $(-X)$ nhấn dấu $\boxed{+}$ $X^3 + 3X^2$ \boxed{CALC} $X=1$ $\boxed{=}$ ta được -5.

Vậy phương trình tiếp tuyến tại M là $y = 9x - 5$.

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = -2x^3 + 6x^2 - 5$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M thuộc (C) và có hoành độ bằng 3.

- A.** $y = -18x + 49$. **B.** $y = -18x - 49$. **C.** $y = 18x + 49$. **D.** $y = 18x - 49$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = -6x^2 + 12x$. Với $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = -5 \Rightarrow M(3; -5)$ và hệ số góc $k = y'(3) = -18$.
Vậy phương trình tiếp tuyến tại M là $y = -18(x - 3) - 5 = -18x + 49$. Chọn đáp án A.

Sử dụng máy tính:

- Nhập $\frac{d}{dx}(-2X^3 + 6X^2 - 5)$ nhấn dấu $\boxed{=}$ ta được -18.
- Sau đó nhân với $(-X)$ nhấn dấu $\boxed{+}$ $-2X^3 + 6X^2 - 5$ \boxed{CALC} $X=3$ nhấn dấu $\boxed{=}$ ta được 49. Vậy phương trình tiếp tuyến tại M là $y = -18x + 49$.

Ví dụ 3. Cho hàm số $(C): y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M có hoành độ $x_0 > 0$, biết $y''(x_0) = -1$ là

- A.** $y = -3x - 2$. **B.** $y = -3x + 1$. **C.** $y = -3x + \frac{5}{4}$. **D.** $y = -3x + \frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = x^3 - 4x$, $y'' = 3x^2 - 4$. Mà

$$y''(x_0) = -1 \Rightarrow 3x_0^2 - 4 = -1 \Leftrightarrow x_0^2 = 1 \Leftrightarrow x_0 = 1 \text{ (vì } x_0 > 0 \text{)}.$$

Vậy $y_0 = -\frac{7}{4}$, suy ra $k = y'(1) = -3$. Vậy phương trình tiếp tuyến tại M là

$$d: y = -3(x - 1) - \frac{7}{4} \Rightarrow y = -3x + \frac{5}{4}. \text{ Chọn đáp án C.}$$

Sử dụng máy tính:

- Nhập $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{4}X^4 - 2X^2\right)\Big|_{x=1}$ nhấn dấu Ξ ta được -3 .
- Sau đó nhân với $(-X)$ nhấn dấu \oplus $\frac{1}{4}X^4 - 2X^2$ \boxed{CALC} $X=1$ Ξ ta được $\frac{5}{4}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là $d: y = -3x + \frac{5}{4}$.

Dạng 2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ có hệ số góc k cho trước.

❖ **Phương pháp**

- **Bước 1.** Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm và tính $y' = f'(x)$.
- **Bước 2.** Hệ số góc tiếp tuyến là $k = f'(x_0)$. Giải phương trình này tìm được x_0 , thay vào hàm số được y_0 .
- **Bước 3.** Với mỗi tiếp điểm ta tìm được các tiếp tuyến tương ứng

$$d: y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

☒ **Chú ý:** Đề bài thường cho hệ số góc tiếp tuyến dưới các dạng sau:

- Tiếp tuyến $d // \Delta: y = ax + b \Rightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến là $k = a$.
- Tiếp tuyến $d \perp \Delta: y = ax + b, (a \neq 0) \Leftrightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến là $k = -\frac{1}{a}$.
- Tiếp tuyến tạo với trục hoành một góc α thì hệ số góc của tiếp tuyến d là $k = \pm \tan \alpha$.

☞ **Sử dụng máy tính:**

Nhập $k(-X) + f(x)$ \boxed{CALC} $X = x_0$ nhấn dấu Ξ ta được b . Phương trình tiếp tuyến là $d: y = kx + b$.

❖ **Ví dụ minh họa**

Ví dụ 1. Cho hàm số $(C): y = x^3 - 3x + 2$. Phương trình tiếp tuyến của (C) biết hệ số góc của tiếp tuyến đó bằng 9 là:

- A. $\begin{cases} y = 9x - 14 \\ y = 9x + 18 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y = 9x + 15 \\ y = 9x - 11 \end{cases}$ C. $\begin{cases} y = 9x - 1 \\ y = 9x + 4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y = 9x + 8 \\ y = 9x + 5 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 3x^2 - 3$. Vậy $k = y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 3 = 9 \Leftrightarrow x_0^2 = 4 \Leftrightarrow x_0 = 2 \vee x_0 = -2$.

+ Với $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 4$ ta có tiếp điểm $M(2; 4)$.

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Phương trình tiếp tuyến tại M là $y = 9(x - 2) + 4 \Rightarrow y = 9x - 14$.

+ Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 0$ ta có tiếp điểm $N(-2; 0)$.

Phương trình tiếp tuyến tại N là $y = 9(x + 2) + 0 \Rightarrow y = 9x + 18$.

Vậy có hai tiếp tuyến cần tìm là $y = 9x - 14$ và $y = 9x + 18$. Chọn đáp án A.

☛ Sử dụng máy tính:

+ Với $x_0 = 2$ ta nhập $9(-X) + X^3 - 3X^2 + 2$ CALC $X = 2$ nhấn dấu \equiv ta được -14
 $\Rightarrow y = 9x - 14$.

+ Với $x_0 = -2$ ta nhập $9(-X) + X^3 - 3X^2 + 2$ CALC $X = -2$ nhấn dấu \equiv ta được 18
 $\Rightarrow y = 9x + 18$.

Ví dụ 2. Cho hàm số $(C): y = \frac{2x+1}{x+2}$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng có phương trình $\Delta: 3x - y + 2 = 0$.

A. $y = 3x - 2$.

B. $y = 3x + 14$

C. $y = 3x + 5$.

D. $y = 3x - 8$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = \frac{3}{(x+2)^2}$, $\Delta: 3x - y + 2 = 0 \Rightarrow y = 3x + 2$. Do tiếp tuyến song song với đường

thẳng Δ nên $k = \frac{3}{(x_0+2)^2} = 3 \Leftrightarrow (x_0+2)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0+2=1 \\ x_0+2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=-1 \\ x_0=-3 \end{cases}$.

+ Với $x_0 = -1$ nhập $3(-X) + \frac{2X+1}{X+2}$ CALC $X = -1$ nhấn dấu \equiv ta được 2 , suy ra
 $d: y = 3x + 2$ (loại do trùng với Δ).

+ Với $x_0 = -3$ CALC $X = -3$ nhấn dấu \equiv ta được $14 \Rightarrow d: y = 3x + 14$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là $d: y = 3x + 14$. Chọn đáp án B.

Dạng 3. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ biết tiếp tuyến đi qua điểm $A(x_A; y_A)$.

❖ Phương pháp

➤ Cách 1.

○ **Bước 1:** Phương trình tiếp tuyến đi qua $A(x_A; y_A)$ hệ số góc k có dạng

$$d: y = k(x - x_A) + y_A \quad (*)$$

○ **Bước 2:** d là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm:

$$\begin{cases} f(x) = k(x - x_A) + y_A \\ f'(x) = k \end{cases}$$

- **Bước 3:** Giải hệ này tìm được x suy ra k và thế vào phương trình (*), ta được tiếp tuyến cần tìm.

➤ **Cách 2.**

- **Bước 1.** Gọi $M(x_0; f(x_0))$ là tiếp điểm và tính hệ số góc tiếp tuyến $k = y'(x_0) = f'(x_0)$ theo x_0 .
- **Bước 2.** Phương trình tiếp tuyến có dạng: $d: y = y'(x_0) \cdot (x - x_0) + y_0$ (**). Do điểm $A(x_A; y_A) \in d$ nên $y_A = y'(x_0) \cdot (x_A - x_0) + y_0$ giải phương trình này ta tìm được x_0 .
- **Bước 3.** Thế x_0 vào (**) ta được tiếp tuyến cần tìm.

⊗ **Chú ý:** Đối với dạng viết phương trình tiếp tuyến đi qua điểm việc tính toán tương đối mất thời gian. Ta có thể sử dụng máy tính thay các đáp án: Cho $f(x)$ bằng kết quả các đáp án. Vào **MODE** → **5** → **4** nhập hệ số phương trình. Thông thường máy tính cho số nghiệm thực nhỏ hơn số bậc của phương trình là 1 thì ta chọn đáp án đó.

❖ **Ví dụ minh họa**

Ví dụ. Cho hàm số (C): $y = -4x^3 + 3x + 1$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến đi qua điểm $A(-1; 2)$.

- A. $\begin{cases} y = -9x - 7 \\ y = 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y = 4x + 2 \\ y = x + 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} y = x - 7 \\ y = 3x - 5 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y = -x - 5 \\ y = 2x - 2 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = -12x^2 + 3$.

+ Tiếp tuyến của (C) đi qua $A(-1; 2)$ với hệ số góc k có phương trình là $d: y = k(x + 1) + 2$.

+ d là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm:

$$\begin{cases} -4x^3 + 3x + 1 = k(x + 1) + 2 & (1) \\ -12x^2 + 3 = k & (2) \end{cases}$$

Thay k từ (2) vào (1) ta được $-4x^3 + 3x + 1 = (-12x^2 + 3)(x + 1) + 2$

$$\Leftrightarrow 8x^3 + 12x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

+ Với $x = -1 \Rightarrow k = -9$. Phương trình tiếp tuyến là $y = -9x - 7$.

+ Với $x = \frac{1}{2} \Rightarrow k = 0$. Phương trình tiếp tuyến là $y = 2$. Chọn đáp án A.

Dạng 4. Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đồ thị hàm số $(C_1): y = f(x)$ và $(C_2): y = g(x)$.

❖ **Phương pháp**

- **Bước 1.** Gọi d tiếp tuyến chung của $(C_1), (C_2)$ và x_0 là hoành độ tiếp điểm của d và (C_1) thì phương trình d có dạng $y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$ (***)
- **Bước 2.** Dùng điều kiện tiếp xúc của d và (C_2) , tìm được x_0 .
- **Bước 3.** Thế x_0 vào (***) ta được tiếp tuyến cần tìm.

❖ **Ví dụ minh họa**

Ví dụ. Cho hai hàm số:

$$(C_1): y = f(x) = 2\sqrt{x}, (x > 0) \text{ và } (C_2): y = g(x) = \frac{1}{2}\sqrt{8-x^2}, (-2\sqrt{2} < x < 2\sqrt{2}).$$

Phương trình tiếp tuyến chung của hai đồ thị hàm số là:

A. $y = \frac{1}{2}x + 5$. B. $y = \frac{1}{2}x - 1$. C. $y = \frac{1}{2}x + 2$ D. $y = \frac{1}{2}x - 3$.

Hướng dẫn giải

+ Gọi d là phương trình tiếp tuyến chung của $(C_1), (C_2)$ và $x_0 = a$ ($a > 0$ và $-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$) là hoành độ tiếp điểm của d với (C_1) thì phương trình d là

$$y = f'(x)(x - a) + y_0 = \frac{1}{\sqrt{a}}(x - a) + 2\sqrt{a}.$$

+ d tiếp xúc với (C_2) khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm:
$$\begin{cases} \frac{1}{2}\sqrt{8-x^2} = \frac{x}{\sqrt{a}} + \sqrt{a} & (1) \\ \frac{-x}{2\sqrt{8-x^2}} = \frac{1}{\sqrt{a}} & (2) \end{cases}$$

Thay (2) vào (1) ta được phương trình hoành độ tiếp điểm của d và (C_2) .

$$\frac{1}{2}\sqrt{8-x^2} = -\frac{x^2}{2\sqrt{8-x^2}} - \frac{2\sqrt{8-x^2}}{x} \Leftrightarrow \begin{cases} -2\sqrt{2} < x < 2\sqrt{2} \\ x \neq 0 \\ x(8-x^2) = -x^3 - 4(8-x^2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2\sqrt{2} < x < 2\sqrt{2} \\ x \neq 0 \\ x^2 - 2x - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2.$$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Thay $x = -2$ vào (2) ta được $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 4 \Rightarrow x_0 = 4$. Vậy phương trình tiếp tuyến chung cần tìm là $y = \frac{1}{2}x + 2$. Chọn đáp án C.

Bài toán 2: Một số công thức nhanh và tính chất cần biết.

Bài toán 2.1: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, x \neq -\frac{d}{c}$) có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến

Δ tại M thuộc (C) và I là giao điểm 2 đường tiệm cận. Ta luôn có:

- Nếu $\Delta \perp IM$ thì chỉ tồn tại 2 điểm M thuộc 2 nhánh của đồ thị (C) đối xứng qua I và

$$x_M = \frac{\pm\sqrt{|ad-bc|} - d}{c}. \text{ Cách nhớ: } \underbrace{cx_M + d}_{\text{mẫu số của hàm số}} = \pm \underbrace{\sqrt{|ad-bc|}}_{\text{tử số của đạo hàm}}.$$

(I). M luôn là trung điểm của AB (với A, B là giao điểm của Δ với 2 tiệm cận).

(II). Diện tích tam giác IAB không đổi với mọi điểm M và $S_{\Delta IAB} = 2 \frac{|bc-ad|}{c^2}$.

(III). Nếu E, F thuộc 2 nhánh của đồ thị (C) và E, F đối xứng qua I thì tiếp tuyến tại E, F song song với nhau. (suy ra một đường thẳng d đi qua E, F thì đi qua tâm I).

Chứng minh:

- Ta có $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$; $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$ là giao điểm của 2 tiệm cận.

- Gọi $M\left(x_M; \frac{ax_M+b}{cx_M+d}\right) \in (C)$; $\left(x_M \neq -\frac{d}{c}\right)$. Phương trình tiếp tuyến tại M có dạng

$$\Delta: y = \frac{ad-bc}{(cx_M+d)^2}(x-x_M) + \frac{ax_M+b}{cx_M+d}.$$

Chứng minh (I).

- $\overline{IM}\left(x_M + \frac{d}{c}; \frac{bc-ad}{c(cx_M+d)}\right)$; $\vec{u}_\Delta\left(1; \frac{ad-bc}{(cx_M+d)^2}\right)$

- $\Delta \perp IM \Rightarrow \overline{IM} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow x_M + \frac{d}{c} + \frac{bc-ad}{c(cx_M+d)} \cdot \frac{ad-bc}{(cx_M+d)^2} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{(cx_M+d)^4 - (ad-bc)^2}{c(cx_M+d)^3} = 0 \Leftrightarrow x_M = \frac{\pm\sqrt{|ad-bc|} - d}{c}.$$

Chứng minh (II).

- Giao điểm của Δ với tiệm cận ngang là $A\left(2x_M + \frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$.
- Giao điểm của Δ với tiệm cận đứng là $B\left(-\frac{d}{c}; \frac{acx_M + 2bc - ad}{c(cx_M + d)}\right)$.

- Xét
$$\begin{cases} x_A + x_B = 2x_M + \frac{d}{c} - \frac{d}{c} = 2x_M \\ y_A + y_B = \frac{a}{c} + \frac{acx_M + 2bc - ad}{c(cx_M + d)} = 2 \cdot \frac{ax_M + b}{cx_M + d} = 2y_M \end{cases}$$

Vậy M luôn là trung điểm của AB .

Chứng minh (III).

- $\overline{IA}\left(\frac{2(cx_M + d)}{c}; c\right)$ và $\overline{IB}\left(0; \frac{2(bc - ad)}{c(cx_M + d)}\right)$.
- ΔIAB vuông tại I

$$\Rightarrow S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2}|\overline{IA}||\overline{IB}| = \frac{1}{2} \cdot \left|\frac{2(cx_M + d)}{c}\right| \cdot \left|\frac{2(bc - ad)}{c(cx_M + d)}\right| = \frac{2|bc - ad|}{c^2} = \text{hằng số}.$$

Vậy diện tích ΔIAB không đổi với mọi điểm M .

Chứng minh (IV):

- Gọi $E\left(x_E; \frac{ax_E + b}{cx_E + d}\right) \in (C) \left(x_E \neq -\frac{d}{c}\right) \Rightarrow F\left(-\frac{2d}{c} - x_E; \frac{2a}{c} - \frac{ax_E + b}{cx_E + d}\right)$
 (E, F) đối xứng qua I .
- Phương trình tiếp tuyến tại E có hệ số góc $k_E = \frac{ad - bc}{(cx_E + d)^2}$ (1).
- Phương trình tiếp tuyến tại F có hệ số góc

$$k_F = \frac{ad - bc}{\left[c\left(-\frac{2d}{c} - x_E\right) + d\right]^2} = \frac{ad - bc}{(-2d - cx_E + d)^2} = \frac{ad - bc}{(-d - cx_E)^2} = \frac{ad - bc}{(cx_E + d)^2}$$
 (2).
- Từ (1) và (2) suy ra $k_E = k_F$.

Bài toán 2.2: Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị là (C) , $(c \neq 0, ad - bc \neq 0)$. Gọi điểm $M(x_0; y_0)$ trên (C) , biết tiếp tuyến của (C) tại điểm M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho $OA = n \cdot OB$. Khi đó x_0 thoả $cx_0 + d = \pm \sqrt{n|ad - bc|}$.

Hướng dẫn giải

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

- Xét hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$). Ta có $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.
- Gọi $M \left(x_0; \frac{ax_0+b}{cx_0+d} \right) \in (C)$ là điểm cần tìm. Gọi Δ tiếp tuyến với (C) tại M ta có phương trình $\Delta: y = f'(x_0)(x-x_0) + \frac{ax_0+b}{cx_0+d} \Rightarrow y = \frac{ad-bc}{(cx_0+d)^2}(x-x_0) + \frac{ax_0+b}{cx_0+d}$.
- Gọi $A = \Delta \cap Ox \Rightarrow A \left(-\frac{acx_0^2 + 2bcx_0 + bd}{ad-bc}; 0 \right)$.
 $B = \Delta \cap Oy \Rightarrow B \left(0; \frac{acx_0^2 + 2bcx_0 + bd}{(cx_0+d)^2} \right)$.
- Ta có $OA = \left| \frac{acx_0^2 + 2bcx_0 + bd}{ad-bc} \right| = \frac{|acx_0^2 + 2bcx_0 + bd|}{|ad-bc|}$
 $OB = \left| \frac{acx_0^2 + 2bcx_0 + bd}{(cx_0+d)^2} \right| = \frac{|acx_0^2 + 2bcx_0 + bd|}{(cx_0+d)^2}$
(vì A, B không trùng O nên $acx_0^2 + 2bcx_0 + bd \neq 0$).
- Ta có $OA = n.OB \Leftrightarrow \frac{|acx_0^2 + 2bcx_0 + bd|}{|ad-bc|} = n \cdot \frac{|acx_0^2 + 2bcx_0 + bd|}{(cx_0+d)^2}$
 $\Leftrightarrow \frac{1}{|ad-bc|} = n \cdot \frac{1}{(cx_0+d)^2} \Leftrightarrow (cx_0+d)^2 = n \cdot |ad-bc| \Leftrightarrow cx_0+d = \pm \sqrt{n \cdot |ad-bc|}$.