

CHỦ ĐỀ 1. NGUYÊN HÀM

KIẾN THỨC CƠ BẢN

I. NGUYÊN HÀM VÀ TÍNH CHẤT

1. Nguyên hàm

Định nghĩa: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K (K là khoảng, đoạn hay nửa khoảng). Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in K$.

Định lý:

1) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì với mỗi hằng số C , hàm số $G(x) = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

2) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì mọi nguyên hàm của $f(x)$ trên K đều có dạng $F(x) + C$, với C là một hằng số.

Do đó $F(x) + C, C \in \mathbb{R}$ là họ tất cả các nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Ký hiệu $\int f(x) dx = F(x) + C$.

2. Tính chất của nguyên hàm

Tính chất 1: $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$ và $\int f'(x) dx = f(x) + C$

Tính chất 2: $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với k là hằng số khác 0.

Tính chất 3: $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$

3. Sự tồn tại của nguyên hàm

Định lý: Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên K đều có nguyên hàm trên K .

4. Bảng nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp

Nguyên hàm của hàm số sơ cấp	Nguyên hàm của hàm số hợp ($u = u(x)$)
$\int dx = x + C$	$\int du = u + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1)$	$\int u^\alpha du = \frac{1}{\alpha+1} u^{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1)$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	$\int \frac{1}{u} du = \ln u + C$

$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^u du = e^u + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (a > 0, a \neq 1)$	$\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C (a > 0, a \neq 1)$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sin u du = -\cos u + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \cos u du = \sin u + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 u} du = \tan u + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2 u} du = -\cot u + C$

II. PHƯƠNG PHÁP TÍNH NGUYÊN HÀM

1. Phương pháp đổi biến số

Định lý 1: Nếu $\int f(u) du = F(u) + C$ và $u = u(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục thì

$$\int f(u(x))u'(x) dx = F(u(x)) + C$$

Hệ quả: Nếu $u = ax + b (a \neq 0)$ thì ta có $\int f(ax + b) dx = \frac{1}{a} F(ax + b) + C$

2. Phương pháp nguyên hàm từng phần

Định lý 2: Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm liên tục trên K thì

$$\int u(x)v'(x) dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x) dx$$

Hay

$$\int u dv = uv - \int v du$$

A. KỸ NĂNG CƠ BẢN

- Tìm nguyên hàm bằng phương pháp biến đổi trực tiếp.
- Tìm nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến số.
- Tìm nguyên hàm bằng phương pháp nguyên hàm từng phần.