CHỦ ĐỀ 1. DẠNG ĐẠI SỐ VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP SỐ PHỨC

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa.

- **Đơn vị ảo** : Số i mà $i^2 = -1$ được gọi là đơn vị ảo.
- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Gọi a là phần thực, b là phần ảo của số phức z.
- Tập số phức $\mathbb{C} = \left\{ a + bi / a, b \in \mathbb{R}; i^2 = -1 \right\}$. Tập số thực $\mathbb{R}$ là tập con của tập số phức $\mathbb{C}$.
- Hai số phức bằng nhau: $a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

✍ Đặc biệt:

- Khi phần ảo $b = 0 \Leftrightarrow z = a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow z$ là số thực,
- Khi phần thực $a = 0 \Leftrightarrow z = bi \Leftrightarrow z$ là số thuần ảo,
- Số $0 = 0 + 0i$ vừa là số thực, vừa là số ảo.

2. Môđun của số phứC.

- $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$ được gọi là môđun của số phức z.
- Kết quả: $\forall z \in \mathbb{C}$ ta có:

$$|z| \ge 0; |z| = 0 \Leftrightarrow z = 0; \left|z^2\right| = |z|^2$$

$$|z_1.z_2| = |z_1|.|z_2|$$

$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$$

3. Số phức liên hợp.

- Cho số phức $z = a + bi$. Ta gọi số phức liên hợp của z là $\bar{z} = a - bi$.
- Kết quả: $\forall z \in \mathbb{C}$ ta có:

$$\bar{\bar{z}} = z; |\bar{z}| = |z| \qquad \overline{z_1 \pm z_2} = \overline{z_1} \pm \overline{z_2}$$

$$\overline{z_1.z_2} = \overline{z_1}.\overline{z_2} \qquad \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$$

z là số thực $\Leftrightarrow z = \bar{z}$

z là số thuần ảo $\Leftrightarrow z = -\bar{z}$

4. Phép toán trên tập số phức:

Cho hai số phức $z_1 = a + bi$ và $z_2 = c + di$ thì:

- ***Phép cộng số phức:*** $z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$
- ***Phép trừ số phức:*** $z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$

✍ Mọi số phức $z = a + bi$ thì số đối của z là $-z = -a - bi : z + (-z) = (-z) + z = 0$

- ***Phép nhân số phức:*** $z_1.z_2 = (ab - bd) + (ad + bc)i$

✍ **Chú ý** $\begin{cases} i^{4k} = 1 \\ i^{4k+1} = i \\ i^{4k+2} = -1 \\ i^{4k+3} = -i \end{cases}$

- ***Phép chia số phức:***
  - Số phức nghịch đảo của $z = a + bi \ne 0$: $\dfrac{1}{z} = \dfrac{\bar{z}}{|z|^2} = \dfrac{1}{a^2 + b^2} \cdot \bar{z}$

- $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{z_1.\overline{z_2}}{\left|z_2\right|^2} = \dfrac{ac+bd}{c^2+d^2} + \dfrac{bc-ad}{c^2+d^2} \cdot i$ (với $z_2 \neq 0$).