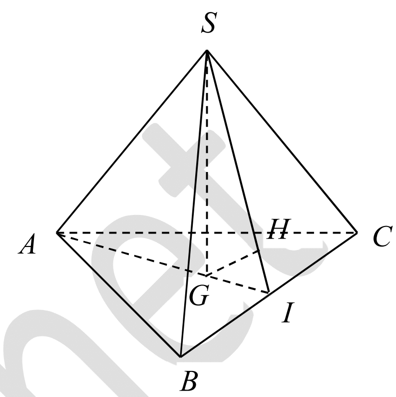
KHỐI CHÓP ĐỀU

Câu 1. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a. Góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng 60^0. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{a}{4}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{3a}{2}$.

Hướng dẫn giải

[Cách 1] Phương pháp dựng hình



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, suy ra G là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC). Gọi I là trung điểm của BC suy ra góc giữa (SBC) với (ABC) là góc SIG.

Tam giác ABC đều cạnh bằng a nên $GI=\frac{1}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Theo bài $\widehat{SIG}=60^0$, suy ra

$SG=GI.\tan\widehat{SIG}=\frac{a\sqrt{3}}{6}\tan 60^0=\frac{a}{2}$.

Vì $\begin{cases} AG\cap(SBC)=I \\ \frac{AI}{GI}=3 \end{cases}$ nên $d(A,(SBC))=3.d(G,(SBC))$.

Gọi H là hình chiếu của G trên (SBC) (H thuộc đoạn thẳng SI). Suy ra

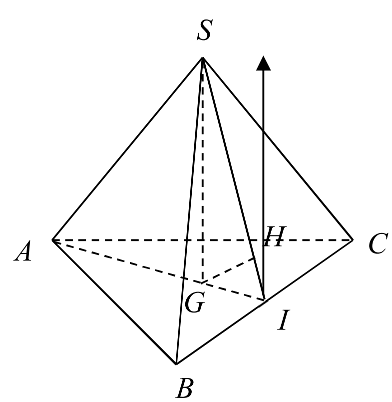
$d(G,(SBC))=GH=\sqrt{\frac{GS.GI}{GS^2+GI^2}}=\sqrt{\frac{\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{6}}{\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{12}}}=\frac{a}{4}$, suy ra $d(A,(SBC))=3.d(G,(SBC))=\frac{3a}{4}$.

[Cách 2] Phương pháp thể tích.

Ta có: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.a.a.\sin 60^0.\frac{a}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$, $SI=GI.\cos 60^0=\frac{a\sqrt{3}}{3}$, suy ra $S_{\Delta SBC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

Vậy $d(A;(SBC))=\frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}}=\frac{\frac{a^3\sqrt{3}}{8}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{6}}=\frac{3a}{4}$.

[Cách 3] Phương pháp tọa độ.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với $I\equiv O$,

$Ox\equiv IA, Oy\equiv IC; Oz//GS$.(*Hình vẽ*). Khi đó, $A\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};0;0\right)$,

$C\left(0;\frac{a}{2};0\right)$; $S\left(\frac{a\sqrt{3}}{6};0;\frac{a}{2}\right)$, suy ra $\overrightarrow{IA}\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};0;0\right)$, $\overrightarrow{IC}\left(0;\frac{a}{2};0\right)$

$\overrightarrow{IS}\left(\frac{a\sqrt{3}}{6};0;\frac{a}{2}\right)$, suy ra $d(A,(SBC))=\frac{\left|\left[\overrightarrow{IC},\overrightarrow{IS}\right].\overrightarrow{IA}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{IC},\overrightarrow{IS}\right]\right|}=\frac{3a}{4}$.

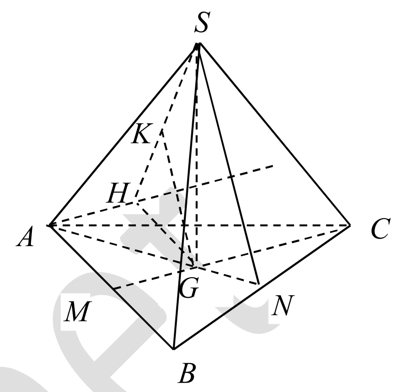
Câu 2. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Góc giữa đường thẳng SA với mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Khoảng cách giữa hai đường thẳng GC và SA bằng:

A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$ B. $\dfrac{a}{5}$. C. $\dfrac{a\sqrt{5}}{10}$. D. $\dfrac{a\sqrt{2}}{5}$.

Hướng dẫn giải

[Cách 1] Phương pháp dựng hình

Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của hai cạnh *AB* và *BC.*
Gọi *H* là hình chiếu của *G* lên đường thẳng đi qua *A* và song song với *CG. GK* là đường cao của tam giác *GHS.*
Khi đó, $d(GC,SA)=d(GC,(SAH))=GK$.



Ta có: $AG=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$;

$\left(\widehat{SA,(ABC)}\right)=\widehat{SAG}=60^0 \Rightarrow SG=AG.\tan 60^0=a,$

$GH=AM=\dfrac{a}{2}$, suy ra $d(GC,SA)=GK=\dfrac{GS.GH}{\sqrt{GS^2+GH^2}}=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

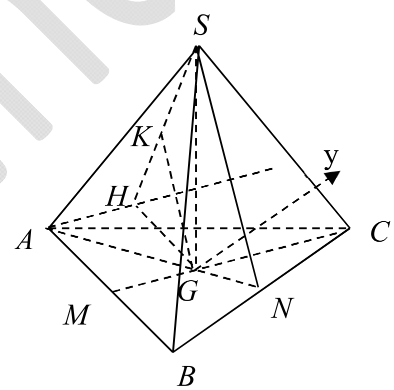
[Cách 2] Phương pháp tọa độ.

Chọn hệ trục tọa độ *Oxyz*, với $G\equiv O$,

$Ox\equiv GA, Oy//NC, Oz\equiv GS$ (*Hình vẽ*). Khi đó, $A\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3};0;0\right)$,

$C\left(-\dfrac{a\sqrt{3}}{6};\dfrac{a}{2};0\right)$; $S(0;0;a)$, suy ra $\overrightarrow{GS}(0;0;a)$, $\overrightarrow{GC}\left(-\dfrac{a\sqrt{3}}{6};\dfrac{a}{2};0\right)$,

$\overrightarrow{AS}\left(-\dfrac{a\sqrt{3}}{3};0;a\right)$ suy ra $d(SA,GC)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{GC},\overrightarrow{AS}\right].\overrightarrow{GS}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{GC},\overrightarrow{AS}\right]\right|}=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$



Câu 3. Cho hình chóp tứ giác đều *S.ABCD* có *AB = a*, $SA=a\sqrt{3}$. Gọi *G* là trọng tâm tam giác *SCD.* Góc giữa đường thẳng *BG* với mặt phẳng *(ABCD)* bằng:

A. $\arctan\dfrac{\sqrt{85}}{17}$. B. $\arctan\dfrac{\sqrt{10}}{17}$. C. $\arcsin\dfrac{\sqrt{85}}{17}$. D. $\arccos\dfrac{\sqrt{85}}{17}$.

Hướng dẫn giải

[Cách 1] Phương pháp dựng hình

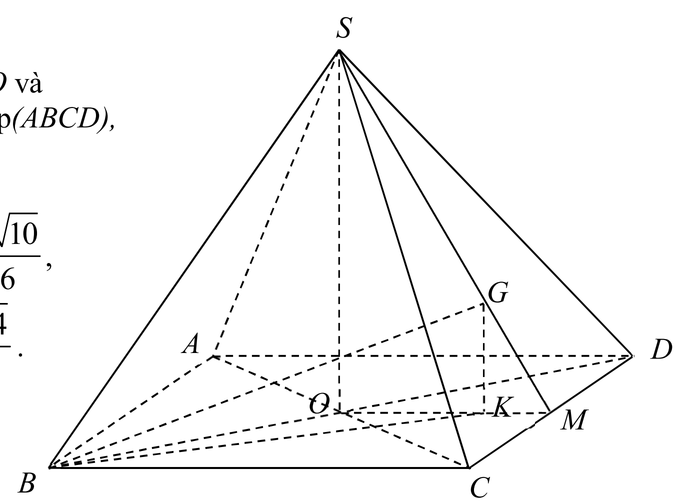
Gọi *M* là trung điểm *CD*, kẻ *GK* song song với *SO* và cắt *OM* tại *K*, suy ra *K* là hình chiếu của *G* trên mp*(ABCD)*,

suy ra $\left(\widehat{BG,(ABCD)}\right)=\widehat{GBK}$.

Ta có: $AO=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $SO=\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$, $GK=\dfrac{1}{3}SO=\dfrac{a\sqrt{10}}{6}$,

vì $OK=\dfrac{2}{3}OM$ nên $OK=\dfrac{a}{3}$, suy ra $BK=\dfrac{a\sqrt{34}}{6}$.

$\tan\left(\widehat{BG,(ABCD)}\right)=\tan\widehat{GBK}=\dfrac{GK}{BK}=\dfrac{\sqrt{85}}{17}$.



[Cách 2] Phương pháp tọa độ.

Chọn hệ trục tọa độ *Oxyz*, với $Ox \equiv OC, Oy \equiv OD, Oz \equiv OS$. Khi đó, $B\left(0;-\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$,

$G\left(\frac{a\sqrt{2}}{6};\frac{a\sqrt{2}}{6};\frac{a\sqrt{10}}{6}\right); S\left(0;0;\frac{a\sqrt{10}}{2}\right)$, suy ra $\overrightarrow{BG}\left(\frac{a\sqrt{2}}{6};\frac{2a\sqrt{2}}{3};\frac{a\sqrt{10}}{6}\right)=\frac{a\sqrt{2}}{6}\left(1;4;\sqrt{5}\right)=\frac{a\sqrt{2}}{6}.\vec{n}$,

$\overrightarrow{OS}\left(0;0;\frac{a\sqrt{10}}{2}\right)=\frac{a\sqrt{10}}{2}(0;0;1)=\frac{a\sqrt{10}}{2}.\vec{k}$.

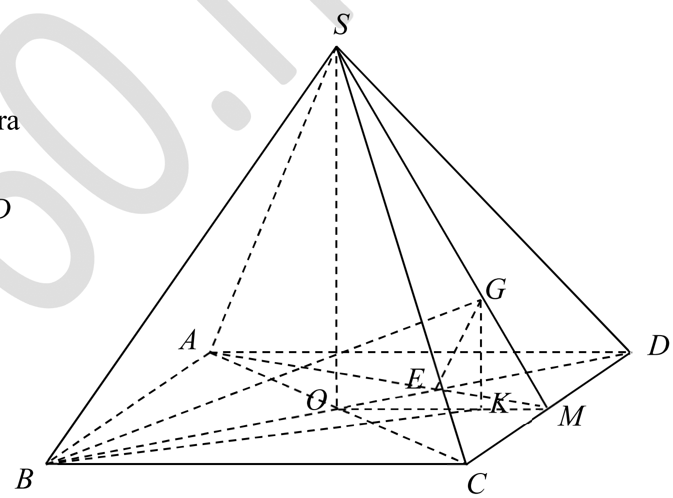
$\sin(\widehat{BG,(ABCD)})=\frac{\left|\vec{n}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{k}\right|}=\sqrt{\frac{5}{22}} \Rightarrow \cos(\widehat{BG,(ABCD)})=\sqrt{\frac{17}{22}} \Rightarrow \tan(\widehat{BG,(ABCD)})=\frac{\sqrt{85}}{17}$.

Câu 4. Cho hình chóp tứ giác đều *S.ABCD* có $AB = a$, $SA=a\sqrt{3}$. Gọi *G* là trọng tâm tam giác *SCD*. Góc giữa đường thẳng *BG* với đường thẳng *SA* bằng:

A. $\arccos\frac{\sqrt{33}}{11}$ B. $\arccos\frac{\sqrt{330}}{110}$. C. $\arccos\frac{\sqrt{3}}{11}$. D. $\arccos\frac{\sqrt{33}}{22}$

Hướng dẫn giải

[Cách 1] Phương pháp dựng hình



Gọi *M* là trung điểm *CD*, Gọi $E = BD \cap AM$, suy ra $GE // SA$. Suy ra $\left(\widehat{BG,SA}\right)=\left(\widehat{BG,GE}\right)$.

Vì G, E lần lượt là trọng tâm tam giác *SCD* và *ACD* nên $GE=\frac{1}{3}SA=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Kẻ *GK* song song với *SO* và cắt *OM* tại *K*, suy *ra K* là hình chiếu của *G* trên *mp(ABCD)*

Ta có: $AO=\frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SO=\frac{a\sqrt{10}}{2}$,

$GK=\frac{1}{3}SO=\frac{a\sqrt{10}}{6}$. $BE=\frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Vì $OK=\frac{2}{3}OM$ nên $OK=\frac{a}{3}$, suy ra $BK=\frac{a\sqrt{34}}{6} \Rightarrow BG=\frac{a\sqrt{11}}{3}$.

Xét tam giác BEG, có $BE=\frac{2a\sqrt{2}}{3}$, $GE=\frac{a\sqrt{3}}{3}$, $BG=\frac{a\sqrt{11}}{3}$,

suy ra $\cos\widehat{BGE}=\frac{BG^2+GE^2-BE^2}{2BG.GE}=\frac{\sqrt{33}}{11}$.

[Cách 2] Phương pháp tọa độ.

Chọn hệ trục tọa độ *Oxyz*, với $Ox \equiv OC, Oy \equiv OD, Oz \equiv OS$. Khi đó, $B\left(0;-\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$

$G\left(\frac{a\sqrt{2}}{6};\frac{a\sqrt{2}}{6};\frac{a\sqrt{10}}{6}\right);S\left(0;0;\frac{a\sqrt{10}}{2}\right)$, $A\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0\right)$,

suy ra $\overrightarrow{BG}\left(\frac{a\sqrt{2}}{6};\frac{2a\sqrt{2}}{3};\frac{a\sqrt{10}}{6}\right)=\frac{a\sqrt{2}}{6}\left(1;4;\sqrt{5}\right)=\frac{a\sqrt{2}}{6}.\vec{n}$,

$\overrightarrow{AS}\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};0;\frac{a\sqrt{10}}{2}\right)=\frac{a\sqrt{2}}{2}\left(1;0;\sqrt{5}\right)=\frac{a\sqrt{2}}{2}.\vec{k}$. Suy ra $\cos(\widehat{BG,SA})=\frac{\left|\vec{n}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{k}\right|}=\sqrt{\frac{3}{11}}$.

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác đều *S.ABCD* có cạnh đáy bằng *a*, $SA=a\sqrt{3}$. *M* là trung điểm của cạnh *BC*. Góc giữa hai mặt phẳng *(SDM)* với *(SBC)* bằng:

A. $\arctan\frac{2\sqrt{110}}{11}$. B. $\arctan\frac{\sqrt{110}}{11}$. C. $\arctan\frac{2\sqrt{110}}{33}$. D. $\arctan\frac{2\sqrt{11}}{110}$.

Hướng dẫn giải

[Cách 1] Phương pháp dựng hình

Gọi *O* là tâm hình vuông *ABCD*, Gọi $E=AC\cap DM$ suy ra *E* là trọng tâm tam giác *BCD*. Gọi *I* là hình chiếu của *O* lên mặt phẳng *(SBC), I* thuộc đường thẳng *SM*, suy ra hình chiếu *H* của *E* lên mặt phẳng *(SBC)* nằm trên đoạn thẳng *CI* và $\frac{CH}{CI}=\frac{2}{3}$.

Kẻ $HK\perp SM$ tại K *(HK // CM),* khi đó $\left(\widehat{(SDM),(SBC)}\right)=(\widehat{HK,EK})$

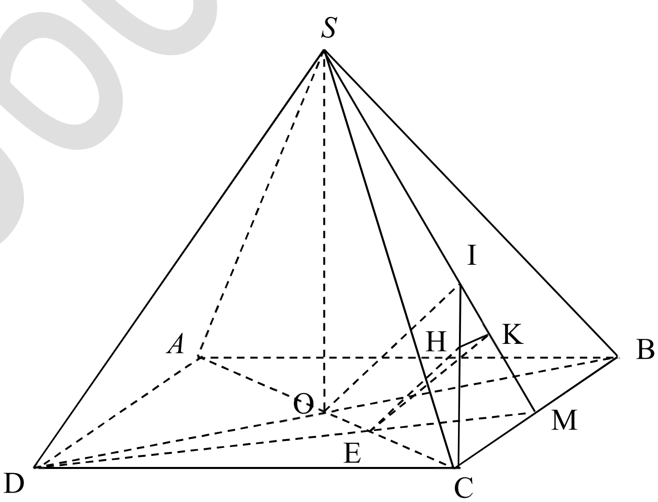
Ta có: $SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\frac{a\sqrt{10}}{2}$,

$EH=\frac{2}{3}OI=\frac{2}{3}\frac{SO.OM}{\sqrt{SO^2+OM^2}}=\frac{a\sqrt{110}}{33}$.

$HK=\frac{1}{3}CM=\frac{a}{6}$. Suy ra

$\tan\left(\widehat{(SDM),(SBC)}\right)=\tan(\widehat{HK,EK})$

$=\tan\widehat{HKE}=\frac{2\sqrt{110}}{11}$



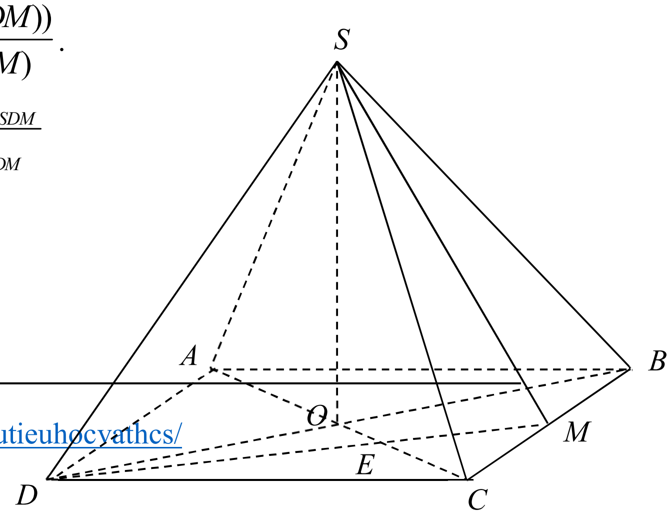
[Cách 2] Phương pháp thể tích.

Đặt $\varphi=\left(\widehat{(SDM),(SBC)}\right)$ suy ra $\sin\varphi=\frac{d(C,(SDM))}{d(C,SM)}$.

Ta có $d(C;SM)=CM=\frac{a}{2}$, $d(C;(SDM))=\frac{3V_{C.SDM}}{S_{SDM}}$

$V_{S.CDM}=\frac{1}{3}.SO.S_{\Delta CDM}=\frac{a^3\sqrt{10}}{24}$.

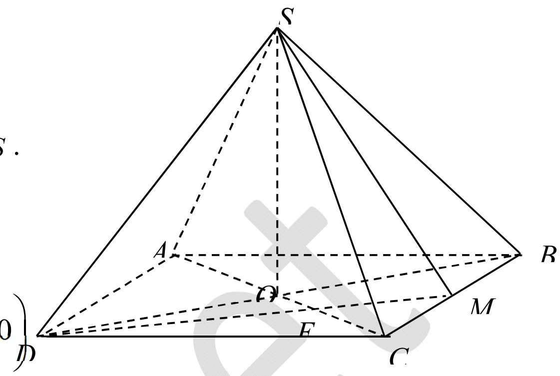
Tam giác *SDM* có $SM=\frac{a\sqrt{11}}{2}$, $DM=\frac{a\sqrt{5}}{2}$



và $SD = a\sqrt{3}$, suy ra $S_{\Delta SDM} = \dfrac{a^2\sqrt{51}}{8}$,

Suy ra $d(C,(SDM)) = \dfrac{3V_{C.SDM}}{S_{SDM}} = \dfrac{a\sqrt{10}}{\sqrt{51}}$

Suy ra $\sin\varphi = \dfrac{d(C,(SDM))}{d(C,SM)} = \dfrac{2\sqrt{10}}{\sqrt{51}} \Rightarrow \tan\varphi = \dfrac{2\sqrt{110}}{11}$.



[Cách 3]Phương pháp tọa độ.

Chọn hệ trục tọa độ *Oxyz*, với $Ox \equiv OC, Oy \equiv OB, Oz \equiv OS$.

Khi đó, $D\left(0;-\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$,

$M\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{4};\dfrac{a\sqrt{2}}{4};0\right); S\left(0;0;\dfrac{a\sqrt{10}}{2}\right)$, $B\left(0;\dfrac{a}{2};0\right); C\left(\dfrac{a}{2};0;0\right)$

suy ra $\overrightarrow{DM}\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{4};\dfrac{3a\sqrt{2}}{4};0\right) = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}(1;3;0) = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}.\vec{x}$,

$\overrightarrow{SM}\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{4};\dfrac{a\sqrt{2}}{4};-\dfrac{a\sqrt{10}}{2}\right) = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}\left(1;1;-2\sqrt{5}\right)$

$= \dfrac{a\sqrt{2}}{4}.\vec{y}$.

$\overrightarrow{BC}\left(\dfrac{a}{2};-\dfrac{a}{2};0\right) = \dfrac{a}{2}(1;-1;0) = \dfrac{a}{2}.\vec{u}$; $\overrightarrow{SC}\left(\dfrac{a}{2};0;-\dfrac{a\sqrt{10}}{2}\right) = \dfrac{a}{2}\left(1;0;-\sqrt{10}\right) = \dfrac{a}{2}.\vec{v}$,

$\vec{n} = [\vec{x},\vec{y}] = \left(-6\sqrt{5};2\sqrt{5};-2\right)$ và $\vec{k} = [\vec{u},\vec{v}] = \left(\sqrt{10};\sqrt{10};-1\right)$.

Suy ra $\cos\varphi = \dfrac{\left|\vec{n}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{k}\right|} = \sqrt{\dfrac{11}{51}} \Rightarrow \tan\varphi = \dfrac{2\sqrt{110}}{11}$.

Câu 6. Cho hình chóp *S.ABC* có *SA, AB, AC* đôi một vuông góc, $AB = a, AC = a\sqrt{2}$ và diện tích tam giác *SBC* bằng $\dfrac{a^2\sqrt{33}}{6}$. Khoảng cách từ điểm *A* đến mặt phẳng *(SBC)* bằng:

A. $\dfrac{a\sqrt{330}}{33}$. B. $\dfrac{a\sqrt{330}}{11}$. C. $\dfrac{a\sqrt{110}}{33}$. D. $\dfrac{2a\sqrt{330}}{33}$.

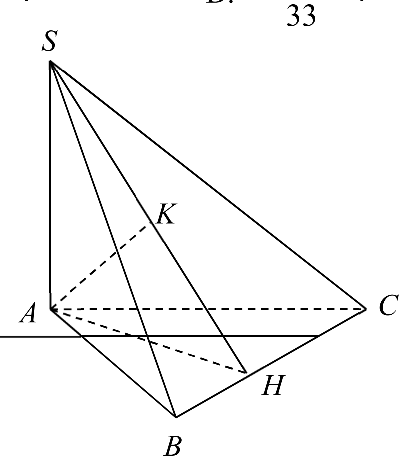
Hướng dẫn giải

[Cách 1] Phương pháp dựng hình

Kẻ *AH* vuông góc với *BC* tại *H*, kẻ *AK* vuông góc với *SH* tại *K*. Khi đó $d(A,(SBC)) = AK$.

Ta có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{3}$, và $S_{\Delta SBC} = \dfrac{a^2\sqrt{33}}{6}$

nên $SH = \dfrac{a\sqrt{11}}{3}$.



$AH = \dfrac{AC.AB}{\sqrt{AC^2 + AB^2}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$, $SA = \sqrt{SH^2 - AH^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{3}$

Suy ra $d(A,(SBC)) = AK = \dfrac{SA.AH}{SH} = \dfrac{a\sqrt{330}}{33}$.

[Cách 2] Phương pháp thể tích.

Ta có thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \dfrac{a\sqrt{5}}{9}.\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{10}}{18}$.

Suy ra $d(A,(SBC)) = \dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}} = \dfrac{a\sqrt{330}}{33}$.

[Cách 3] Phương pháp tọa độ.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với $O \equiv A, Ox \equiv AB, Oy \equiv AC, Oz \equiv AS$. Khi đó,

$B(a;0;0), C(0;a\sqrt{2};0), S\left(0;0;\dfrac{a\sqrt{5}}{3}\right)$ suy ra $\overrightarrow{BC}\left(-a;a\sqrt{2};0\right)$, $\overrightarrow{BS}\left(-a;0;\dfrac{a\sqrt{5}}{3}\right)$, $\overrightarrow{BA}(a;0;0)$ suy ra

$d(A,(SBC)) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BS}\right].\overrightarrow{BA}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BS}\right]\right|} = \dfrac{a\sqrt{330}}{33}$.

Câu 7. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy, tam giác ABC vuông cân tại B, $BA = BC = a$, góc giữa mp(SBC) với mp(ABC) bằng 60^0. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AI với BC.

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. C. $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

[Cách 1] Phương pháp dựng hình

Vì tam giác SAC vuông tại A nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAC là trung điểm I của SC.

Ta góc giữa mp(SBC) với mp(ABC) là góc SBA, theo bài góc $\widehat{SBA} = 60^0$, suy ra:

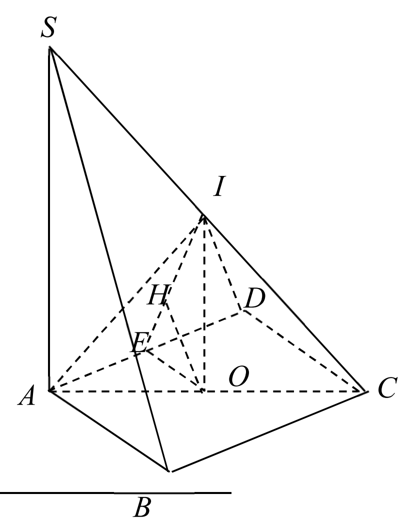
$$SA = AB.\tan\widehat{SBA} = a\sqrt{3}.$$

Kẻ $AD // BC$, D là đỉnh thứ tư của hình bình bình hành $ABCD$. Kẻ $OE \perp AD$ tại E. $OH \perp IE$ tại H. Khi đó:

$d(AI,BC) = d(BC,(IAD)) = 2d(O,(IAD)) = 2.OH$

Ta có $OH = \dfrac{OE.OI}{\sqrt{OE^2 + OI^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$, suy ra

$d(AI,BC) = 2d(O,(IAD)) = 2.OH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.



[Cách 2] Phương pháp tọa độ.

Gọi O là trung điểm của AC, vì tam giác ABC vuông cân tại B nên $OB \perp AC$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với $Ox \equiv OB, Oy \equiv OC, Oz \equiv OI$.

Khi đó, $B\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0;0\right), C(0;\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0), I\left(0;0;\dfrac{a\sqrt{2}}{3}\right), A\left(0;-\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$, suy ra $\overrightarrow{BC}\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right), \overrightarrow{AI}\left(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{2}}{3}\right), \overrightarrow{BA}\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};-\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$. Suy ra

$$d(BC,AI)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AI}\right].\overrightarrow{BA}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AI}\right]\right|}=\frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

[Cách 3] Phương pháp thể tích.

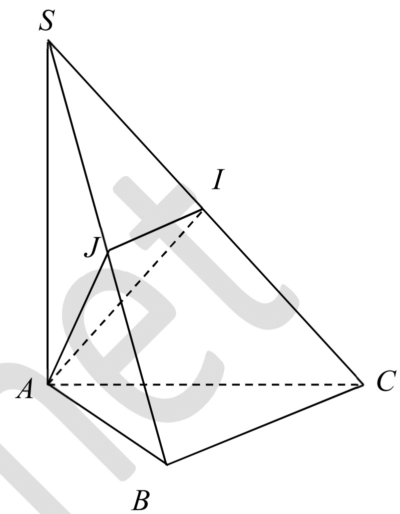
Kẻ $IJ//BC$, J thuộc cạnh SB. Suy ra $d(AI,BC)=d(BC,(AIJ))=d(S,(AIJ))$.

Ta có: Tam giác AIJ vuông tại J và $AJ=\frac{1}{2}SB=a$,

$IJ=\frac{1}{2}BC=\frac{a}{2}$ suy ra $S_{\Delta AIJ}=\frac{a^2}{4}$.

$\frac{V_{S.AIJ}}{V_{S.ABC}}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{S.AIJ}=\frac{1}{4}V_{S.ABC}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Suy ra $d(AI,BC)=d(S,(AIJ))=\frac{3V_{S.AIJ}}{S_{\Delta AIJ}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Câu 8. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc, góc OCB bằng 30^0, góc ABO bằng 60^0 và $AC=a\sqrt{6}$. Điểm M nằm trên cạnh AB sao cho $AM = 2BM$. Tính góc giữa hai đường thẳng CM và OA.

A. $\arctan\frac{\sqrt{93}}{3}$.   B. $\arctan\frac{\sqrt{31}}{3}$.   C. $\arctan\frac{\sqrt{93}}{6}$.   D. $\arctan\frac{\sqrt{31}}{2}$.

Hướng dẫn giải

[Cách 1] Phương pháp dựng hình

Gọi H là hình chiếu của M lên mp(OBC).

Vì $AM = 2BM$ nên $OH = 2HB$.

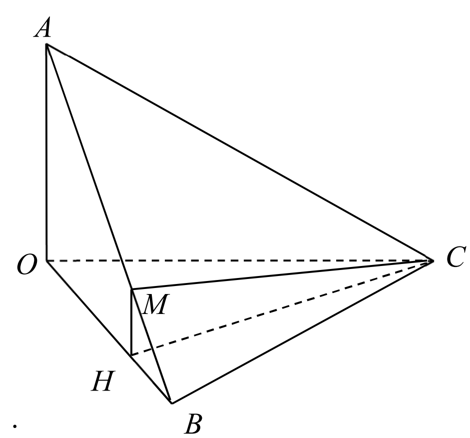
Suy ra $(\widehat{OA,CM})=(\widehat{MH,CM})=\widehat{CMH}$.

Đặt $OB = x$. Ta có $OA=x\sqrt{3}, OC=x\sqrt{3}$

$OA^2+OC^2=6x^2=AC^2=6a^2\Rightarrow x=a$.

Ta có $MH=\frac{1}{3}OA=\frac{a\sqrt{3}}{3}$,

$HC=\sqrt{OC^2+OH^2}=\frac{a\sqrt{31}}{3}$. Suy ra $\tan(\widehat{CMH})=\frac{HC}{HM}=\frac{\sqrt{93}}{3}$.



[Cách 2] Phương pháp tọa độ.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với $Ox\equiv OB, Oy\equiv OC, Oz\equiv OA$.

Đặt $OB = x$. Ta có $OA=x\sqrt{3}, OC=x\sqrt{3}$, $OA^2+OC^2=6x^2=AC^2=6a^2\Rightarrow x=a$.

$MH=\frac{1}{3}OA=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Khi đó, $C(0;a\sqrt{3};0), A\left(0;0;a\sqrt{3}\right), M\left(\frac{2a}{3};0;\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)$, suy ra $\overrightarrow{MC}\left(-\dfrac{2a}{3};a\sqrt{3};-\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)=-\dfrac{a}{3}\left(2;-3\sqrt{3};\sqrt{3}\right)=\dfrac{a}{3}\vec{u}$, $\overrightarrow{OA}\left(0;0;a\sqrt{3}\right)=a\sqrt{3}\left(0;0;1\right)=a\sqrt{3}\vec{v}$ suy ra

$\cos(\widehat{OA,CM})=\left|\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)\right|=\dfrac{\left|\vec{u},\vec{v}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|}=\sqrt{\dfrac{3}{34}}\Rightarrow \tan(\widehat{OA,CM})=\dfrac{\sqrt{93}}{3}$.

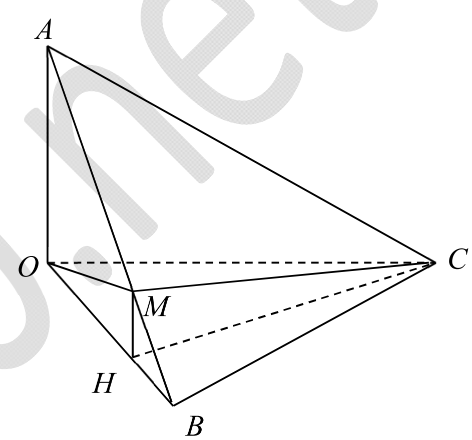
Câu 9. Cho tứ diện *OABC* có *OA, OB, OC* đôi một vuông góc, góc *OCB* bằng 30^0, góc *ABO* bằng 60^0 và $AC=a\sqrt{6}$. Điểm *M* nằm trên cạnh *AB* sao cho *AM = 2 BM*. Tính góc giữa hai mặt phẳng *(OCM)* và *(ABC)*.

A. $\arcsin\sqrt{\dfrac{34}{35}}$ B. $\arcsin\sqrt{\dfrac{1}{35}}$ C. $\arcsin\sqrt{\dfrac{14}{35}}$ D. $\arcsin\sqrt{\dfrac{3}{7}}$

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

[Cách 1] Phương pháp thể tích



Gọi *H* là hình chiếu của *M* lên mp*(OBC)*.

Vì *AM = 2 BM* nên *OH = 2HB*.

Suy ra $(\widehat{OA,CM})=(\widehat{MH,CM})=\widehat{CMH}$

Đặt $OB = x$. Ta có $OA=x\sqrt{3}, OC=x\sqrt{3}$

$OA^2+OC^2=6x^2=AC^2=6a^2\Rightarrow x=a$.

Ta có $MH=\dfrac{1}{3}OA=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$, suy ra

$OM=\sqrt{MH^2+OH^2}=\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng *(OMC)* và *(ABC)*.

Suy ra $\sin\varphi=\dfrac{d(O,(ABC))}{d(O,CM)}$.

Ta có: $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}OA.OB.OC=\dfrac{a^3}{2}$. Tam giác ABC có $AB=BC=2a, AC=a\sqrt{6}$ suy ra $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{15}}{2}$,

suy ra $d(O,(ABC))=\dfrac{3V_{OABC}}{S_{\Delta ABC}}=\dfrac{3.\dfrac{a^3}{2}}{a^2.\dfrac{\sqrt{15}}{2}}=\dfrac{3a}{\sqrt{15}}$. Vì tam giác *OCM* vuông tại *O* nên

$d(O,CM)=\dfrac{OM.OC}{\sqrt{OM^2+OC^2}}=a\sqrt{\dfrac{21}{34}}$. Suy ra $\sin\varphi=\dfrac{d(O,(ABC))}{d(O,CM)}=\dfrac{\dfrac{3a}{\sqrt{15}}}{a\sqrt{\dfrac{21}{34}}}=\sqrt{\dfrac{34}{35}}$.

[Cách 2] Phương pháp tọa độ.

Chọn hệ trục tọa độ *Oxyz*, với $Ox\equiv OB, Oy\equiv OC, Oz\equiv OA$.

Đặt $OB = x$. Ta có $OA=x\sqrt{3}, OC=x\sqrt{3}$, $OA^2+OC^2=6x^2=AC^2=6a^2\Rightarrow x=a$.

$MH=\dfrac{1}{3}OA=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Khi đó, $C(0;a\sqrt{3};0), A\left(0;0;a\sqrt{3}\right), M\left(\dfrac{2a}{3};0;\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right), B\left(a;0;0\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{OC}(0;a\sqrt{3};0)=a\sqrt{3}(0;1;0)=a\sqrt{3}.\vec{x}$,

$\overrightarrow{OM}\left(\frac{2a}{3};0;\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{a}{3}\left(2;0;\sqrt{3}\right)=\frac{a}{3}.\vec{y}$;

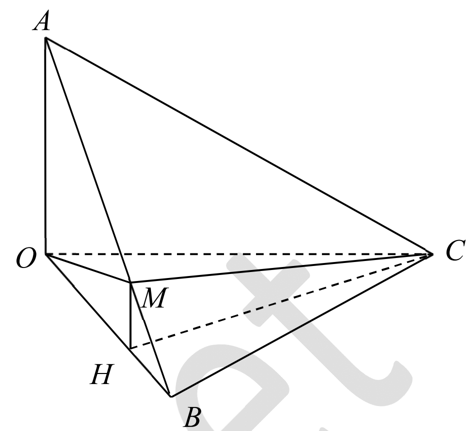
$\overrightarrow{BC}\left(a;-a\sqrt{3};0\right)=a\left(1;-\sqrt{3};0\right)=a.\vec{u}$;

$\overrightarrow{BA}\left(-a;0;a\sqrt{3}\right)=-a\left(1;0;-\sqrt{3}\right)=-a\vec{v}$

$\vec{n}=[\vec{x},\vec{y}]=\left(\sqrt{3};0;-2\right)$ và $\vec{k}=[\vec{u},\vec{v}]=\left(3;\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$.

Suy ra $\cos\varphi=\frac{\left|\vec{n}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{k}\right|}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}.\sqrt{15}}=\frac{1}{\sqrt{35}}$.

Vậy $\sin\varphi=\sqrt{\frac{34}{35}}$.



Câu 10. Cho tứ diện *OABC* có *OA, OB, OC* đôi một vuông góc. Góc giữa đường thẳng *AC* và mp*(OBC)* bằng 60^0, $OB=a$, $OC=a\sqrt{2}$. Gọi *M* là trung điểm của cạnh *OB*. Góc giữa đường thẳng *OA* với mặt phẳng *(ACM* bằng:

A. $\arcsin\frac{1}{2\sqrt{7}}$. B. $\arcsin\frac{1}{\sqrt{7}}$. C. $\arcsin\frac{3}{2\sqrt{7}}$. D. $\arcsin\frac{3}{4\sqrt{7}}$.

Hướng dẫn giải

[Cách 1] Phương pháp thể tích]

Ta có Góc giữa *AC* và mp*(OBC)* bằng 60^0.

Suy ra $OA=OC.\tan 60^0=a\sqrt{6}$.

$AM=\sqrt{OA^2+OM^2}=\frac{5a}{2}$.

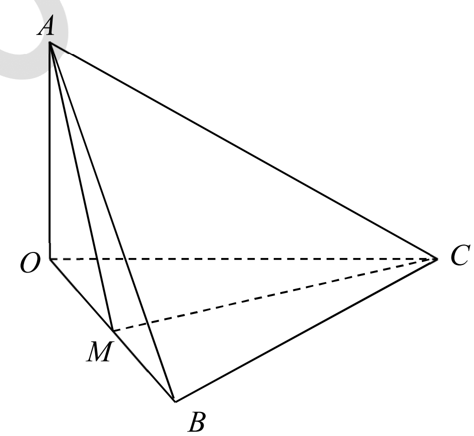
$CM=\sqrt{OC^2+OM^2}=\frac{3a}{2}$.

$AC=\sqrt{OC^2+OA^2}=2\sqrt{2}a$. Suy ra $S_{\Delta ACM}=\frac{a^2\sqrt{14}}{2}$.

$V_{A.OCM}=\frac{1}{6}OA.OC.OM=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Suy ra $d(O,(ACM))=\frac{3V_{O.ACM}}{S_{\Delta ACM}}=a\sqrt{\frac{3}{14}}$.

Gọi φ là góc giữa *OA* với *(ACM),* suy ra $\sin\varphi=\frac{d(O,(ACM))}{OA}=\frac{1}{2\sqrt{7}}$.



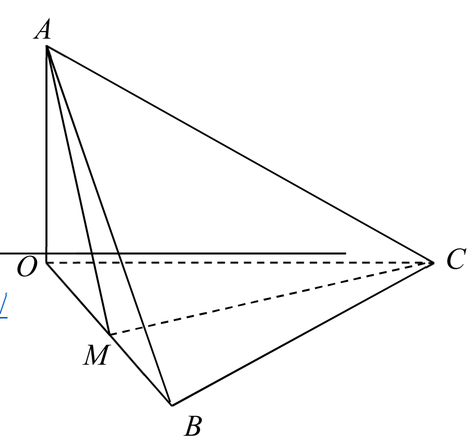
[Cách 2] Phương pháp tọa độ.

Chọn hệ trục tọa độ *Oxyz*, với

$Ox\equiv OB, Oy\equiv OC, Oz\equiv OA$.

$C(0;a\sqrt{2};0), A\left(0;0;a\sqrt{6}\right), M\left(\frac{a}{2};0;0\right)$.

Suy ra, $\overrightarrow{MA}=\left(-\frac{a}{2};0;a\sqrt{6}\right)=-\frac{a}{2}\left(1;0;-2\sqrt{6}\right)=-\frac{a}{2}\vec{x}$,



$\overrightarrow{MC}=\left(-\frac{a}{2};a\sqrt{2};0\right)=-\frac{a}{2}\left(1;-2\sqrt{2};0\right)=-\frac{a}{2}.\vec{y}$,

$\vec{n}=[\vec{x},\vec{y}]=2\left(4\sqrt{3};-\sqrt{6};-\sqrt{2}\right)$ và

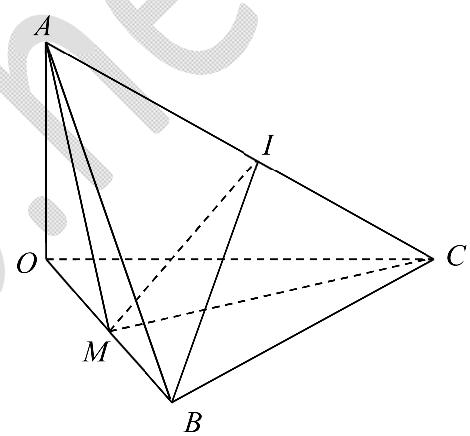
$\overrightarrow{OA}=\left(0;0;a\sqrt{6}\right)=a\sqrt{6}\left(0;0;1\right)=a\sqrt{6}.\vec{k}$.

Gọi φ là góc giữa OA với (ACM), Suy ra $\sin\varphi=\frac{\left|\vec{n}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{k}\right|}=\frac{1}{2\sqrt{7}}$.

Câu 11. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Góc giữa đường thẳng AC và mp(OBC) bằng 60^0, $OB=a$, $OC=a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh OB. Tính góc giữa hai mặt phẳng (AMC) và (ABC) bằng:

A. $\arcsin\sqrt{\frac{3}{35}}$. B. $\arcsin\sqrt{\frac{32}{35}}$. C. $\arcsin\sqrt{\frac{1}{35}}$. D. $\arcsin\sqrt{\frac{34}{35}}$.

[Cách 1] Phương pháp thể tích



Ta có Góc giữa AC và $mp(OBC)$ bằng 60^0.

Suy ra $OA=OC.\tan60^0=a\sqrt{6}$.

$AM=\sqrt{OA^2+OM^2}=\frac{5a}{2}$.

$CM=\sqrt{OC^2+OM^2}=\frac{3a}{2}$.

$AC=\sqrt{OC^2+OA^2}=2\sqrt{2}a$. Suy ra $S_{\Delta ACM}=\frac{a^2\sqrt{14}}{2}$.

$V_{A.OCM}=\frac{1}{6}OA.OC.OM=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. Suy ra

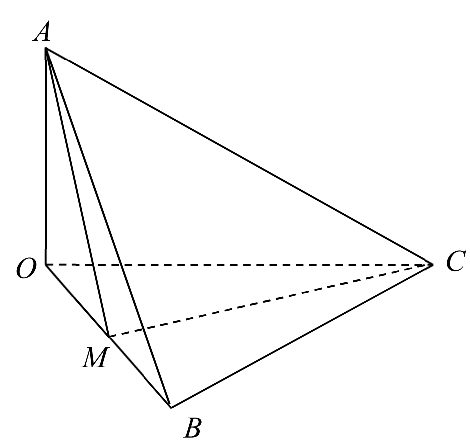
$d(O,(ACM))=\frac{3V_{O.ACM}}{S_{\Delta ACM}}=a\sqrt{\frac{3}{14}}=d(B,(ACM))$.

Kẻ OI vuông góc với AC tại I suy ra BI vuông góc với AC và $d(O,AC)=OI=\frac{OA.OC}{AC}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Tam giác OIB vuông tại O có $OI=\frac{a\sqrt{6}}{2},OB=a\Rightarrow BI=\frac{a\sqrt{10}}{2}$.

$\sin\left(\widehat{(ACM),(ABC)}\right)=\frac{d(B,(ACM))}{BI}=\sqrt{\frac{3}{35}}$.

[Cách 2] Phương pháp tọa độ.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với

$Ox\equiv OB,Oy\equiv OC,Oz\equiv OA$.

$C(0;a\sqrt{2};0),A\left(0;0;a\sqrt{6}\right),M\left(\frac{a}{2};0;0\right),B\left(a;0;0\right)$.

Suy ra, $\overrightarrow{MA}=\left(-\frac{a}{2};0;a\sqrt{6}\right)=-\frac{a}{2}\left(1;0;-2\sqrt{6}\right)=-\frac{a}{2}\vec{x}$,

$\overrightarrow{MC}=\left(-\frac{a}{2};a\sqrt{2};0\right)=-\frac{a}{2}\left(1;-2\sqrt{2};0\right)=-\frac{a}{2}.\vec{y}$

$[\vec{x},\vec{y}] = 2\left(4\sqrt{3};-\sqrt{6};-\sqrt{2}\right) = 2.\vec{n}$, $\overrightarrow{BA} = \left(-a;0;a\sqrt{6}\right) = -a\left(1;0;-\sqrt{6}\right) = -a.\vec{u}$,
$\overrightarrow{BC} = \left(-a;a\sqrt{2};0\right) = -a\left(1;-\sqrt{2};0\right) = -a.\vec{v}$, $\vec{k} = \left[\vec{u},\vec{v}\right] = \left(2\sqrt{3};-\sqrt{6};-\sqrt{2}\right)$.

Gọi φ là góc giữa *(ABC)* với *(ACM)*, Suy ra $\cos\varphi = \dfrac{\left|\vec{n}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{k}\right|} = 4\sqrt{\dfrac{2}{35}} \Rightarrow \sin\varphi = \sqrt{\dfrac{3}{35}}$.

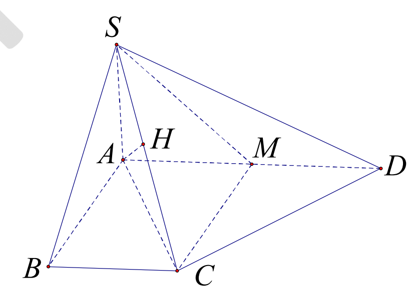
KHỐI CHÓP CÓ CẠNH BÊN VUÔNG GÓC VỚI MẶT ĐÁY

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $ABCD$ vuông tại A và B. Biết $AD = 2a$, $AB = BC = SA = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, gọi M là trung điểm của AD. Tính khoảng cách h từ M đến mặt phẳng (SCD).

A. $h = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. B. $h = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. D. $h = \dfrac{a}{3}$.

Hướng dẫn giải

C1: phương pháp dựng hình.



Tứ giác $ABCM$ là hình vuông nên $CM = a = \dfrac{1}{2}AD$ suy ra tam giác ACD vuông tại C

Ta có $CD \perp AC, CD \perp SA \Rightarrow CD \perp (SAC)$

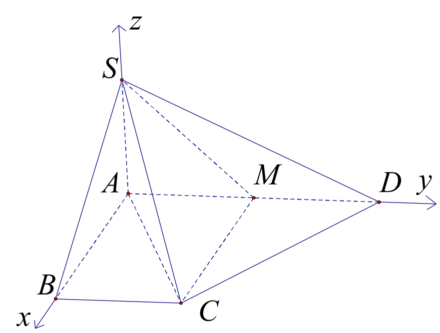
Kẻ $AH \perp SC$ tại H khi đó do $CD \perp (SAC) \Rightarrow CD \perp AH \Rightarrow AH \perp (SCD)$

Vậy $d\left(M,(SCD)\right) = \dfrac{1}{2}d\left(A,(SCD)\right) = \dfrac{1}{2}AH$

Tam giác SAC vuông tại A, đường cao AH nên $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AC^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{2a^2} = \dfrac{3}{2a^2}$

Suy ra $AH = \dfrac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow d\left(M,(SCD)\right) = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

C2: Phương pháp tọa độ



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, khi đó ta có :
$A(0;0;0), B(a;0;0), D(0;2a;0), S(0;0;a)$

Từ đó suy ra $M(0;a;0), C(a;a;0) \Rightarrow \overrightarrow{SM} = (0;a;-a)$

$\overrightarrow{SC} = (a;a;-a), \overrightarrow{SD} = (0;2a;-a)$

$\left[\overrightarrow{SC},\overrightarrow{SD}\right] = \left(a^2;a^2;2a^2\right), \left|\left[\overrightarrow{SC},\overrightarrow{SD}\right]\right| = \sqrt{6}a^2$

Vậy khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SCD) là

$$d\left(M,(SCD)\right) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{SC},\overrightarrow{SD}\right].\overrightarrow{SM}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{SC},\overrightarrow{SD}\right]\right|} = \frac{a^3}{a^2\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

Câu 13. Cho hình tứ diện *OABC* có đáy *OBC* là tam giác vuông tại *O*, $OB=a$, $OC=a\sqrt{3}$. Cạnh *OA* vuông góc với mặt phẳng *(OBC)*, $OA=a\sqrt{3}$, gọi *M* là trung điểm của *BC*. Tính khoảng cách *h* giữa hai đường thẳng *AB* và *OM*.

A. $h=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. B. $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $h=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$.

Hướng dẫn giải

Cách 1 : phương pháp dựng hình

Gọi *N* là điểm đối xứng của *C* qua *O*. Khi đó $OM//BN$ (tính chất đường trung bình)

do đó $OM//(ABN)$. Suy ra $d(OM,AB)=d(OM,(ABN))=d(O,(ABN))$.

Dựng $OK\perp BN$, $OA\perp(OBC)\Rightarrow BN\perp OA\Rightarrow BN\perp AK$

Dựng $OH\perp AK$ khi đó $OH\perp(ABN)$. Từ đó $d(OM,AB)=OH$.

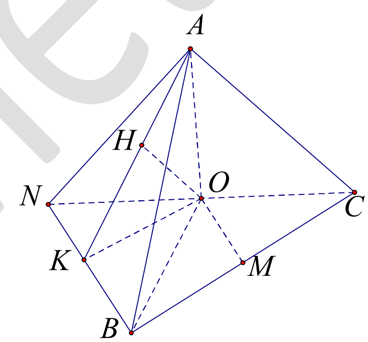
Tam giác *ONB* vuông tại *O*, đường cao *OK* nên

$$\frac{1}{OK^2}=\frac{1}{ON^2}+\frac{1}{OB^2}=\frac{1}{3a^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{4}{3a^2}$$

Tam giác *AOK* vuông tại *O*, đường cao *OH* nên

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OK^2}+\frac{1}{OA^2}=\frac{4}{3a^2}+\frac{1}{3a^2}=\frac{5}{3a^2}\Rightarrow OH=\frac{a\sqrt{15}}{5}$$

Vậy $d(OM,AB)=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$



Cách 2 : Phương pháp tọa độ

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó

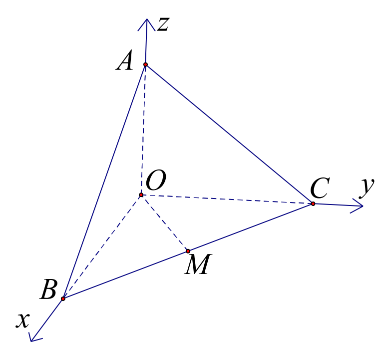
$O(0;0;0), A(0;0;a\sqrt{3}), B(a;0;0), C(0;a\sqrt{3};0)$

$M\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$. Suy ra

$$\overrightarrow{OM}\left(\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right),\overrightarrow{AB}=(a;0;-a\sqrt{3}),\overrightarrow{OB}=(a;0;0)$$

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{OM}\right]=\left(\frac{3a^2}{2};\frac{-a^2\sqrt{3}}{2};\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right),\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{OM}\right]\right|=\frac{a^2\sqrt{15}}{2}$$

Vậy $d(AB,OM)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{OM}\right].\overrightarrow{OB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{OM}\right]\right|}=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$



Câu 14. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh *a*, *SA* vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=2a$. Gọi *F* là trung điểm *SC*, tính góc φ giữa hai đường thẳng *BF* và *AC*.

A. $\varphi=90^0$. B. $\varphi=60^0$. C. $\varphi=30^0$. D. $\varphi=45^0$.

Hướng dẫn giải

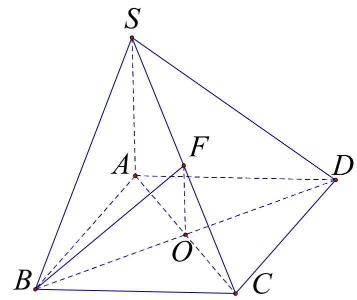
C1 : Phương pháp dựng hình

Gọi O là giao điểm của AC và BD khi đó

$OF//SA \Rightarrow OF \perp (ABCD) \Rightarrow OF \perp AC$.

Lại có $AC \perp BD$ nên $AC \perp (BDF) \Rightarrow AC \perp BF$.

Vậy $\widehat{(AC, BF)} = 90^0$



Cách 2 : phương pháp tọa độ

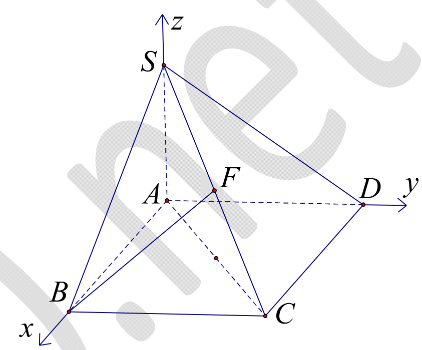
Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, khi đó ta có :

$A(0;0;0), B(a;0;0), C(a;a;0), S(0;0;2a)$

Suy ra $F\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};a\right), \overrightarrow{BF} = \left(-\frac{a}{2};\frac{a}{2};a\right), \overrightarrow{AC} = (a;a;0)$

Vậy $\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow BF \perp AC$

$\Rightarrow \widehat{(BF, AC)} = 90^0$.



Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của SC. Tính côsin của góc φ giữa đường thẳng BM và mặt phẳng (ABC) .

A. $\cos\varphi = \frac{\sqrt{21}}{7}$.   B. $\cos\varphi = \frac{\sqrt{5}}{10}$.   C. $\cos\varphi = \frac{\sqrt{7}}{14}$.   D. $\cos\varphi = \frac{\sqrt{5}}{7}$.

Hướng dẫn giải

C1 : phương pháp dựng hình

Gọi H là trung điểm của AC khi đó $MH//SA \Rightarrow MH \perp (ABC)$

Vậy hình chiếu của BM lên mặt phẳng (ABC) là BH

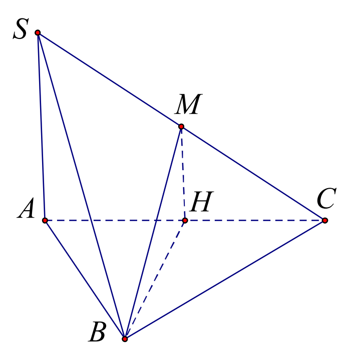
Suy ra $\widehat{(BM, (ABC))} = \widehat{(BM, BH)} = \widehat{MBH}$

Ta có : $MH = a, BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, SB = SC = a\sqrt{5}$

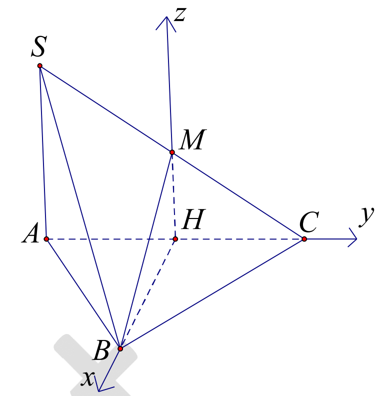
Tam giác MHB vuông tại H nên

$BM = \sqrt{BH^2 + MH^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$

$\cos\widehat{MBH} = \frac{BH}{BM} = \frac{\sqrt{21}}{7}$



C2 : phương pháp tọa độ



Gọi H là trung điểm của AC khi đó $MH//SA \Rightarrow MH \perp (ABC)$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, khi đó

$$H(0;0;0), M(0;0;a), B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};0;0\right)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BM} = \left(\frac{-a\sqrt{3}}{2};0;a\right), \overrightarrow{HM} = (0;0;a)$$

Giả sử góc giữa BM và mặt phẳng *(ABC)* là φ thì ta có :

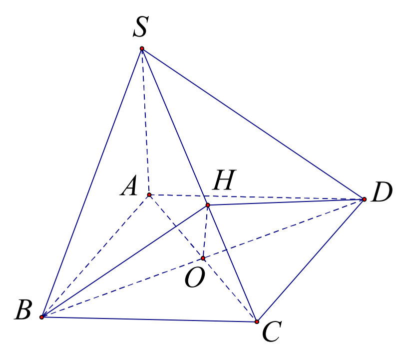
$$\sin\varphi = \frac{\left|\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{HM}\right|}{\left|\overrightarrow{BM}\right|.\left|\overrightarrow{HM}\right|} = \frac{2\sqrt{7}}{7} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính góc φ giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SDC).

A. $\varphi = 60^0$. B. $\varphi = 90^0$. C. $\varphi = 30^0$. D. $\varphi = 45^0$.

Hướng dẫn giải

C1 : phương pháp dựng hình



Ta chứng minh được $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB, CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$.

Kẻ $BH \perp SC$ (1). Ta có $BD \perp (SAC) \Rightarrow SC \perp BD$ (2).

Từ $(1),(2) \Rightarrow SC \perp (BHD) \Rightarrow SC \perp DH$

Vậy $\left(\widehat{(SBC),(SDC)}\right) = \left(\widehat{BH,DH}\right)$

Tam giác SBC vuông tại B, đường cao BH nên ta có

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow BH = DH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Áp dụng định lí cô sin vào tam giác BHD ta có

$$\cos\widehat{BHD} = \frac{BH^2 + DH^2 - BD^2}{2BH.DH} = \frac{-1}{2}$$

Vậy $\cos\left(\widehat{(SBC),(SDC)}\right) = \cos\left(\widehat{BH,DH}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(SDC)}\right) = 60^0$

C2 : phương pháp tọa độ