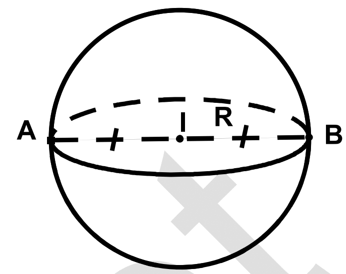
NHÓM 8.2 : PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

I. TỔNG QUAN LÝ THUYẾT :

1/ Định nghĩa:

Cho điểm I cố định và một số thực dương R. Tập hợp tất cả những điểm M trong không gian cách I một khoảng R được gọi là mặt cầu tâm I, bán kính R.

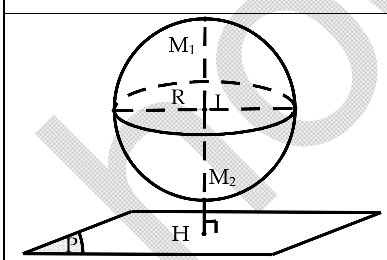
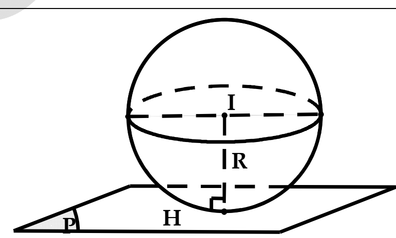
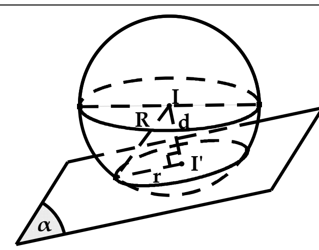


Kí hiệu: $S(I;R) \Rightarrow S(I;R) = \{M \,/\, IM = R\}$

2/ Các dạng phương trình mặt cầu :

Dạng 1 : **Phương trình chính tắc** Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R > 0$. $\boxed{(S):\ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2}$	***Dạng 2 :*** **Phương trình tổng quát** $\boxed{(S):\ x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0}$ (2) $\Rightarrow$ *Điều kiện để phương trình (2) là phương trình mặt cầu:* $\boxed{a^2 + b^2 + c^2 - d > 0}$ • (S) có tâm $I(a;b;c)$. • (S) có bán kính: $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

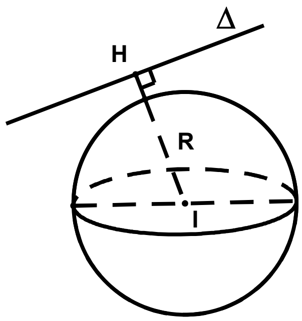
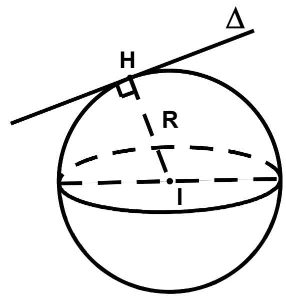
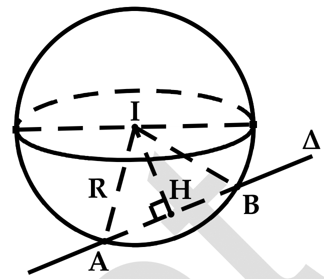
3/ Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng :

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P). Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P) $\Rightarrow$ $d = IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P). Khi đó :		
+ Nếu $d > R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.	+ Nếu $d = R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó: (P) là mặt phẳng *tiếp diện* của mặt cầu và H là *tiếp điểm*.	+ Nếu $d < R$: Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện là *đường tròn* có tâm I' và bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$
		

Lưu ý: Khi mặt phẳng (P) đi qua tâm I thì mặt phẳng (P) được gọi là *mặt phẳng kính* và thiết diện lúc đó được gọi là *đường tròn lớn*.

4/ Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng :

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và đường thẳng Δ. Gọi H là hình chiếu của I lên Δ. Khi đó :

+ $IH > R$: Δ không cắt mặt cầu.	+ $IH = R$: Δ tiếp xúc với mặt cầu. Δ là *tiếp tuyến* của (S) và H là *tiếp điểm.*	+ $IH < R$: Δ cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt.
		

* **Lưu ý:** Trong trường hợp Δ cắt (S) tại 2 điểm A, B thì bán kính R của (S) được tính như sau:

+ Xác định: $\boxed{d(I;\Delta) = IH.}$

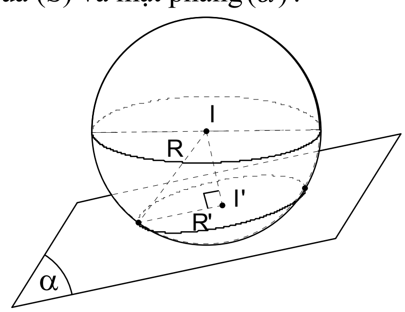
+ Lúc đó: $\boxed{R = \sqrt{IH^2 + AH^2} = \sqrt{IH^2 + \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2}}$

ĐƯỜNG TRÒN TRONG KHÔNG GIAN OXYZ

* Đường tròn (C) trong không gian *Oxyz*, được xem là giao tuyến của (S) và mặt phẳng (α).

$$(S):\ x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$$

$$(\alpha):\ Ax + By + Cz + D = 0$$



* <u>Xác định tâm *I'* và bán kính *R'* của (C).</u>

+ Tâm $I' = d \cap (\alpha)$.

Trong đó d *là đường thẳng đi qua* I *và vuông góc với mp* (α)

+ Bán kính $\boxed{R' = \sqrt{R^2 - (II')^2} = \sqrt{R^2 - \left[d\left(I;(\alpha)\right)\right]^2}}$

5/ Điều kiện tiếp xúc : Cho mặt cầu (*S*) tâm *I*, bán kính *R*.

+ Đường thẳng Δ là *tiếp tuyến* của (*S*) $\Leftrightarrow$ $\boxed{d(I;\Delta) = R.}$

+ Mặt phẳng (α) là *tiếp diện* của (*S*) $\Leftrightarrow$ $\boxed{d\left(I;(\alpha)\right) = R.}$

* **Lưu ý:** Tìm *<u>tiếp điểm</u>* $M_0(x_0; y_0; z_0)$.

Sử dụng tính chất : $\left[\begin{array}{l} IM_0 \perp d \\ IM_0 \perp (\alpha) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \overrightarrow{IM_0} \perp \vec{a}_d \\ \overrightarrow{IM_0} \perp \vec{n}_\alpha \end{array}\right.$