

MẶT TRÒN XOAY – MẶT CẦU

Phương pháp:

I. Mặt nón – hình nón và khối nón

1. Mặt nón: Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng Δ và l cắt nhau tại O và tạo với nhau một góc α . Khi cho mặt phẳng (P) quay quanh đường thẳng Δ , hình tròn xoay sinh ra bởi đường thẳng l gọi là mặt nón tròn xoay hay còn gọi là mặt nón

- Đường thẳng Δ gọi là trục của mặt nón.
- Đường thẳng l gọi là đường sinh của mặt nón.
- Giao điểm O của Δ và l gọi đỉnh của mặt nón.
- Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và l khi đó 2α gọi là góc ở đỉnh.

2. Hình nón: Hình nón là hình tròn xoay sinh bởi tam giác vuông OAB quay quanh trục là cạnh góc vuông OA

- $OB = l$ là đường sinh hình nón.
- $AB = R$ gọi là bán kính hình nón.
- $OA = h$ là chiều cao hình nón.

3. Khối nón: Hình nón với phần không gian bên trong gọi là khối nón.

4. Thể tích và diện tích xung quanh:

- Diện tích xung quanh hình nón $S_{xq} = \pi Rl$
- Diện tích toàn phần của hình nón $S_{tp} = S_{xq} + S_d = \pi R(l + R)$.
- Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$.

II. Mặt trụ – hình trụ và khối trụ

1. Mặt trụ: Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng l và Δ song song với nhau và cách nhau một khoảng R . Khi quay (P) quanh Δ thì đường thẳng l sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt trụ tròn xoay hay gọi tắt là mặt trụ.

- Đường thẳng Δ là trục của mặt trụ.
- Đường thẳng l là gọi là đường sinh của mặt trụ.
- Khoảng cách giữa hai đường sinh l và trục Δ gọi là bán kính của mặt trụ.

2. Phần mặt trụ nằm giữa hai mặt phẳng song song phân biệt và vuông góc với trục mặt trụ cùng với hai hình tròn thiết diện được gọi là hình trụ.

- Hai hình tròn $(O; R), (O'; R)$ là hai đáy của hình trụ.
- Đoạn thẳng OO' là trục của hình trụ, và cũng là chiều cao của hình trụ.
- Bán kính R của mặt trụ là bán kính hình trụ.

3. Hình trụ với phần không gian bên trong gọi là khối trụ .

4. Công thức tính diện tích và thể tích hình trụ .

Một hình trụ có bán kính đáy là R và chiều cao h .

a. Diện tích mặt xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi Rh$.

b. Diện tích toàn phần của hình trụ: $S_{tp} = S_{sq} + 2.S_d = 2\pi R(R + h)$.

c. Thể tích khối trụ : $V = \pi R^2 h$.

III. Mặt cầu – Khối cầu

1. Khái niệm mặt cầu.

• Mặt cầu tâm O bán kính R (ta kí hiệu $S(O, R)$) là tập hợp các điểm M trong không gian thỏa mãn $S(O, R) = \{M \mid OM = R\}$.

• Nếu AB là đường kính mặt cầu $S(O, R)$ thì với mọi điểm M thuộc mặt cầu (trừ A và B) thì $AMB = 90^\circ$.

• Ngược lại với mọi điểm M nằm trong không gian thỏa mãn $AMB = 90^\circ$ thì điểm M thuộc mặt cầu đường kính AB .

2. Vị trí tương đối của một điểm với mặt cầu.

Cho mặt cầu $S(O, R)$ và một điểm A bất kì trong không gian.

• Nếu $OA > R$ thì A ở ngoài mặt cầu

• Nếu $OA = R$ thì A ở trên mặt cầu

• Nếu $OA < R$ thì A ở trong mặt cầu

3. Vị trí tương đối của một hình phẳng với mặt cầu.

Cho mặt cầu $S(O, R)$ và một mặt phẳng (P) bất kì trong không gian. Gọi H là hình chiếu của O lên (P) .

• Nếu $OH > R$ thì (P) không cắt mặt cầu

• Nếu $OH = R$ thì (P) và (S) có một điểm chung duy nhất là H .

Khi đó ta nói: (P) tiếp xúc với mặt cầu và (P) gọi là mặt phẳng tiếp diện, H gọi là tiếp điểm.

• Nếu $OH < R$ thì (P) cắt mặt cầu theo một đường tròn (C) có tâm H

bán kính $r = \sqrt{R^2 - OH^2}$.

Nếu O nằm trên (P) thì (C) gọi là đường tròn lớn và có bán kính R .

4. Vị trí tương đối của một đường thẳng với mặt cầu

Cho mặt cầu $S(O, R)$ và một đường d bất kì trong không gian. Gọi H là hình chiếu của O lên d .

• Nếu $OH > R$ thì d và mặt cầu không có điểm chung.

- Nếu $OH = R$ thì d và mặt cầu (S) có một điểm chung duy nhất là H . Khi đó ta nói d tiếp xúc với mặt cầu và d gọi là tiếp tuyến của mặt cầu, H gọi là tiếp điểm.

- Nếu $OH < R$ thì d và mặt cầu có đúng hai điểm chung. Khi đó ta nói d cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt.

5. Mặt cầu ngoại tiếp và hình cầu nội tiếp hình đa diện.

- Mặt cầu ngoại tiếp hình đa diện là mặt cầu đi qua tất cả các đỉnh của hình đa diện.

- Mặt cầu nội tiếp hình đa diện là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình đa diện.

Nhận xét.

- Một đa diện có mặt cầu ngoại tiếp thì tất cả các mặt của đa diện đều có đường tròn ngoại tiếp.

- Nếu tâm mặt cầu ngoại tiếp của đa diện thuộc một mặt của đa diện thì đường tròn ngoại tiếp của đa diện đó là đường tròn lớn.

- Khoảng cách từ tâm mặt cầu nội tiếp của đa diện đến các mặt đa diện bằng nhau và bằng bán kính mặt cầu nội tiếp đa diện đó.

6. Diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu.

Diện tích hình cầu bán kính R : $S = 4\pi R^2$.

Thể tích khối cầu bán kính R : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.