§1, §2 LŨY THỪA – HÀM SỐ LŨY THỪA

Lũy thừa và công thức lũy thừa

1. Lũy thừa với số mũ nguyên

- Lũy thừa với số mũ nguyên dương: Cho $a \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó: $a^n = \underbrace{a.a.a...a}_{n\text{ số }a}$
- Lũy thừa với số mũ nguyên âm: Cho $a \in \mathbb{R}^*,\ n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó: $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ và $a^0 = 1$.
- Lưu ý: 0^0 và 0^{-n} không có nghĩA..

2. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ

Cho $a > 0$ và số hữu tỉ $r = \dfrac{m}{n}$; trong đó $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Khi đó: $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

3. Lũy thừa số vô tỉ

Cho $a > 0,\ \alpha \in \mathbb{R},\ (r_n)$ là dãy số hữu tỉ sao cho $\lim\limits_{x \to +\infty} r_n = \alpha$. Khi đó: $a^\alpha = \lim\limits_{x \to +\infty} r_n = a^{r_n}$.

4. Các tính chất của lũy thừa: Cho $a,\ b$ là các số thực dương, $x,\ y$ là các số thực tùy ý.

- $a^{x+y} = a^x.a^y$ và $a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y}$.
- $a^x.b^x = (a.b)^x$; $\dfrac{a^x}{b^x} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^x$ và $(a^x)^y = a^{x.y}$.
- Nếu $a > 1$ thì $a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$.
- Nếu $0 < a < 1$ thì $a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$.

Hàm số lũy thừa

1. Định nghĩa: Hàm số $y = x^\alpha$, với $\alpha \in \mathbb{R}$, được gọi là hàm số lũy thừA..

2. Tập xác định: Tập xác định của hàm số $y = x^\alpha$ là:

- $D = \mathbb{R}$ nếu α là số nguyên dương.
- $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ với α nguyên âm hoặc bằng 0.
- $D = (0; +\infty)$ với α không nguyên.

3. Đạo hàm: Hàm số $y = x^\alpha,\ (\alpha \in \mathbb{R})$ có đạo hàm với mọi $x > 0$ và $(x^\alpha)' = \alpha.x^{\alpha - 1}$.

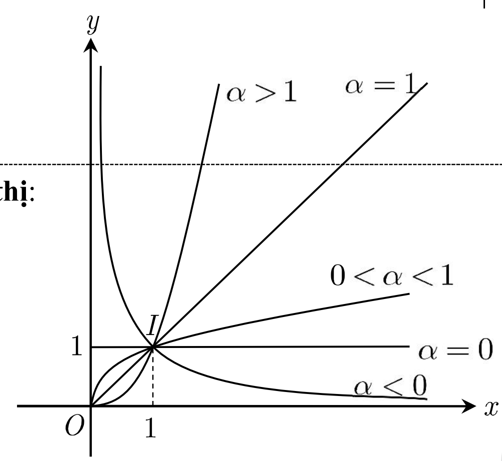
4. Tính chất của hàm số lũy thừa trên khoảng $(0; +\infty)$ (khảo sát hàm lũy thừa).

$y = x^\alpha,\ \alpha > 0$	$y = x^\alpha,\ \alpha < 0$
A.. Tập khảo sát: $(0; +\infty)$.	**A.. Tập khảo sát**: $(0; +\infty)$.
B.. Sự biến thiên: • $y' = \alpha x^{\alpha-1} > 0,\ \forall x > 0$. • Giới hạn đặc biệt: $\lim\limits_{x \to 0^+} x^\alpha = 0,\ \lim\limits_{x \to +\infty} x^\alpha = +\infty$. Tiệm cận: Không có	**B.. Sự biến thiên**: • $y' = \alpha x^{\alpha-1} < 0,\ \forall x > 0$. • Giới hạn đặc biệt: $\lim\limits_{x \to 0^+} x^\alpha = +\infty,\ \lim\limits_{x \to +\infty} x^\alpha = 0$. Tiệm cận: Trục Ox là tiệm cận ngang. Trục Oy là tiệm cận đứng.
C. Bảng biến thiên:	**C. Bảng biến thiên**:

x		0	$+\infty$
y'		$+$	
y		$0 \nearrow$	$+\infty$

x		0	$+\infty$
y'		$+$	
y		$+\infty \searrow$	0

D. Đồ thị:



Đồ thị của hàm số lũy thừa $y = x^{\alpha}$ luôn đi qua điểm $I(1;1)$.

<u>Lưu ý</u>: Khi khảo sát hàm số lũy thừa với số mũ cụ thể, ta phải xét hàm số đó trên toàn bộ tập xác định của nó. Chẳng hạn: $y = x^3$, $y = x^{-2}$, $y = x^{\pi}$.