HÀM SỐ LŨY THỪA – HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

1. LÝ THUYẾT:Hàm lũy thừa:

1.1. Định nghĩa: Hàm số $y = x^{\alpha}$ với $\alpha \in \mathbb{R}$ được gọi là hàm số lũy thừa.

1.2. Tập xác định: Tập xác định của hàm số $y = x^{\alpha}$ là:

- $D = \mathbb{R}$ nếu α là số nguyên dương.
- $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ với α nguyên âm hoặc bằng 0.
- $D = (0; +\infty)$ với α không nguyên.

1.3. Đạo hàm: Hàm số $y = x^{\alpha}$, $(\alpha \in \mathbb{R})$ có đạo hàm với mọi $x > 0$ và $(x^{\alpha})' = \alpha . x^{\alpha - 1}$.

1.4. Tính chất của hàm số lũy thừa trên khoảng $(0; +\infty)$.

$y = x^{\alpha}$, $\alpha > 0$

a. Tập khảo sát: $(0; +\infty)$

b. Sự biến thiên:

+ $y' = \alpha x^{\alpha - 1} > 0, \ \forall x > 0.$

+ Giới hạn đặc biệt:

$\lim\limits_{x \to 0^+} x^{\alpha} = 0, \ \lim\limits_{x \to +\infty} x^{\alpha} = +\infty.$

+ Tiệm cận: không có

c. Bảng biến thiên:

x	0	$+\infty$
y'		$+$
y	0	$\nearrow$ $+\infty$

$y = x^{\alpha}$, $\alpha < 0$

a. Tập khảo sát: $(0; +\infty)$

b. Sự biến thiên:

+ $y' = \alpha x^{\alpha - 1} < 0, \ \forall x > 0.$

+ Giới hạn đặc biệt:

$\lim\limits_{x \to 0^+} x^{\alpha} = +\infty, \ \lim\limits_{x \to +\infty} x^{\alpha} = 0.$

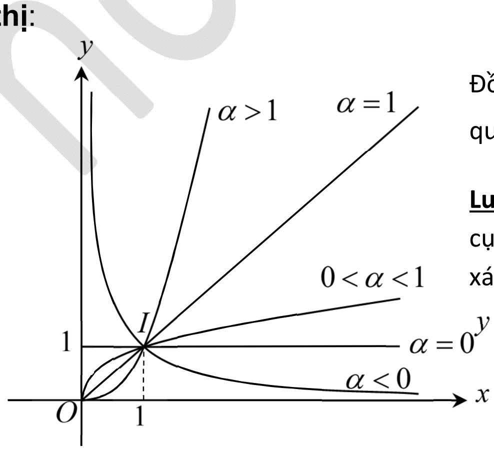
+ Tiệm cận:

- Trục Ox là tiệm cận ngang.
- Trục Oy là tiệm cận đứng.

c. Bảng biến thiên:

x	0	$+\infty$
y'		$+$
y	$+\infty$	$\searrow$ 0

d. Đồ thị:



Đồ thị của hàm số lũy thừa $y = x^{\alpha}$ luôn đi qua điểm $I(1;1)$.

Lưu ý: Khi khảo sát hàm số lũy thừa với số mũ cụ thể, ta phải xét hàm số đó trên toàn bộ tập xác định của nó. Chẳng hạn: $y = x^3$, $y = x^{-2}$, $y = x^{\pi}$.

2. Hàm số mũ: $y = a^x,\ (a > 0, a \neq 1).$

2.1. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

2.2. Tập giá trị: $T = (0, +\infty)$, nghĩa là khi giải phương trình mũ mà đặt $t = a^{f(x)}$ thì $t > 0.$

2.3. Tính đơn điệu:

+ Khi $a > 1$ thì hàm số $y = a^x$ đồng biến, khi đó ta luôn có:

  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x).$

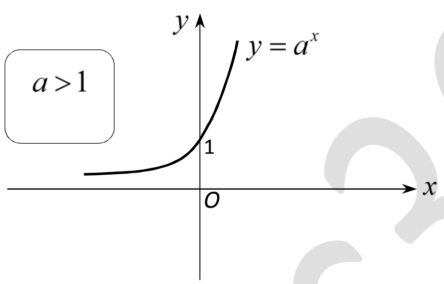
+ Khi $0 < a < 1$ thì hàm số $y = a^x$ nghịch biến, khi đó ta luôn có:

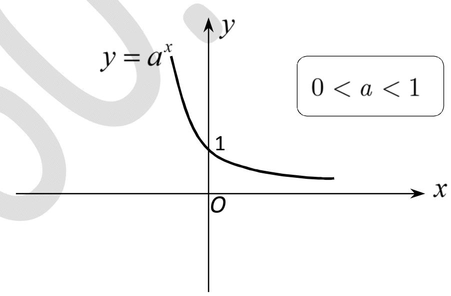
  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x).$

2.4. Đạo hàm:

$$\boxed{\begin{array}{l} (a^x)' = a^x.\ln a \Rightarrow (a^u)' = u'.a^u.\ln a \\ (e^x)' = e^x \Rightarrow (e^u)' = e^u.u' \\ (\sqrt[n]{u})' = \dfrac{u'}{n.\sqrt[n]{u^{n-1}}}. \end{array}}$$

2.5. Đồ thị: Nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang.





3. Hàm số logarit: $y = \log_a x,\ (a > 0,\ a \neq 1)$

3.1.<u>Tập xác định</u>: $D=(0,+\infty)$.

3.2.<u>Tập giá trị</u>: $T=\mathbb{R}$, nghĩa là khi giải phương trình logarit mà đặt $t=\log_a x$ thì t không có điều kiện.

3.3.<u>Tính đơn điệu</u>:

+ Khi $a>1$ thì $y=\log_a x$ đồng biến trên D, khi đó nếu:
$\log_a f(x)>\log_a g(x)\Leftrightarrow f(x)>g(x)$.

+ Khi $0<a<1$ thì $y=\log_a x$ nghịch biến trên D, khi đó nếu
$\log_a f(x)>\log_a g(x)\Leftrightarrow f(x)<g(x)$.

3.4.<u>Đạo hàm:</u>

$$\boxed{\begin{array}{l}\left(\log_a|x|\right)'=\dfrac{1}{x.\ln a}\Rightarrow\left(\log_a|u|\right)'=\dfrac{u'}{u.\ln a}\\(\ln x)'=\dfrac{1}{x},\ (x>0)\Rightarrow(\ln|u|)'=\dfrac{u'}{u}\end{array}}\Rightarrow\boxed{(\ln^n|u|)'=n\cdot\dfrac{u'}{u}\cdot\ln^{n-1}|u|}$$

3.5. <u>Đồ thị</u>: Nhận trục tung làm đường tiệm cận đứng.