

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

I. GÓC:

1. Góc giữa hai mặt phẳng.

Góc giữa hai mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$, $(Q): A'x + B'y + C'z + D' = 0$ được ký hiệu: $0^\circ \leq ((P), (Q)) \leq 90^\circ$, xác định bởi hệ thức

$$\cos((P), (Q)) = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}.$$

Đặc biệt: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$.

2. Góc giữa hai đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

2.1. Góc giữa hai đường thẳng (d) và (d') có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ và $\vec{u}' = (a'; b'; c')$ là ϕ .

$$\cos \phi = \frac{|aa' + bb' + cc'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}} \quad (0^\circ \leq \phi \leq 90^\circ).$$

Đặc biệt: $(d) \perp (d') \Leftrightarrow aa' + bb' + cc' = 0$.

2.2 Góc giữa đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ và mp (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$.

$$\sin \phi = \left| \cos(\vec{n}, \vec{u}) \right| = \frac{|Aa + Bb + Cc|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad (0^\circ \leq \phi \leq 90^\circ).$$

Đặc biệt: $(d) // (\alpha)$ hoặc $(d) \subset (\alpha) \Leftrightarrow Aa + Bb + Cc = 0$.

II. KHOẢNG CÁCH

1. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.

1.1 Khoảng cách từ $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + by + Cz + D = 0$ là:

$$d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

1.2 Khoảng cách giữa hai mp song song là khoảng cách từ một điểm thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

2. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng - khoảng cách giữa hai đường thẳng.

2.1. Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d qua điểm M_0 có vectơ chỉ phương \vec{u} :

$$d(M, d) = \frac{|\overrightarrow{M_0M} \cdot \vec{u}|}{|\vec{u}|}.$$

2.2 Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

2.3 Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:

d đi qua điểm M và có vectơ chỉ phương \vec{u} và d' đi qua điểm M' và có vectơ chỉ phương \vec{u}' là:

$$d(d, d') = \frac{|\overrightarrow{MM'} \cdot [\vec{u}, \vec{u}']|}{|[\vec{u}, \vec{u}']|}.$$

2.4 Khoảng cách từ giữa đường thẳng và mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng đến mặt phẳng hoặc khoảng cách từ một điểm thuộc mặt phẳng đến đường thẳng.

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

- Nhớ và vận dụng được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng; biết cách khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.
- Nhớ và vận dụng được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng; biết cách tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song; khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau; khoảng cách từ đường thẳng đến mặt phẳng song song.
- Nhớ và vận dụng được công thức góc giữa hai đường thẳng; góc giữa đường thẳng và mặt phẳng; góc giữa hai mặt phẳng.
- Áp dụng được góc và khoảng cách vào các bài toán khác.