

Chuyên đề 4

PHÉP CHIA ĐA THỨC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Chia đơn thức A cho đơn thức B :

- Chia hệ số của A cho hệ số của B ;
- Chia lũy thừa của từng biến trong A cho lũy thừa của cùng biến đó trong B ;
- Nhân các kết quả với nhau.

2. Chia đa thức cho đơn thức : $(A + B) : C = A : C + B : C$

3. Chia đa thức A cho đa thức B.

Cho A và B là hai đa thức tùy ý của cùng một biến ($B \neq 0$), khi đó tồn tại duy nhất một cặp đa thức Q và R sao cho $A = B.Q + R$, trong đó $R = 0$ hoặc bậc của R nhỏ hơn bậc của B.

Q gọi là đa thức thương và R gọi là dư trong phép chia A cho B.

Nếu $R = 0$ thì phép chia A cho B là phép chia hết.

KIẾN THỨC BỔ SUNG

1. Có thể dùng hằng đẳng thức để rút gọn phép chia :

Ví dụ :

- $(A^3 + B^3):(A + B) = A^2 - AB + B^2$
- $(A^3 - B^3):(A - B) = A^2 + AB + B^2$
- $(A^2 - B^2):(A + B) = A - B$.

2. Định lí Bê - du* :

Số dư trong phép chia đa thức $f(x)$ cho $(x - a)$ đúng bằng $f(a)$.

Ví dụ : Nếu $f(x) = 3x^4 - 5x^3 + 2$ thì;

- Số dư trong phép chia $f(x)$ cho $(x - 2)$ là $f(2) = 1.0$.
- Số dư trong phép chia $f(x)$ cho $(x - 1)$ là $f(1) = 0$, nghĩa là $f(x)$ chia hết cho $(x - 1)$.

3. Hệ quả của định lí Bê-đu :

Nếu a là nghiệm của đa thức $f(x)$ thì $f(x)$ chia hết cho $(x - a)$.

Người ta cũng chứng minh được rằng :

Nếu đa thức $f(x)$ nhận n số nguyên khác nhau a_1, a_2, \dots, a_n làm nghiệm thì $f(x)$ chia hết cho $(x - a_1)(x - a_2) \dots (x - a_n)$.

4. Áp dụng hệ quả của định lí Bê-du vào việc phân tích đa thức thành nhân tử. Nếu đa thức $f(x)$ có nghiệm $x = a$ thì khi phân tích $f(x)$ thành nhân tử, tích sẽ chứa nhân tử $(x - a)$, nghĩa là $f(x) = (x - a).q(x)$.

Mở rộng : Nếu $f(x)$ nhận n số nguyên khác nhau a_1, a_2, \dots, a_n làm nghiệm thì khi phân tích $f(x)$ thành nhân tử, tích sẽ chứa các nhân $(x - a_1)(x - a_2) \dots (x - a_n)$ nghĩa là $f(x) = (x - a_1)(x - a_2) \dots (x - a_n).q(x)$.

B. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 22. Cho $A = 8x^5y^n - 12x^{n+1}y^4$; $B = 24x^{n-1}y^3$ Xác định giá trị của $n \in \mathbb{N}^*$ để $A : B$.

Giải.

$$A : B \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \geq n-1 \\ n+1 \geq n-1 \\ n \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \leq 6 \\ n \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow n \in \{3, 4, 5, 6\}$$

Ví dụ 23. Xác định giá trị của a để đa thức

$A = 2x^3 - 54x + a$ chia hết cho đa thức $B = (x + 3)^2$.

Giải

- Cách 1: Thực hiện phép chia rồi buộc đa thức dư bằng đa thức 0

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 & - 54x + a & x^2 + 6x + 9 \\ - (2x^3 + 12x^2 + 18x) & & \hline \hline & - 12x^2 - 72x + a & \\ - (-12x^2 - 72x - 108) & & \\ \hline & a + 108 & \end{array}$$

$$A : B \Leftrightarrow a + 108 = 0 \Leftrightarrow a = -108.$$