

## Chuyên đề 3

# PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phân tích đa thức thành nhân tử (hay thừa số) là biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức khác.

2. Các phương pháp thường dùng :

- Đặt nhân tử chung
- Dùng hằng đẳng thức
- Nhóm các hạng tử
- Phối hợp nhiều phương pháp. Có khi ta phải dùng những phương pháp đặc biệt khác (xem chuyên đề nâng cao 1).

### KIẾN THỨC BỔ SUNG

#### 1. Dạng tổng quát của các hằng đẳng thức

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \text{ là :}$$

$$A^n - B^n = (A - B)(A^{n-1} + A^{n-2}B + \dots + AB^{n-2} + \dots + B^{n-1}).$$

#### 2. Dạng tổng quát của hằng đẳng thức

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \text{ là :}$$

$$A^n + B^n = (A + B)(A^{n-1} - A^{n-2}B + A^{n-3}B^2 - \dots - AB^{n-2} + B^{n-1}) \text{ với } n \text{ lẻ.}$$

### 3. Áp dụng vào tính chất chia hết

$$A^n - B^n \vdots A - B \text{ với } n \in \mathbb{N} \text{ và } A \neq B.$$

$$A^n + B^n \vdots A - B \text{ với } n \text{ lẻ và } A \neq -B.$$

$$A^{2k} - B^{2k} \vdots A^2 - B^2 \text{ với } k \in \mathbb{N} \text{ và } A \neq \pm B.$$

### B. MỘT SỐ VÍ DỤ

**Ví dụ 14.** Tính giá trị của biểu thức sau bằng cách hợp lí:

$$A = (x - 3)^2 - (8x + 3)(3 - x) + x(x - 3) \text{ tại } x = 103$$

**Giải.** Ta có  $A = (x - 3)^2 - (8x + 3)(3 - x) + x(x - 3)$

$$\begin{aligned} &= (x - 3)^2 + (8x + 3)(x - 3) + x(x - 3) \\ &= (x - 3)(x - 3 + 8x + 3 + x) = 10x(x - 3). \end{aligned}$$

Với  $x = 103$  thì  $A = 10 \cdot 103 \cdot (103 - 3) = 103000$ .

*Nhận xét:* Phân tích đa thức thành nhân tử có nhiều ứng dụng. Một trong các ứng dụng đó là tính giá trị của biểu thức. Phương pháp phân tích trong ví dụ này là phương pháp đặt nhân tử chung.

**Ví dụ 15.** Phân tích đa thức thành nhân tử

$$B = (x^2 + 9)2 - 36x^2$$

**Giải.**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } B &= (x^2 + 9)2 - 36x^2 = (x^2 + 9)2 - (6x)^2 \\ &= (x^2 + 9 - 6x)(x^2 + 9 + 6x) = (x - 3)^2(x + 3)^2. \end{aligned}$$

**Ví dụ 16.** Tìm các cặp số nguyên tố  $(x ; y)$  sao cho  $x^2 - 1 = 2y^2$

**Giải.**

$$\text{Ta có } x^2 - 1 = 2y^2$$

Suy ra  $x^2 - 1$  là số chẵn, do đó  $x^2$  là số lẻ và  $x$  là số lẻ.

$$\text{Từ đề bài, suy ra } (x - 1)(x + 1) = 2y^2.$$

Vì  $x$  là số lẻ nên  $x - 1$  và  $x + 1$  là hai số chẵn liên tiếp. Do đó tích  $(x - 1)(x + 1) : 4$ , suy ra  $2y^2 : 4$ .

Vậy  $y^2 : 2$  và  $y$  là số chẵn, suy ra  $y = 2$ .

Thay  $y = 2$  vào đề bài ta được  $x^2 - 1 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 9$  mà  $x$  là số nguyên tố nên  $x = 3$ . Vậy cặp số nguyên tố cần tìm là  $x = 3 ; y = 2$ .

**Nhận xét:** Phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử trong ví dụ 15 và 16 là phương pháp dùng hằng đẳng thức. Phân tích đa thức thành nhân tử còn giúp ta vận dụng được các tính chất chia hết từ đó tìm được các số thoả mãn điều kiện cho trước.

**Ví dụ 17.** Phân tích đa thức thành nhân tử