

Chuyên đề 2

NHỮNG HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ (1)

- $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ (2)

- $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$ (3)

- $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$ (4)

$$= A^3 + B^3 + 3AB(A + B)$$

- $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$ (5)

$$= A^3 - B^3 - 3AB(A - B)$$

- $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$ (6)

- $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$ (7)

KIẾN THỨC BỔ SUNG

1. Bình phương của đa thức

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2 = a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 + 2a_1a_2 + 2a_1a_3 + \dots + 2a_1a_n \\ + 2a_2a_3 + 2a_2a_4 + \dots + 2a_2a_n + \dots + 2a_{n-1}a_n.$$

Đặc biệt, với $n = 3$ ta có :

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.$$

2. Luỹ thừa bậc n của một nhị thức (nhị thức Niu-tơn)

$$(a + b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1.2}a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}a^{n-3}b^3 + \dots + b^n.$$

Cho n các giá trị từ 0 đến 5 ta được :

$$\text{Với } n = 0 \quad \text{thì} \quad (a + b)^0 = 1$$

$$\text{Với } n = 1 \quad \text{thì} \quad (a + b)^1 = a + b$$

$$\text{Với } n = 2 \quad \text{thì} \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{Với } n = 3 \quad \text{thì} \quad (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\text{Với } n = 4 \quad \text{thì} \quad (a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$\text{Với } n = 5 \quad \text{thì} \quad (a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

Ta nhận thấy khi khai triển $(a+b)^n$ ta được một đa thức có $n + 1$ hạng tử, hạng tử đầu là a^n , hạng tử cuối là b^n , các hạng tử còn lại đều chứa các nhân tử a và b .

Vì vậy $(a+b)^n = B(a) + b^n = B(b) + a^n$.

3. Bảng các hệ số khi khai $(a+b)^n$

Với $n = 0$: 1

Với $n = 1$: 1 1

Với $n = 2$: 1 2 1

Với $n = 3$: 1 3 3 1

Với $n = 4$: 1 4 6 4 1

Với $n = 5$: 1 5 10 10 5 1

.....

- Mỗi dòng đều bắt đầu bằng 1 và kết thúc bằng 1
- Mỗi số ở một dòng kể từ dòng thứ hai đều bằng số liền trên cộng với số bên trái của số liền trên.

Bảng trên đây được gọi là tam giác Pa-xcan.

B. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 7. Chứng minh rằng nếu một tam giác có độ dài ba cạnh là a, b, c thoả mãn :

$$(5a - 3b + 4c)(5a - 3b - 4c) = (3a - 5b)^2$$

thì tam giác đó là tam giác vuông.

Giải.