

## Chuyên đề 1

# PHÉP NHÂN CÁC ĐA THỨC

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Muốn nhân một đơn thức với một đa thức ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích với nhau.
2. Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.

### B. MỘT SỐ VÍ DỤ

**Ví dụ 1.** Cho bốn số, số sau hơn số trước là 2. Chứng minh rằng hiệu của tích hai số ở giữa và tích của số đầu với số cuối luôn không đổi.

**Giải.** Gọi bốn số đã cho là  $x$ ,  $x + 2$ ,  $x + 4$  và  $x + 6$ . Hiệu của tích hai số ở giữa và tích của số đầu với số cuối là :

$$(x + 2)(x + 4) - x(x + 6) = x^2 + 4x + 2x + 8 - x^2 - 6x = 8 \text{ (không đổi).}$$

**Ví dụ 2.** Cho  $m$  số, mỗi số bằng  $3n + 1$  và  $n$  số, mỗi số bằng  $9 - 3m$ . Biết tổng tất cả các số đó bằng 5 lần tổng  $m + n$ . Chứng minh rằng  $m = n$ .

**Giải.** Tổng của  $m$  số  $(3n + 1)$  với  $n$  số  $(9 - 3m)$  là  $m(3n + 1) + n(9 - 3m)$ .

Theo đề bài ta có

$$m(3n + 1) + n(9 - 3m) = 5(m + n)$$

$$\Leftrightarrow 3mn + m + 9n - 3mn = 5m + 5n$$

$$\Leftrightarrow 9n - 5n = 5m - m$$

$$\Leftrightarrow 4n = 4m \Leftrightarrow n = m.$$

**Ví dụ 3.** Tính tổng các hệ số của lũy thừa bậc ba, lũy thừa bậc hai và lũy thừa bậc nhất trong kết quả của phép nhân  $(x^2 + x + 1)(x^3 - x + 1)$ .

**Giải**

Ta có  $(x^2 + x + 1)(x^3 - x + 1)$

$$= x^5 - x^3 + x^2 + x^4 - x^2 + x + x^3 - x + 1$$

$$= x^5 + x^4 + 1.$$

Hệ số của lũy thừa bậc ba là 0, hệ số của lũy thừa bậc 2 là 0, hệ số của lũy thừa bậc nhất là 0 nên tổng các hệ số này bằng 0.

**Ví dụ 4.** Cho  $M = (x + a)(x^2 + bx + 16)$  và  $N = x^3 - 64$ .

a)Viết biểu thức M dưới dạng một đa thức thu gọn theo lũy thừa giảm dần của x.

b)Với giá trị nào của a và b thì hai đa thức M và N luôn có giá trị bằng nhau với mọi giá trị của x ?

**Giải**

a) Ta có  $M = (x + a)(x^2 + bx + 16)$

$$= x^3 + bx^2 + 16x + ax^2 + abx + 16a = x^3 + (a + b)x^2 + (ab + 16)x + 16a.$$

b)  $M = N$  với mọi giá trị của  $x$

$$\Leftrightarrow x^3 + (a + b)x^2 + (ab + 16)x + 16a = x^3 - 64, \forall x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 0 \\ ab + 16 = 0 \\ 16a = -64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 4 \end{cases}$$

**Nhận xét:** Hai đa thức viết dưới dạng thu gọn có giá trị bằng nhau với mọi giá trị của biến khi và chỉ khi các hệ số của các lũy thừa cùng bậc bằng nhau.

**Ví dụ 5.** Cho biểu thức  $A = (4m - 1)(n - 4) - (m - 4)(4n - 1)$ . Chứng minh rằng  $A : 15$  với mọi giá trị nguyên của  $m$  và  $n$ .

**Giải**

$$\begin{aligned} A &= (4m - 1)(n - 4) - (m - 4)(4n - 1) \\ &= 4mn - 16m - n + 4 - (4mn - m - 16n + 4) \\ &= 4mn - 16m - n + 4 - 4mn + m + 16n - 4 \\ &= -15m + 15n = -15(m - n) : 15. \end{aligned}$$

**Ví dụ 6.** Cho bốn số nguyên liên tiếp không chia hết cho 5, khi chia cho 5 được những số dư khác nhau. Chứng minh rằng hiệu của tích hai số cuối với tích của hai số đầu là một số có tận cùng đúng một chữ số 0.

**Giải.** Gọi bốn số nguyên liên tiếp không chia hết cho 5, khi chia cho 5 được những số dư khác nhau lần lượt là  $5k + 1, 5k + 2, 5k + 3, 5k + 4$  ( $k \in \mathbf{Z}$ ).

$$\begin{aligned} \text{Ta có } & (5k + 3)(5k + 4) - (5k + 1)(5k + 2) \\ &= (25k^2 + 20k + 15k + 12) - (25k^2 + 10k + 5k + 2) \\ &= 25k^2 + 35k + 12 - 25k^2 - 1 - 5k - 2 = 20k + 10 = 10(2k + 1). \end{aligned}$$